

固液两相流体属性对滚针轴承润滑与 承载特性的影响

宋琦^a, 王优强^{a,b*}, 竺俊杰^a, 马金月^a, 徐莹^a, 娄元豪^a

(青岛理工大学 a.机械与汽车工程学院 b.工业流体节能与污染控制教育部重点实验室, 山东 青岛 266520)

摘要: **目的** 探究线接触滚针轴承润滑剂中颗粒对润滑特性的影响, 为提高滚针轴承的润滑性能提供数据参考。**方法** 建立两相流润滑模型及两相流中含有的颗粒变形承载数学模型。其中, 颗粒变形承载模型基于变形连续性假设, 综合考虑在弹性变形、弹塑性变形和完全塑性变形 3 个阶段下颗粒的变形承载力, 研究不同尺寸、质量分数和密度对颗粒承载量和两相流体润滑特性的影响。**结果** 润滑油中含有颗粒时, 颗粒会承担部分外载荷, 但承载量相较于油膜承担的载荷量较少。在相同的变速条件下, 颗粒尺寸越大, 会因产生较大的尺寸变形而增大颗粒的承载量, 进而降低油膜承载力, 增大油膜厚度, 0.5 μm 的颗粒承担的载荷相较于 0.3 μm 的颗粒提高了 119.2%; 颗粒密度的减小和质量分数的增大均会增大两相流中颗粒的数量, 进而提高两相流中颗粒的承载量, 质量分数为 10% 颗粒的承载量相比于质量分数为 2% 颗粒增大了 251.8%, 密度为 $3 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ 的颗粒相较于密度为 $7 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ 的颗粒的承载量增大了 86.9%。承载颗粒会因接触表面变形而产生接触摩擦力, 且接触摩擦力远大于油润滑产生的摩擦力, 该摩擦力对系统产生的负效应远大于颗粒承载产生的正效应。**结论** 润滑油中颗粒的存在会改变其润滑性能, 颗粒与轴承表面的接触摩擦会导致接触表面出现点蚀等现象, 进而降低轴承的使用寿命, 应尽量避免润滑油中含有尺寸较大、数量较多的杂质颗粒。

关键词: 滚针轴承; 两相流体; 颗粒承载; 弹塑性变形; 接触摩擦; 表面点蚀

中图分类号: TH133.33 文献标志码: A 文章编号: 1001-3660(2024)15-0077-11

DOI: 10.16490/j.cnki.issn.1001-3660.2024.15.007

Influence of Solid Liquid Two Phase Fluid Properties on Lubrication and Load Carrying Characteristics of Needle Roller Bearings

SONG Qi^a, WANG Youqiang^{a,b*}, ZHU Junjie^a, MA Jinyue^a, XU Ying^a, LOU Yuanhao^a

(a. School of Mechanical and Automotive Engineering, b. Key Lab of Industrial Fluid Energy Conservation and Pollution Control, Ministry of Education, Qingdao University of Technology, Shandong Qingdao 266520, China)

ABSTRACT: The rolling pair inevitably produces abrasive particles mixed with lubricating oil due to friction and wear during

收稿日期: 2023-08-19; 修订日期: 2023-10-31

Received: 2023-08-19; Revised: 2023-10-31

基金项目: 国家自然科学基金 (51575289); 山东省自然科学基金 (ZR2021ME063)

Fund: Natural Science Foundation of China (51575289); Natural Science Foundation of Shandong Province (ZR2021ME063)

引文格式: 宋琦, 王优强, 竺俊杰, 等. 固液两相流体属性对滚针轴承润滑与承载特性的影响[J]. 表面技术, 2024, 53(15): 77-87.

SONG Qi, WANG Youqiang, ZHU Junjie, et al. Influence of Solid Liquid Two Phase Fluid Properties on Lubrication and Load Carrying Characteristics of Needle Roller Bearings[J]. Surface Technology, 2024, 53(15): 77-87.

*通信作者 (Corresponding author)

the working process, and can also cause dust and sediment impurities in the working environment, and thus pollute the lubricant due to sealing reasons. Needle roller bearings are mostly designed as an open structure type, which greatly increases the possibility of pollutants entering the lubricating oil. When solid particle components are mixed into the lubricant, a solid-liquid two-phase fluid is formed, and the lubrication performance is correspondingly changed compared with oil lubrication. Considering the influence of centrifugal force during the operation of needle roller bearings, a special case of infinite linear contact between the bearing needle and the raceway of the bearing was studied. Firstly, the lubrication medium was regarded as a solid-liquid two-phase, and mathematical models of particle compression deformation and needle bearing lubrication were established. Based on the assumption of deformation continuity, the model conducted a contact mechanics analysis for individual particles. The contact equation of elastic-plastic deformation was fitted using the template function, and the bearing capacity of single particle at different deformation stages was solved. And through the calculation method of lubricating medium mass concentration, the aggregate amount of particles could be calculated to gain the aggregate bearing capacity of particles in the lubricating medium. Secondly, lubrication numerical calculation was carried out. The Reynolds equation, oil film thickness equation and energy equation were calculated by the multiple grid method and other methods to gain the lubrication parameters of the bearing system. The system's force was calculated through dynamic equations to maintain stable calculation results. Finally, the influences of different particle sizes, mass fractions, and densities on particle loading capacity and oil film lubrication characteristics were studied. When the oil contained particles, the particles would bear part of the external load, but the bearing capacity was less than the load borne by the oil film. Under the same variable speed condition, the larger the particle size, the larger the size deformation, the larger the particle bearing capacity, the lower the oil film bearing capacity, and the larger the oil film thickness. The load borne by $0.5\text{ }\mu\text{m}$ particles was 119.2% higher than that of $0.3\text{ }\mu\text{m}$ particles. However, both the decrease of particle density and the increase of mass concentration would increase the number of particles in the two-phase flow and increase the carrying capacity of particles in the two-phase flow. The carrying capacity of 10% mass concentration particles increased by 251.8% compared with 2% mass concentration particles. The carrying capacity of $3\times 10^3\text{ kg/m}^3$ density particles was 86.9% higher than that of $7\times 10^3\text{ kg/m}^3$ density particles. The bearing particles would produce contact friction due to the deformation of the contact surface, and the contact friction would be much greater than the friction generated by oil lubrication, and the negative effect of this friction on the system was much greater than the positive effect of the bearing particles. The presence of particles in the lubricating oil will change its lubrication performance, and the contact friction between particles and the bearing surface will lead to pitting and other phenomena on the contact surface, thus reducing the service life of the bearing. So lubricating oil containing large size and a large number of impurity particles should be avoided as much as possible.

KEY WORDS: needle roller bearing; two-phase fluid; particle loading; elasto-plastic deformation; contact friction; surface pitting

滚动轴承作为应用最为广泛的支撑类工业零件,具有转动转矩小、旋转精度高、选用方便等特点。在运行过程中存在摩擦磨损,滚动副不可避免地产生了混入润滑油中的磨粒,也会因密封原因造成工作环境中的灰尘和泥沙杂质污染润滑剂^[1]。其中,滚针轴承的设计类型大多为无内圈敞开式,这大大增加了污染物进入润滑油的可能性。当润滑剂中混入固体颗粒成分后,会形成一种固液两相流体,并且其润滑性能相较于油润滑会发生改变。由此可见,分析混有固体颗粒的固液两相流体润滑承载特性,对研究轴承润滑性能具有重要意义。

关于固体颗粒润滑,国内外学者主要研究了单颗粒和多颗粒润滑等方面。在单颗粒研究方面,Kang等^[2]为了研究刚性碎屑对滚动/滑动接触弹流润滑的影响,模拟出含单个颗粒的润滑模型,并修正了 Reynolds

方程;Huang等^[3]基于此理论模型探究了单颗粒在接触区流动对润滑特性的影响,发现适当的纳米粒子能够改善润滑膜性能;王优强等^[4]考虑了单颗粒和表面粗糙度,分析了稳态条件下水润滑轴承的承载特性;黄兴保等^[5]研究了单颗粒自旋和润滑油拖曳效应对齿轮跑合效应的影响,发现自旋角度的增大会降低油膜润滑性能。在多颗粒研究方面,岳鹏等^[6]综述了纳米颗粒添加剂在润滑油中的应用进展;王伟等^[7]基于活塞环-缸套的应用,分析了固液两相润滑特性;Boucherit等^[8]探究了固体颗粒污染对等温层流条件下有限长柔性轴颈轴承动静态特性的影响;Dal等^[9]以纳米颗粒添加剂为润滑剂,探究它在不同轴承参数下对轴颈轴承流体润滑性能的影响;Gunnung等^[10]将 Al_2O_3 纳米粒子加入润滑油中,有效提高了轴承承载能力,但其导热性并未发生变化。

