

表面强化技术

基于分布位错法对涂层裂纹力学行为的研究

吴金波, 孙奇, 江晓禹*

(西南交通大学 力学与航空航天学院, 成都 610031)

摘要: **目的** 在单轴拉伸载荷下, 用理论方法求解弹性涂层中裂纹的力学性质和相互影响。**方法** 根据叠加原理, 将问题分为 2 个子问题, 使用分布位错原理求解裂纹问题, 将裂纹建模为沿裂纹线分布的位错阵列, 叠加后使用数值求解方法进行求解。**结果** 得到了不同涂层模量、不同裂纹长度下表面裂纹尖端的应力强度因子 (SIF) 和涂层界面应力。涂层与基底模量相差越大, 表面裂纹越长, 其界面应力越大。计算了不同方位下的微裂纹对表面裂纹的影响, 给出了 60° 倾角微裂纹、 $2l/h=0.2$ 和 $2l/h=0.04$ 表面裂纹以及 $2a/h=0.01$ 和 $2a/h=0.018$ 表面裂纹的影响区域。分析了涂层内部倾斜裂纹对表面裂纹应力强度因子和扩展角的影响。内部倾斜裂纹尖端对表面裂纹尖端的等效应力强度因子 (ESIF) 有增强作用, 两侧有减弱作用。**结论** 较硬涂层对表面裂纹的扩展有增强作用, 裂纹越长, 受涂层模量对其应力强度因子的影响越大。微裂纹对表面裂纹的影响跟微裂纹位置、方向、长度和表面裂纹长度有关。表面裂纹附近的倾斜裂纹对表面裂纹的扩展具有吸引作用。

关键词: 涂层裂纹; 分布位错; 应力强度因子; 界面应力; 扩展方向

中图分类号: TG174.4 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-3660(2024)07-0171-09

DOI: 10.16490/j.cnki.issn.1001-3660.2024.07.018

Mechanical Behavior of Coating Cracks Based on Distributed Dislocation Method

WU Jinbo, SUN Qi, JIANG Xiaoyu*

(School of Mechanics and Aerospace Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

ABSTRACT: In the preparation of coating materials, defects such as pores and microcracks are often produced in the coating and the interface, and the propagation of cracks in the coating is a way of coating failure. In this paper, the mechanical properties and interaction of surface cracks and inner cracks in elastic coatings under uniaxial tensile load are solved theoretically. The method is also suitable for multiple cracks. According to the superposition principle, the problem becomes two sub-problems. The distributed dislocation principle was adopted for the crack problem. After superposition, the integral equation was solved by numerical solution method, and the dislocation density function was solved. The stress intensity factor (SIF) at the crack tip was calculated by interpolation method, and the propagation direction of the crack was calculated by maximum circumferential stress theory. The stress field of the model was obtained by substituting the dislocation density function back into the integral equation under global coordinates. The method was verified by setting

收稿日期: 2023-04-11; 修订日期: 2023-08-10

Received: 2023-04-11; Revised: 2023-08-10

基金项目: 国家自然科学基金 (11472230)

Fund: The National Natural Science Foundation of China (11472230)

引文格式: 吴金波, 孙奇, 江晓禹. 基于分布位错法对涂层裂纹力学行为的研究[J]. 表面技术, 2024, 53(7): 171-179.

WU Jinbo, SUN Q, JIANG Xiaoyu. Mechanical Behavior of Coating Cracks Based on Distributed Dislocation Method[J]. Surface Technology, 2024, 53(7): 171-179.

*通信作者 (Corresponding author)

the same modulus of the coating and the substrate and degrading the model to an infinite semi-planar sub-surface crack problem.

The SIF at the surface crack tip and the stress at the coating interface were calculated under different coating moduli and crack lengths. The effect of the microcrack on the SIF of the surface crack tip at any point was calculated, and the affecting zones of the microcrack with 60° inclination angle, the surface crack with $2l/h=0.2$ and $2l/h=0.04$, and the microcrack with $2a/h=0.01$ and $2a/h=0.018$ were given. Finally, the effect of the inner inclined crack on the SIF and the propagation direction of the surface crack tip were analyzed, and the possible propagation direction of the surface crack was given.

According to the data analysis, the SIF of the surface crack tip at the coating harder than the substrate was larger, which enhanced the crack propagation, and that at the coating softer than the substrate was opposite. The longer the surface crack was, the greater the effect of the coating modulus on the SIF was. In the region below the surface crack of the soft coating and on both sides of the hard coating, the interfacial crack was easier to initiate. The larger difference between the moduli of the coating and the substrate, the longer the surface crack, the easier crack initiation at the interface, and the surface micro-crack had little effect on the interface. The effect of microcracks on the surface cracks was mainly concentrated in the two similar butterfly wing regions above and below the surface crack tip. The inclined microcrack made the affecting zone decrease and rotate, while the short surface crack and relatively long microcrack had a large affecting zone. The inner inclined crack tip enhanced the equivalent stress intensity factor (ESIF) of the surface crack tip, while the crack of two sides weakened the ESIF of the surface crack tip. In conclusion, the inner crack on both sides of the surface crack has an attractive effect on the propagation of the surface crack. When the internal crack is located below the surface crack, the propagation angle points to the crack plane. When the crack on the surface of the coating continues to expand, it is easier to form intersection with the crack on the left side and the lower side.

KEY WORDS: coating crack; distributed dislocation; stress intensity factor; interfacial stress; propagation direction

在涂层材料的制备中,常常会在涂层和界面处产生孔隙、微裂纹等缺陷。当材料受载后,材料内部的孔隙会受到应力集中,并产生裂纹,微裂纹长大汇合,使材料发生断裂^[1-3]。涂层材料常用作表面防护,根据涂层的作用和经受载荷不同,涂层会产生表面裂纹、内部裂纹和界面裂纹,裂纹扩展而造成涂层剥离,对内部材料产生损伤^[4-5]。

涂层材料是应用广泛的新型材料,它能明显提高基体材料的寿命,有效降低生产成本^[6]。涂层失效和剥离是涂层材料使用中常见的问题,许多学者为了延长材料寿命,对涂层裂纹进行了研究。Comninou 等^[7]使用分布位错法,研究了在从零开始并单调递增的剪切和拉伸载荷下,接触区中的摩擦对具有接触区的界面裂纹产生的影响,以及剪切压缩加载下,半空间上结合一层不同材料的弹性层中的界面裂纹问题。Kelly 等^[8-9]研究了弹性层中或弹性基底中任意取向的刃位错产