近年来,接触变形理论的研究内容主要集中在材料的粗糙表面接触上。Greenwood、Willamson^[11]首先将两表面之间的接触等效为光滑面与粗糙面之间的接触,利用 Hertz 接触理论提出了 GW 模型。其中,凸体部分被等效为球体,与本文的颗粒模型类似,但因该模型只研究了弹性变形阶段,并不能有效应用于重载环境。Pullen 等^[12]提出的塑性变形模型只适用于重载条件下的塑性变形阶段。对此,魏龙等^[13]综述了各类接触模型,并对其计算效果进行了评述。李炎等^[14]和解松霖等^[15]将上述多种模型应用于实际工业场景中,探索了接触变形下的应力和刚度条件。王娜等^[16]通过理论与实验的方法对磨块的弹塑性接触力进行了测定。周江敏等^[17]基于混合润滑模型,探索了滚动轴承的接触表面特性对其润滑性能的影响。表面微凸体的接触变形模型也可应用于圆形固体颗粒接触领域, Li 等^[18]开发了一种非稳态固液模型,综合考虑了表面粗糙度、载荷和固体颗粒承载下的活塞环-缸套动态润滑特性。

上述研究表明,固体颗粒的存在会改变流体物理性能。无论是单颗粒还是多颗粒,大多数学者只将颗粒的存在作为一种固液两相润滑环境,研究其润滑特性,对于润滑剂中颗粒接触承载方面的研究相对较少。目前,滚针轴承润滑剂中的颗粒对摩擦承载性能的影响尚未得到系统研究。综上,本文建立了滚针轴承润滑模型和颗粒接触变形模型,综合考虑加速阶段固液两相润滑剂对滚针轴承润滑承载性能的影响,分析不同颗粒特性对颗粒承载和油膜润滑的影响。

1 两相流体润滑模型

1.1 几何模型

滚针轴承三维模型如图 1a 所示。轴承在运行过程中受到离心力的影响,其接触载荷主要由滚针和轴承外滚道承担。通过计算轴承滚针的承载 W 和卷吸速度 u 等参数,求解滚针与滚道之间的线接触弹流问

题。由于轴承中滚针的长径比较大,赫兹接触宽度远小于滚针宽度,且滚针轴承的外圈结构设计带有密封唇装置,可以保护轴承和防止润滑剂泄露,并不会出现端泄现象,因此可以将滚针与滚道的接触等效为无限长线接触^[19],如图 1b 所示。线接触截面温度场结构示意图如图 1c 所示。

1.2 控制方程

1.2.1 Reynolds 方程

考虑热效应的 Reynolds 方程见式 (1)。

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\left(\frac{\rho}{\eta} \right)_e h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right] = 12u(t) \frac{\partial}{\partial x} (\rho^* h) + 12 \frac{\partial}{\partial t} (\rho_e h) \quad (1)$$

式中: h 为膜厚; x 为水平坐标; p 为压力; ρ 、 η 为固液两相流受压力和温度影响的密度和黏度; $u(t)$ 为随时间变化的卷吸速度; $(\rho/\eta)_e$ 、 $(\rho/\eta)'_e$ 、 ρ^* 分别为固液两相流体黏度和密度的当量参数。

1.2.2 膜厚方程

油膜厚度的计算见式 (2)。

$$h(x, t) = h_{00}(t) + \frac{x^2}{2R} - \frac{2}{\pi E'} \int_{x_{in}}^{x_{out}} p(x', t) \ln(x - x')^2 dx' \quad (2)$$

式中: h_{00} 为中心膜厚; R 为综合曲率半径; E' 为综合弹性模型。

1.2.3 密压方程

两相流的密压-密温关系^[20]见式 (3)。

$$\rho = \left(\frac{\rho_{par} \rho_{oil}}{\lambda \rho_{oil} + (1 - \lambda) \rho_{par}} \right) \left(1 + \frac{C_1 p}{1 + C_2 p} \right) [1 - C_3 (T_m - T_0)] \quad (3)$$

式中: $C_1 = 0.6 \times 10^{-9} \text{ Pa}^{-1}$; $C_2 = 1.7 \times 10^{-9} \text{ Pa}^{-1}$; $C_3 = 0.000 65 \text{ K}^{-1}$; ρ_{oil} 、 ρ_{par} 分别为常温下润滑油和固体颗粒的密度; T_m 为两相流温度; T_0 为环境温度; λ 为含有颗粒的质量分数。

1.2.4 黏压方程

基于 Einstein 变黏度等式,得到两相流黏压-黏

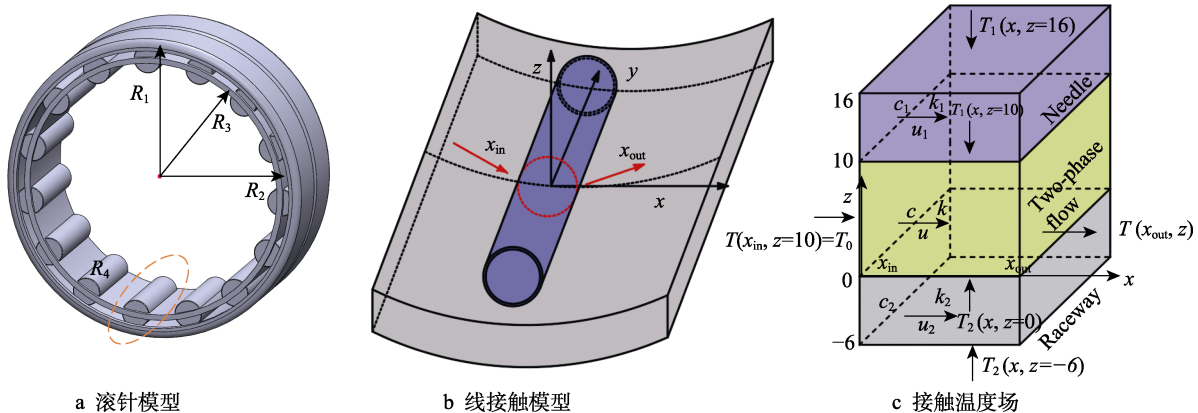


图 1 轴承接触模型

Fig.1 Bearing contact model: a) needle bearing model; b) line contact model; c) contact temperature field

温关系式^[21], 见式 (4)。

$$\eta = \eta_{oil} \left(1 + \frac{2.5\rho_{oil}}{\rho_{oil} - \left(1 - \frac{1}{\lambda}\right)\rho_{par}} \right) \exp \left[\alpha p + \beta \left(\frac{1}{T_m} - \frac{1}{T_0} \right) \right] \quad (4)$$

式中: η_{oil} 为常温下润滑油的黏度; α 为 Barus 黏压系数; β 为黏温系数。

1.2.5 能量方程

两相流能量方程见式 (5)。

$$c \left(\rho u \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \int_0^z \rho u dz' \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{T}{\rho} \frac{\partial p}{\partial T} \left(u \frac{\partial p}{\partial x} \right) = k \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \eta \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \quad (5)$$

式中: c 为两相流比热容; k 为两相流热传导系数; z 为坐标变量。

变量 c 的计算见式 (6)^[22]。两相流的有效热传导系数采用 Maxwell-Garnett 模型^[23]计算, 见式 (7)。

$$c = \frac{\left(1 - \frac{1}{1 - \left(1 - \frac{1}{\lambda}\right)\frac{\rho_{par}}{\rho_{oil}}} \right) \rho_{oil} c_{oil} + \frac{1}{1 - \left(1 - \frac{1}{\lambda}\right)\frac{\rho_{par}}{\rho_{oil}}} \rho_{par} c_{par}}{\rho} \quad (6)$$

$$k = k_{oil} \left[\frac{(k_{par} + 2k_{oil}) - 2 \frac{1}{1 - \left(1 - \frac{1}{\lambda}\right)\frac{\rho_{par}}{\rho_{oil}}} (k_{oil} - k_{par})}{(k_{par} + 2k_{oil}) + \frac{1}{1 - \left(1 - \frac{1}{\lambda}\right)\frac{\rho_{par}}{\rho_{oil}}} (k_{oil} - k_{par})} \right] \quad (7)$$

1.3 颗粒承载模型

在计算含有固体颗粒的两相流润滑承载特性过程中, 颗粒的结构条件及在润滑油中的分布情况较复杂, 因此在计算固体颗粒的接触承载问题的难度提高。由此, 结合轴承和固体颗粒的承载特性及接触力学理论提出以下假设: 颗粒为直径相同的球形体; 颗粒分布均匀, 且相互之间无接触; 颗粒和接触表面均会变形, 通过计算综合弹性模型, 将变形等效到轴承上。结合上述假设建立单颗粒承载模型、多颗粒状态分布模型和系统力平衡模型。

1.3.1 单颗粒承载

单颗粒球体在受压后接触表面产生的接触区域变形模型如图 2 所示, 上述假设变形发生在轴承表面。以往文献中针对接触变形理论建立了弹性变形和塑性变形模型, 这些模型忽略了由弹性向塑性变形的过渡。Kogut 等^[24]通过有限元方式得出结论, 随着所受压力的增大, 接触表面的变形会经历从弹性变形到弹塑性变形, 再到完全塑性变形的过程。

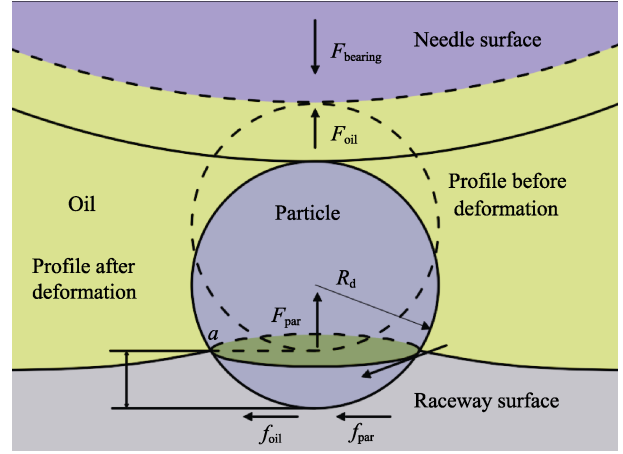


图 2 单颗粒接触模型
Fig.2 Single particle contact model

根据颗粒尺寸和油膜厚度可知, 当油膜厚度小于颗粒尺寸时, 颗粒嵌入的变形量计算见式 (8)。

$$\omega = 2R_d - h \quad (8)$$

1) 弹性变形阶段。系统处于轻载过程, 颗粒受挤压产生的变形为弹性变形。通过 Hertz 接触理论得到变形特性与变形量的关系, 见式 (9) ~ (10)。弹性变形阶段的临界变形量的计算见式 (11)。

$$A_e(\omega) = \pi R_d \omega \quad (9)$$

$$P_e(\omega) = \frac{4E''}{3\pi} \left(\frac{\omega}{R_d} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (10)$$

$$\omega_e = \left(\frac{3\pi KH}{4E''} \right)^2 R_d \quad (11)$$

式中: E'' 为颗粒与接触面的综合弹性模量; K 为与材料泊松比相关的硬度系数, $K=0.454+0.41\nu$; H 为颗粒硬度。此时, 接触屈服极限力 $P_e = KH$ 。

2) 完全塑性变形阶段。定义达到完全塑性变形阶段的临界变形量 $\omega_p = 110\omega_e$, 当接触变形量 $\omega \geq \omega_p$ 时, 处于完全塑性变形阶段, 此时变形特性与变形量的关系见式 (12) ~ (13)。

$$A_p(\omega) = 2\pi R_d \omega \quad (12)$$

$$P_p(\omega) = H \quad (13)$$

3) 弹塑性变形阶段。当接触变形量 $\omega_e < \omega < \omega_p$ 时, 处于弹塑性变形阶段。为了确保接触面积和接触压力在整个变形阶段变化平滑, 将弹塑性变形阶段的 2 个边界条件分别与弹性变形和完全塑性变形相等。构建了以变形量 ω 为自变量的单调递增样板函数, 见式 (14)。考虑到该样板函数单调递增且满足边界条件式 (15), 得到样板函数公式, 见式 (16)。假设弹性变形和完全塑性变形阶段权函数如式 (17) 所示, 对于临界点 ω_e 、 ω_p , 可通过连接样板函数得到, 见式 (18)。通过带入弹性变形和完全塑性变形阶段的接触压力和接触面积 $Q(\omega) = P_e = A_e$, $S(\omega) = P_p = A_p$, 可得到颗粒处于弹塑性变形阶段的接触压力 P_{ep} 和接

触面积 A_{ep} , 见式 (19) ~ (20)。

$$f(\omega) = A \left(\frac{\omega - \omega_e}{\omega_p - \omega_e} \right)^3 + B \left(\frac{\omega - \omega_e}{\omega_p - \omega_e} \right)^2 + C \quad (14)$$

$$\begin{cases} f(\omega_e) = 0, f(\omega_p) = 1 \\ f'(\omega_e) = f'(\omega_p) = 0 \end{cases} \quad (15)$$

$$f(\omega) = -2 \left(\frac{\omega - \omega_e}{\omega_p - \omega_e} \right)^3 + 3 \left(\frac{\omega - \omega_e}{\omega_p - \omega_e} \right)^2 \quad (16)$$

$$\begin{cases} y = Q(\omega), 0 \leq \omega \leq \omega_e \\ y = S(\omega), \omega_p \leq \omega \leq +\infty \end{cases} \quad (17)$$

$$y = Q(\omega) + [S(\omega) - Q(\omega)]f(\omega) \quad (18)$$

$$P_{ep}(\omega) = KH \left(\frac{\omega}{\omega_e} \right)^{\frac{1}{2}} + \left[H - KH \left(\frac{\omega}{\omega_e} \right)^{\frac{1}{2}} \right] f(\omega) \quad (19)$$

$$A_{ep}(\omega) = \pi R_d \omega + \pi R_d \omega f(\omega) \quad (20)$$

综上可知, 颗粒 3 个变形阶段下的承载能力见式 (21)。

$$\begin{cases} F_{par} = \\ \begin{cases} P_e \cdot A_e = \frac{4E'' R_d \omega}{3} \left(\frac{\omega}{R_d} \right)^{\frac{1}{2}} \\ P_{ep} \cdot A_{ep} = \left\{ KH \left(\frac{\omega}{\omega_e} \right)^{\frac{1}{2}} + \left[H - KH \left(\frac{\omega}{\omega_e} \right)^{\frac{1}{2}} \right] f(\omega) \right\} \cdot [\pi R_d \omega + \pi R_d \omega f(\omega)] \\ P_p \cdot A_p = 2\pi R_d \omega H \end{cases} \end{cases} \quad (21)$$

1.3.2 多颗粒承载分布

为了获得实际工作条件下的颗粒数量, 采用质量分数对其进行计算。单位时间内流入接触区的两相流由润滑油和颗粒组成, 则体积表达式见式 (22)。

$$V = V_{par} + V_{oil} \quad (22)$$

式中: V 为接触区两相流总体积; V_{par} 为接触区颗粒总体积; V_{oil} 为接触区润滑油总体积。

根据式 (22), 两相流中颗粒的质量分数的计算见式 (23), 得到颗粒总体积的表达式, 见式 (24)。接触区两相流体积通过积分得到, 见式 (25)。已知单颗粒体积 $V_{par,i} = \frac{4\pi}{3} R_d^3$, 联立式 (23) ~ (25) 可得到颗粒数量, 见式 (26)。颗粒总承载的计算见式 (27)。

$$\lambda = \frac{V_{par} \rho_{par}}{V_{par} \rho_{par} + V_{oil} \rho_{oil}} \quad (23)$$

$$V_{par} = \frac{\lambda V \frac{\rho_{oil}}{\rho_{par}}}{1 - \lambda \left(1 - \frac{\rho_{oil}}{\rho_{par}} \right)} \quad (24)$$

$$V = \int_{-b}^b Lh(x) dx \quad (25)$$

$$N = \frac{3}{4\pi R_d^3} \lambda \frac{\rho_{oil}}{\rho_{par}} \left[1 - \lambda \left(1 - \frac{\rho_{oil}}{\rho_{par}} \right) \right] \int_{-b}^b Lh(x) dx \quad (26)$$

$$W_{par} = \sum_{i=1}^N F_{par} \quad (27)$$

1.4 力平衡模型

系统所受摩擦力平衡方程见式 (28)。

$$f = f_{par} + f_{oil} \quad (28)$$

式中: f_{par} 、 f_{oil} 分别为颗粒和润滑油所受的摩擦力, 计算见式 (29) ~ (30)。

$$f_{par} = \mu_{par} W_{par} \quad (29)$$

$$f_{oil} = \int_{x_{in}}^{x_{out}} \tau_x dx \quad (30)$$

式中: μ_{par} 为颗粒接触摩擦因数; τ_x 为润滑油剪

切力, $\tau_x = \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\eta}{h} U$ 。

系统承载力平衡方程见式 (31)。

$$m \frac{d^2 h}{dt^2} = W - W_{par} - W_{oil} \quad (31)$$

式中: W 为外载荷; W_{oil} 为油膜承载, $W_{oil} = \int_{x_{in}}^{x_{out}} p dx$ 。

2 计算方法

系统的计算流程如图 3 所示。通过给定初始油膜润滑条件, 计算初始时刻的 Reynolds 方程和能量方程, 获得该时刻的油膜压力、厚度和温升, 然后通过计算求解出颗粒承载, 比较该时刻的系统受力平衡状态, 决定是否完成此时间节点的计算。其中, 采用多重网格法^[25]计算油膜压力, 采用多重网格积分法^[25]计算弹性变形, 采用逐列扫描法^[26]计算温升。压力传递采用 W 循环, 计算域 X 取为 $[-4.6, 1.4]$, 共 6 层网格, 每层网格的间距相等。节点数量依次从最顶层的 961 个按式 n^{k+1} 递减, 最低层节点数为 31 个。 z 方向网格层数为 22, 无量纲计算域 Z 取为 $[-3.15, 4.15]$, 其中油膜层数为 0~10, 滚针层数为 11~16, 滚道层数为 -6~-1。收敛条件为前后两次迭代的压力、载荷和温度误差均小于 10^{-4} 。

3 结果分析

在计算过程中使用的基本参数如表 1 所示。其中, 颗粒来源主要有空气中的粉尘, 工作环境中的泥沙, 以及摩擦磨损产生的磨屑, 主要成分有石英、石棉、金刚砂、水泥、金属磨屑等。因颗粒的种类过多, 为了探究颗粒参数的影响规律和方便计算, 对颗粒参数进行了具体数值的选取。

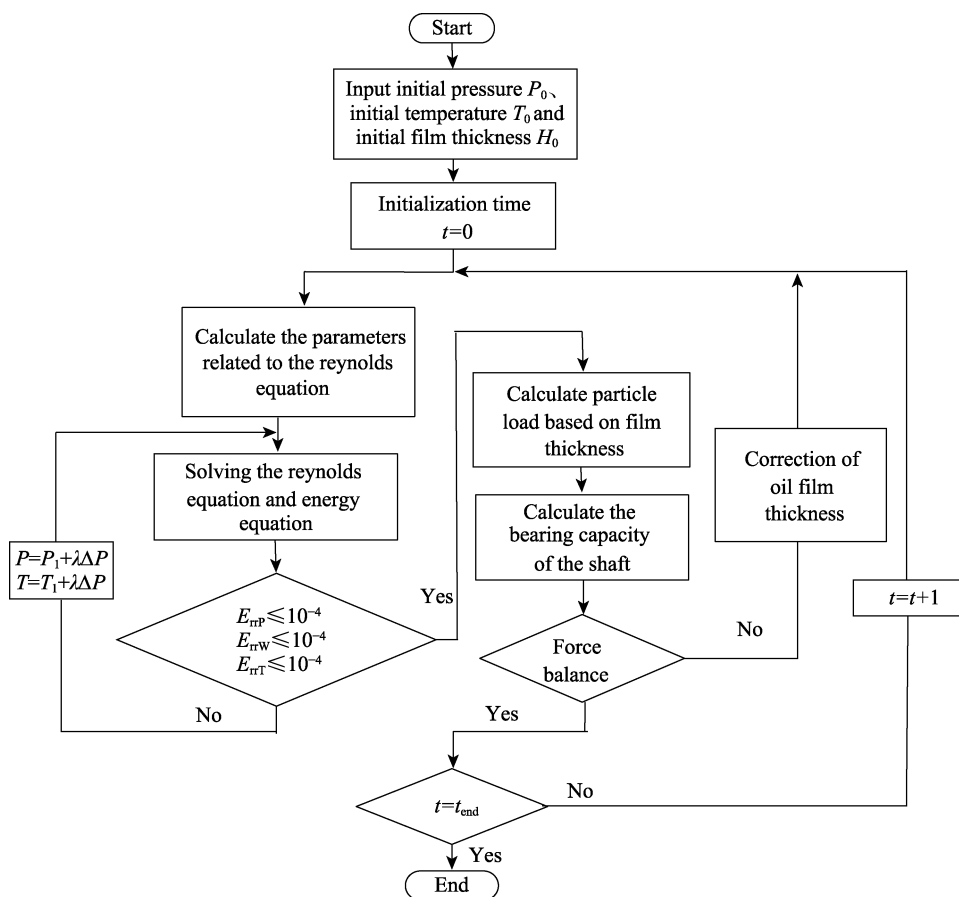


图 3 计算流程

Fig.3 Calculation flowchart

表 1 计算模型参数
Tab.1 Calculation parameters of model

Sample	$\eta/(\text{Pa}\cdot\text{s})$	$c/(\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1})$	$\rho/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	ν	$k/(\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1})$	E/GPa
Bearing steel		470	7 850	0.3	46	210
Particle		920		0.43	1.6	50
Oil	0.08	2 000	870		0.14	

这里主要研究主轴加速阶段颗粒的存在对轴承润滑特性的影响, 主轴加速会带动轴承滚针在滚道上进行滑滚运动, 现拟定体现加速条件的卷吸速度公式, 见式 (32)。

$$u(t) = 0.06(1 + 0.1t) \quad 0 \leq t \leq 100 \text{ ms} \quad (32)$$

3.1 模型验证

将本文计算的结果分别与杨沛然教授^[25]建立的润滑模型和 Dowson-Higginson 回归的最小膜厚公式^[27]进行对比, 如图 4 所示。本文计算的结果与 2 种经典计算方法所得结果的差异较小, 说明所建模型的准确性。其中, 本文将两相流中颗粒的质量分数取为 0% (即无颗粒存在), 杨沛然教授采用 Roelands 黏度方程, 见式 (33), Dowson-Higginson 最小膜厚方程见式 (34)。

$$\eta = \eta_0 \exp \left\{ (\ln \eta_0 + 9.67) \left[-1 + (1 + 5.1 \times 10^{-9} p)^z \left(\frac{T - 138}{T_0 - 138} \right)^{-5} \right] \right\} \quad (33)$$

$$h_{\min} = 2.65 \alpha^{0.54} (\eta_0 U)^{0.7} E'^{-0.03} R^{0.43} W^{-0.13} \quad (34)$$

3.2 颗粒粒径的影响

选择颗粒的粒径分别为 0.3、0.4、0.5 μm 的两相流 (以下简称 0.3、0.4、0.5 μm 尺寸) 颗粒承载和最小油膜厚度 (以下简称最小膜厚) 随时间变化的对比曲线如图 5a 所示。可以看出, 随着卷吸速度的增加, 最小膜厚均呈现增大趋势。受到油膜承载和颗粒尺寸等因素的影响, 不同颗粒尺寸下的初始最小膜厚不同, 其中 0.3 μm 尺寸相较于 0.5 μm 尺寸的最小膜厚降低了 54.6%。最小膜厚的增大, 会伴随颗粒承担载荷的降低, 0.5 μm 尺寸颗粒所承担的载荷相较于 0.3 μm

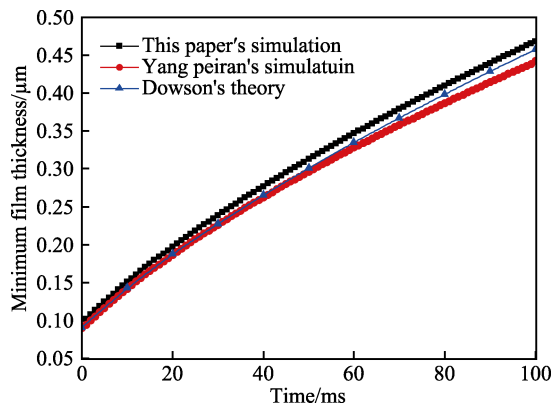


图 4 计算模型验证

Fig.4 Computational model verification

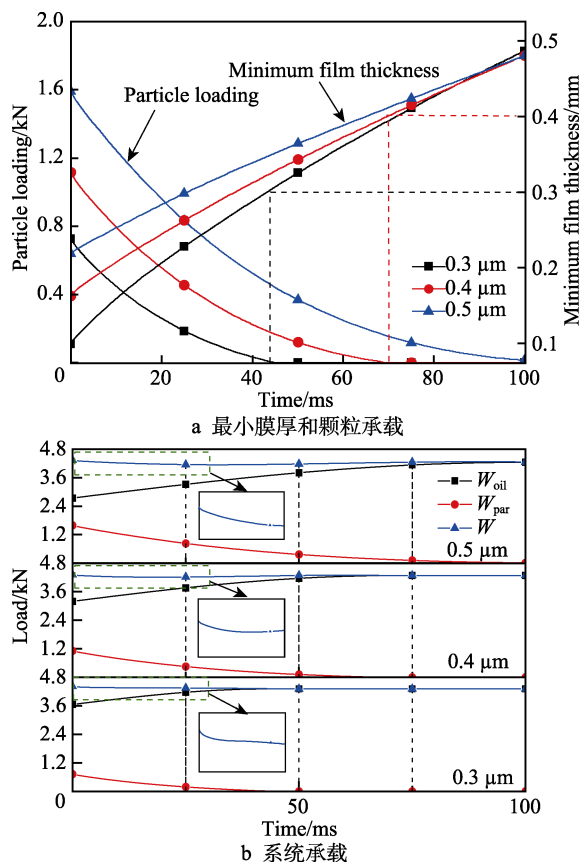


图 5 不同颗粒尺寸下最小膜厚、颗粒承载和系统承载随时间的变化

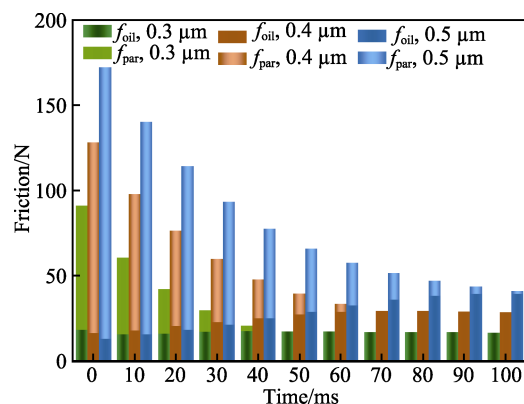
Fig.5 Change of minimum film thickness, particle load and system load with time at different particle sizes: a) minimum film thickness and particle load; b) system load

尺寸提高了 119.2%。0.5 μm 尺寸的颗粒的粒径与最小膜厚之间差异过大, 会造成颗粒出现较大程度变形, 产生的变形应力相对较大, 此时颗粒的变形阶段处于完全塑性变形阶段。当最小膜厚增大后, 颗粒所承担的载荷减小, 即变形程度减小。通过对比相同时刻下颗粒承载和最小膜厚发现, 在加速到一定时间, 如 45、70 ms 时, 0.3 和 0.4 μm 尺寸的承载因此时的最小膜厚与颗粒尺寸相同而降为 0, 不再发生变形和承担载荷; 如果最小膜厚一直未达到 0.5 μm , 则在

加速末尾阶段该尺寸颗粒仍承担少量载荷, 根据式 (31) 力平衡方程, 该阶段油膜承担的载荷略小于 0.3 和 0.4 μm 尺寸。

不同颗粒尺寸下, 系统承载随时间的变化曲线如图 5b 所示。其中, 颗粒承载曲线与图 5a 变化曲线相同, 均为颗粒尺寸越大, 则颗粒承载越大。卷吸速度的增大会引起油膜厚度的增大, 从而降低颗粒承载。为了保证轴承的力平衡状态, 颗粒承载量减少的部分由油膜承担, 润滑油膜的承载量增加, 会挤压油膜, 削弱润滑油的动压效应, 降低油膜厚度; 卷吸速度的增大导致膜厚增大, 且膜厚主要受到卷吸速度的影响, 在二者的协同影响下, 出现了最小膜厚变化的加速度减小, 逐渐变得平滑的现象, 如图 5a 所示。如图 5b 所示, 二者叠加承载在加速初期出现小范围降低, 已知最小膜厚变化加速度逐渐减小, 但加速度方向与系统外载荷方向相反 (即假设系统外载荷方向为正方向时, 加速度为负值), 根据式 (31) 力平衡方程, 等号左边的力逐渐变小, 在已知外载荷一定的前提下, 等号右边会出现颗粒和油膜的叠加承载力略微降低的现象。

不同颗粒尺寸下, 摩擦力随时间的变化如图 6 所示, 可以看出, 在颗粒的摩擦因数一定时, 颗粒所产生的摩擦力主要受到载荷 (即颗粒承载) 的影响, 其中颗粒的摩擦因数受到颗粒物性等因素的影响, 并不因外载荷的变化而变化。由式 (30) 可知, 油膜的摩擦力主要来自润滑油的剪切效应和挤压效应, 其中剪切效应受到相对滑动速度 (卷吸速度) 的影响, 挤压效应受到承载力的影响, 二者相互耦合, 形成了润滑油的摩擦特性。相对滑动速度和润滑油承载量越大, 则润滑形成的摩擦力越大。0.3 μm 尺寸颗粒会因加速初期油膜承载较大, 从而产生大于 0.4 和 0.5 μm 尺寸的油膜的摩擦力, 0.5 μm 尺寸的系统摩擦力会因油膜承载量和颗粒承载量变化较大而出现较大变化。

图 6 不同颗粒尺寸下系统摩擦力随时间的变化
Fig.6 Change of system friction with time at different particle sizes

3.3 颗粒质量分数的影响

在颗粒尺寸为 0.5 μm 下选择颗粒质量分数分别

为 2%、6%、10% 下的两相流（以下简称 2%、6%、10% 质量分数）颗粒承载和最小膜厚随时间变化的对比曲线如图 7a 所示。可以看到，不同质量分数颗粒的承载和最小膜厚均不相同，随着颗粒质量分数的增大，颗粒承载量增大，最小膜厚增大。根据式（26）可知，颗粒质量分数与颗粒数量呈正相关，质量分数越大，颗粒数量越多。通过对比发现，6% 和 10% 质量分数颗粒的承载量相较于 2% 质量分数颗粒分别增大了 160.1%、251.8%，但并未呈现线性增加趋势。这是因为颗粒总承载量受到颗粒数量和颗粒变形的协同影响，不同质量分数下的最小膜厚并不相同，且单颗粒承载量与颗粒变形量也呈非线性关系。3 种质量颗粒分数在加速阶段其最小膜厚均未超过颗粒尺寸 $0.5\ \mu\text{m}$ ，因此颗粒在加速阶段均承担部分载荷。最小膜厚同样受到颗粒质量分数的影响，根据式（3）~（4）可知，颗粒质量分数的增大会相应减小两相流的黏度和增大两相流的密度，进而改变式（1）的 Reynolds 方程计算结果。

不同颗粒质量分数下，系统承载随时间变化的曲线如图 7b 所示。为了确保轴承系统总承载量稳定在一

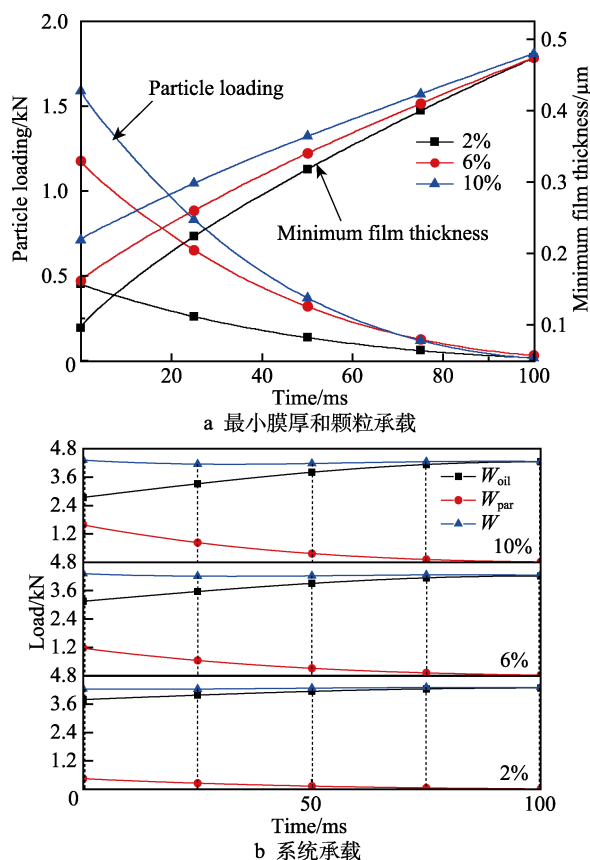


图 7 不同颗粒质量分数下最小膜厚、颗粒承载与系统承载随时间的变化

Fig.7 Change of minimum film thickness, particle load and system load with time at different particle mass concentrations: a) minimum film thickness and particle load; b) system load

定范围内，颗粒降低的承载量会相应由润滑油承载。在初始加速阶段，质量分数 10% 的润滑油承载量占 63.3%，与质量分数 2% 的 89.3% 相比，降低了约 26%。故颗粒质量分数越小，则两相流中润滑油的承载量越大。

不同颗粒质量分数下，摩擦力随时间的变化如图 8 所示。在 3 种质量分数下，两相流体摩擦力均呈现下降趋势，且最终趋于稳定。当颗粒质量分数增大时，系统整体摩擦力增大。这是因为质量分数的增大会增加承载颗粒的数量，在不考虑颗粒之间相互作用的前提下，颗粒数量越多，则产生的摩擦力越大，但由挤压效应和剪切效应产生的润滑油摩擦力变化差异不大。故颗粒质量分数越大，则由颗粒产生的摩擦损耗越大。

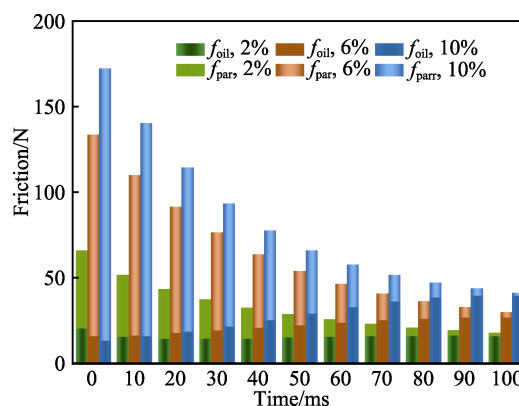


图 8 不同颗粒质量分数下系统摩擦力随时间的变化
Fig.8 Change of system friction with time at different particle mass concentrations

3.4 颗粒密度的影响

选择颗粒密度分别为 3×10^3 、 5×10^3 、 $7 \times 10^3\ \text{kg/m}^3$ 下的两相流（以下简称 3×10^3 、 5×10^3 、 $7 \times 10^3\ \text{kg/m}^3$ 密度）颗粒承载和最小膜厚随时间变化的曲线如图 9a 所示。可以看出，不同密度的颗粒承载和最小膜厚不同，随着颗粒密度的增大，颗粒承载量降低，最小膜厚降低。通过对比发现， $3 \times 10^3\ \text{kg/m}^3$ 和 $5 \times 10^3\ \text{kg/m}^3$ 密度相较于 $7 \times 10^3\ \text{kg/m}^3$ 密度颗粒的承载量分别增大了 86.9%、26.3%。根据式（26）可知，单个颗粒密度的改变会相应改变其质量，在颗粒质量分数一定的条件下，单颗粒质量的增大会降低颗粒的总数，每个颗粒因承担更大的载荷而出现变形量增大的情况。受到油膜的限制，颗粒变形量也是有限的。综上可知，颗粒总承载量会随着颗粒密度的增加而降低。根据式（3）~（4）可知，颗粒密度与两相流的密度和黏度分别成正比和反比，将这 2 个变量带入式（1）的 Reynolds 方程中，结合两相流对应的油膜承载量，最终导致最小膜厚降低。

在不同颗粒密度下，系统承载随时间变化的曲线如图 9b 所示。其中， $5 \times 10^3\ \text{kg/m}^3$ 和 $7 \times 10^3\ \text{kg/m}^3$ 密度

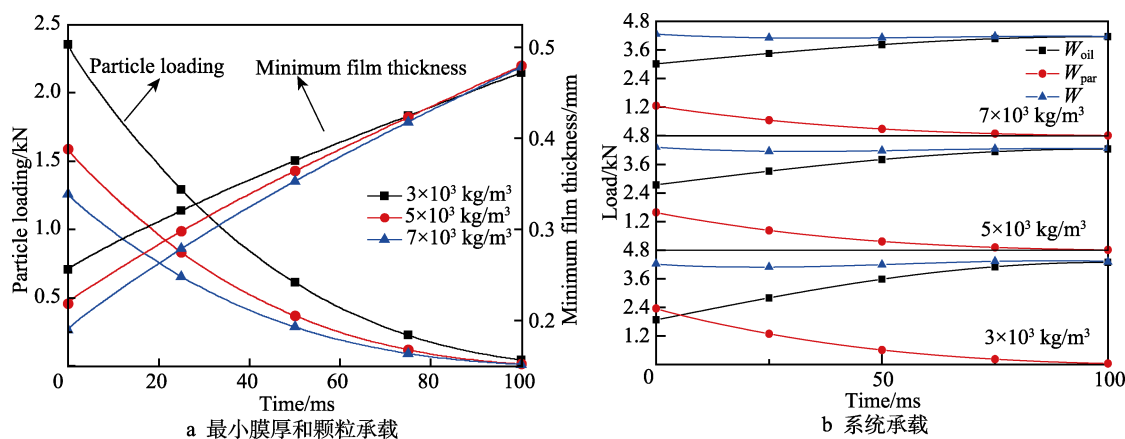
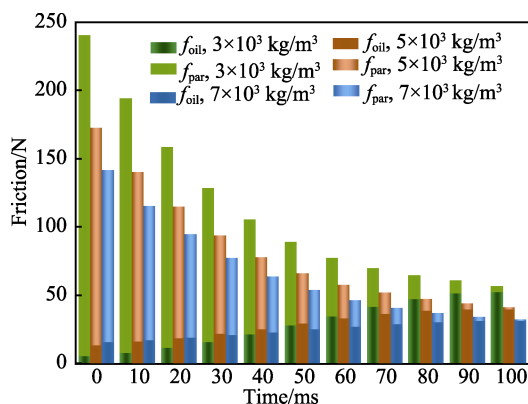


图 9 不同颗粒密度下最小膜厚、颗粒承载与系统承载随时间的变化

Fig.9 Change of minimum film thickness, particle load and system load with time at different particle densities: a) minimum film thickness and particle load; b) system load

颗粒的承载较低,系统载荷主要由油膜承担。在加速初期, $3 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ 密度颗粒的承载量超过了油膜承载量,占总承载量的 55.7%。故颗粒密度的增大,会因减少颗粒数量而降低承载量,进而将多余的载荷转移到润滑油上。

不同颗粒密度下,摩擦力随时间的变化如图 10 所示。在 3 种密度下,整体摩擦力较大,在加速初期 $3 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ 密度摩擦力主要为颗粒摩擦,此时由润滑油膜产生的剪切摩擦力会因相对滑动速度和油膜承载力较小而忽略不计。

图 10 不同颗粒密度下系统摩擦力随时间的变化
Fig.10 Change of system friction with time at different particle densities

3.5 润滑特性分析

基于前面对颗粒承载的力学特性分析,选取加速初期 3 种条件下润滑接触区压力膜厚变化曲线来探究油膜的润滑特性,如图 11 所示。

如图 11a 所示,不同颗粒尺寸的油膜压力和厚度各不相同。随着颗粒尺寸的减小,会因润滑油承载量的增大而降低流体动压效应,出现油膜压力和膜厚分别增大或减小的现象。如图 11b 所示,随着颗粒质量分数的增大,油膜厚度明显增大,而油膜压力的变化

趋势不明显,只有出口区压力峰位置逐渐向中心区域靠近。这是因为质量分数的增大,相应增大了两相流的黏度和密度,改变了油膜剪切效应,降低了膜厚。图 11c 现象与其原理相同,但密度改变对其影响程度较小。

3.6 试验研究

通过对比上述 3 种结果发现,润滑油中存在的颗粒会因承担部分载荷而提高润滑油的承载特性。由颗粒承载产生的摩擦力相较于油膜摩擦力会呈量级增大,这必然会造成颗粒对轴承表面的摩擦磨损,出现点蚀等现象,从而降低轴承的使用寿命。为了验证本文计算结论的正确性,通过试验方法对所得结论进行定性分析,对比理论与实验结论的变化趋势。本试验采用 UMT-3 摩擦磨损试验机,其中摩擦副材料均为轴承钢 GCr15,给定摩擦副运行速度为 12 mm/s,外载荷为 40 N,通过判断对磨材料之间的摩擦系数和磨损量,得到不同润滑条件对轴承钢 GCr15 材料润滑性能的影响程度。已知文献[28]中通过试验方式得到颗粒质量分数对摩擦系数的影响大于颗粒尺寸,故本试验选定颗粒质量分数分别为 0%、2%、6%、10% 的润滑剂进行摩擦磨损,每组试验重复 3 次,得出平均摩擦系数,在试验完成后通过激光共聚焦观测对磨试样的表面磨损情况。

选定 4 种不同润滑条件下的试样磨损量和摩擦系数,如图 12 所示。可以看出,随着颗粒质量分数的增大,平均摩擦系数和磨损量均逐渐增大。通过上文可知,在润滑剂中含有颗粒时,颗粒会相应承担部分载荷,且承载颗粒会因与摩擦副接触而产生摩擦力。其中,颗粒质量分数越高,则颗粒承载量越大,系统摩擦系数越大,进而增大试样的磨损体积。

为了探究不同颗粒质量分数的磨损机理,对摩擦副的磨痕的三维形貌进行检测。在 4 种不同润滑条件下, GCr15 材料磨损形貌如图 13 所示。可以看出,随着颗粒质量分数的增大,材料表面的划痕深度显著

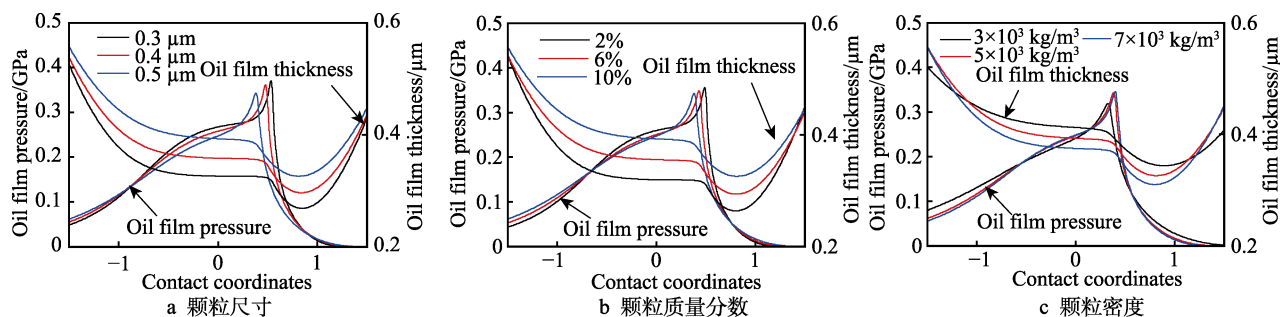


图 11 3 种条件下压力膜厚曲线

Fig.11 Pressure film thickness curve under three conditions: a) particle size; b) particle mass concentration; c) particle density

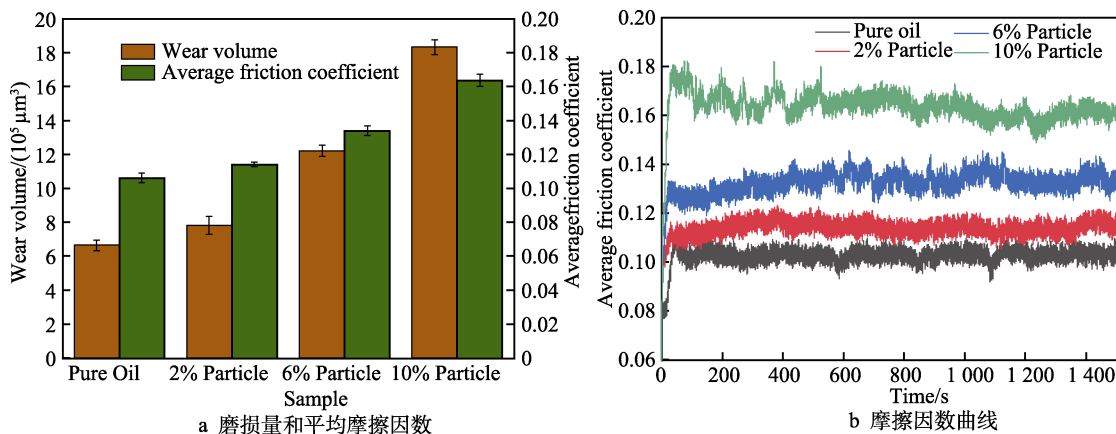


图 12 不同润滑条件下的磨损量与摩擦因数

Fig.12 Wear amount and friction coefficient under different lubrication conditions: a) wear amount and average friction coefficient; b) friction coefficient curve

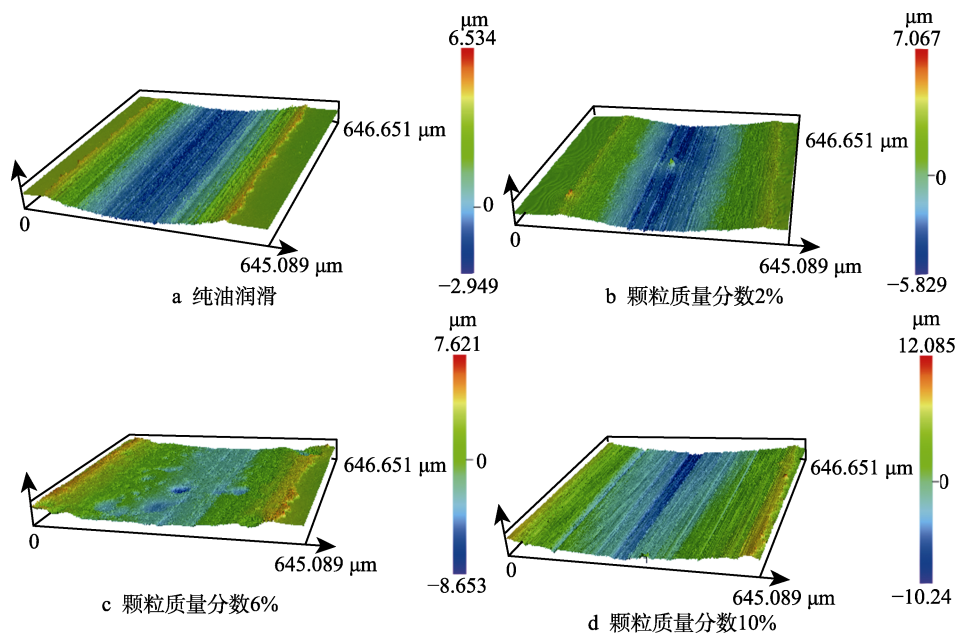


图 13 轴承钢 GCr15 磨损表面形貌

Fig.13 Wear surface morphology of bearing steel GCr15: a) pure oil lubrication; b) 2% mass concentration particles; c) 6% mass concentration particles; d) 10% mass concentration particles

增大, 且犁沟的宽度和数量均增大。这是因为颗粒质量分数的增大会增大接触颗粒数量, 且颗粒的存在会对材料表面造成磨粒磨损, 增大材料的点蚀效应, 从而使材料摩擦表面出现较大的磨痕。

4 结论

基于滚针轴承润滑理论, 建立了润滑两相流中颗粒变形承载数学模型, 主要结论如下。

1) 当润滑油中含有颗粒时, 颗粒会承担部分载荷, 颗粒承载量受到颗粒物理性质和润滑油膜厚度协同作用的影响。

2) 研究了不同颗粒尺寸对颗粒承载量的影响, 发现改变颗粒尺寸会改变颗粒变形量, 进而影响颗粒的弹塑性变形力, 选择较小尺寸的颗粒能够降低其承载量。

3) 研究了不同质量分数和密度对颗粒承载量的影响, 发现改变颗粒质量分数和密度会相应改变两相流中颗粒数量与两相流介质的黏度、密度的关系, 进而影响颗粒承载量和油膜特性, 较大的颗粒质量分数和较小的颗粒密度会使颗粒承载量增大。

4) 在两相流中含有的固体颗粒会因承担载荷而产生接触摩擦力, 该摩擦力产生的负效应远大于颗粒承载产生的正效应。为了确保轴承工作的润滑条件, 应避免润滑油中混入数量较多、尺寸较大和密度较小的杂质颗粒。

参考文献:

- [1] LIN C L, MEEHAN P A. Morphological and Elemental Analysis of Wear Debris Naturally Formed in Grease Lubricated Railway Axle Bearings[J]. *Wear*, 2021, 484: 203994.
- [2] KANG Y, SADEGHI F, AI X. Debris Effects on EHL Contact[J]. *Journal of Tribology*, 2000, 122: 711-720.
- [3] HUANG X B, ZHANG X, WANG Y Q. A Theoretical Investigation on the Lubrication Mechanism of Moving Particles in Elliptical Contact[J]. *Physica Scripta*, 2020, 95(7): 075213.
- [4] 王优强, 董宁, 刘前, 等. 考虑固体颗粒和粗糙度的水润滑飞龙轴承热弹流润滑性能分析[J]. *机械工程学报*, 2017, 53(3): 121-129.
WANG Y Q, DONG N, LIU Q, et al. Thermal Elastohydrodynamic Lubrication Property Analysis of Water-Lubricated Tenmat Bearing Considering Debris and Surface Roughness[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2017, 53(3): 121-129.
- [5] 黄兴保, 王优强. 固液两相流体对直齿轮跑合热弹流润滑的影响[J]. *摩擦学学报*, 2015, 35(5): 573-582.
HUANG X B, WANG Y Q. The Effects of Solid-Liquid Two Phase Flow on Thermal Elastohydrodynamic Lubrication of Spur Gears in Running-in Period[J]. *Tribology*, 2015, 35(5): 573-582.
- [6] 岳鹏, 张玉娟, 张平余, 等. 润滑油纳米添加剂的研究进展[J]. *表面技术*, 2020, 49(9): 19-34.
YUE P, ZHANG Y J, ZHANG P Y, et al. Research Progress of Nanomaterials as Lubricant Oil Additives[J]. *Surface Technology*, 2020, 49(9): 19-34.
- [7] 王伟, 刘焜, 焦明华, 等. 活塞环-缸套液固二相润滑研究[J]. *内燃机学报*, 2005, 23(2): 176-181.
- WANG W, LIU K, JIAO M H, et al. Investigation of Liquid-Solid Two-Phase Lubrication for Piston Ring-Cylinder Liner[J]. *Transactions of CSICE*, 2005, 23(2): 176-181.
- [8] BOUCHERIT H, BOU-SAÏD B, LAHMAR M. The Effect Solid Particle Lubricant Contamination on the Dynamic Behavior of Compliant Journal Bearings[J]. *Lubrication Science*, 2017, 29(7): 425-439.
- [9] DAL A, SAHIN M, KILIC M. Effects of Geometrical Parameters on Thermohydrodynamic Performance of a Bearing Operating with Nanoparticle Additive Oil[J]. *Industrial Lubrication and Tribology*, 2023, 75(2): 255-262.
- [10] GUNNUANG W, AIUMPORNSIN C, MONGKOLWONGROJN M. Effect of Nanoparticle Additives on Journal Bearing Lubricated with Non-Newtonian Carreau Fluid[J]. *Applied Mechanics and Materials*, 2015, 3911: 137-142.
- [11] GREENWOOD J A, WILLIAMSON J B P. Contact of Nominally Flat Surfaces[J]. *Proceedings of the Royal Society of London Series A Mathematical and Physical Sciences*, 1966, 295: 300-319.
- [12] PULLEN J, WILLIAMSON J B P. On the Plastic Contact of Rough Surfaces[J]. *Proceedings of the Royal Society of London A Mathematical and Physical Sciences*, 1972, 327: 159-173.
- [13] 魏龙, 顾伯勤, 冯飞, 等. 粗糙表面接触模型的研究进展[J]. *润滑与密封*, 2009, 34(7): 112-117.
WEI L, GU B Q, FENG F, et al. Progress of Study on Contact Models of Rough Surfaces[J]. *Lubrication Engineering*, 2009, 34(7): 112-117.
- [14] 李炎, 董庆兵, 罗振涛, 等. 考虑表面形貌的接触应力分析[J]. *表面技术*, 2021, 50(12): 294-302.
LI Y, DONG Q B, LUO Z T, et al. Analysis of Stress Fields at Line Contact with Consideration of Surface Topographies[J]. *Surface Technology*, 2021, 50(12): 294-302.
- [15] 解松霖, 艾延廷, 赵丹, 等. 基于随机过程的三维粗糙表面接触刚度研究[J]. *表面技术*, 2022, 51(9): 326-334.
XIE S L, AI Y T, ZHAO D, et al. Contact Stiffness of Three-Dimensional Rough Surface Based on Stochastic Process[J]. *Surface Technology*, 2022, 51(9): 326-334.
- [16] 王娜, 杨胜强, 赵婷婷, 等. 主轴式滚磨光整加工弹塑性接触力修正计算[J]. *表面技术*, 2020, 49(8): 333-341.
WANG N, YANG S Q, ZHAO T T, et al. Correction Calculation on Elasto-Plastic Contact Force of Spindle Barrel Finishing[J]. *Surface Technology*, 2020, 49(8): 333-341.
- [17] 周江敏, 刘晓玲, 李栋, 等. 接触表面性质对圆柱滚子轴承混合润滑的影响[J]. *表面技术*, 2019, 48(12): 174-181.
ZHOU J M, LIU X L, LI D, et al. Effect of Contact Surface Properties on Mixed Lubrication in Cylindrical Roller Bearings[J]. *Surface Technology*, 2019, 48(12): 174-181.

(下转第 108 页)

- HUANG H P, JIE X H, ZHENG K H, et al. Effect of Binder Concentration on Microstructure and Corrosion Resistance of Al-Based Phosphate Coatings[J]. Paint & Coatings Industry, 2020, 50(6): 34-39.
- [22] 王云鹏, 李淑琴, 陈小虎, 等. 含铝磷酸盐防腐涂层的制备与性能[J]. 机械工程材料, 2016, 40(10): 42-45.
- WANG Y P, LI S Q, CHEN X H, et al. Preparation and Property of Anti-Corrosion Aluminum Containing Phosphate Coating[J]. Materials for Mechanical Engineering, 2016, 40(10): 42-45.
- [23] 刘灿灿, 陈磊, 周健松, 等. 石墨-磷酸铝铬润滑涂层的制备及其摩擦学性能[J]. 中国表面工程, 2013, 26(5): 96-102.
- LIU C C, CHEN L, ZHOU J S, et al. Preparation and Tribological Behaviors of Graphite-Phosphate Solid Lubricating Coatings[J]. China Surface Engineering, 2013, 26(5): 96-102.
- [24] JIA Y L, CHEN L, FENG X Z, et al. Tribological Behavior of Molybdenum Disulfide Bonded Solid Lubricating Coatings Cured with Organosiloxane-Modified Phosphate Binder[J]. RSC Advances, 2015, 5(85): 69606-69615.
- [25] JIA Y L, WAN H Q, CHEN L, et al. Effects of Phosphate Binder on the Lubricity and Wear Resistance of Graphite Coating at Elevated Temperatures[J]. Surface and Coatings Technology, 2017, 315: 490-497.
-
- (上接第 87 页)
- [18] LI T Y, LU X Q, ZOU D Q, et al. Frictional Behaviors in Piston Ring-Cylinder Liner System of Diesel Engine with Solid Particles Considered[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology, 2019, 233(9): 1345-1360.
- [19] 温诗铸, 杨沛然. 弹性流体动力润滑: 清华大学学术专著[M]. 北京: 清华大学出版社, 1992: 5-6.
- WEN S Z, YANG P R. Elastohydrodynamic Lubrication: Tsinghua University's Academic Monograph[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1992: 5-6.
- [20] 王伟, 焦明华, 刘焜. 固相特性对液-固二相热流体润滑的影响研究[C]// 2006 全国摩擦学学术会议论文集(一), 2006: 4.
- WANG W, JIAO M H, LIU K. Effects of Solid Properties on Thermal Liquid-Solid Lubrication[C]// Proceedings of 2006 National Tribology Academic Conference (1), 2006: 4.
- [21] LUU T K. Upscaling Approach to the Rheological Behavior of a Suspension of Particles in a Yield Stress Fluid[D]. Paris: Ecole des Ponts ParisTech, 2009: 27-29.
- [22] SOLGHAR A A. Investigation of Nanoparticle Additive Impacts on Thermohydrodynamic Characteristics of Journal Bearings[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology, 2015, 229(10): 1176-1186.
- [23] MAXWELL GARNETT J C, LARMOR J. Colours in Metal Glasses and in Metallic Films[J]. Proceedings of the Royal Society of London, 1904, 73: 443-445.
- [24] KOGUT L, ETSION I. Elastic-Plastic Contact Analysis of a Sphere and a Rigid Flat[J]. Journal of Applied Mechanics, 2002, 69(5): 657-662.
- [25] 杨沛然. 流体润滑数值分析[M]. 北京: 国防工业出版社, 1998: 60-94.
- YANG P R. Numerical Analysis of Fluid Lubrication[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1998: 60-94.
- [26] 郭峰. 椭圆接触微观热弹性流体动力润滑求解的多重网格算法研究[D]. 青岛: 青岛建筑工程学院, 1998: 30-31.
- GUO F. Research on Multi-Grid Algorithm for Micro-Thermoelastic Hydrodynamic Lubrication of Elliptic Contact[D]. Qingdao: Qingdao College of Architecture and Engineering, 1998: 30-31.
- [27] DOWSON D, HIGGINSON G R. Elasto-Hydrodynamic Lubrication[M]. Oxford: Pergamon Press, 1977: 64-85.
- [28] 胡东, 郭智威, 袁成清. 泥沙颗粒对 UHMWPE 材料水润滑性能的影响规律[J]. 船舶工程, 2019, 41(7): 98-104.
- HU D, GUO Z W, YUAN C Q. Influence of Sand Particles on Water Lubrication of UHMWPE Material[J]. Ship Engineering, 2019, 41(7): 98-104.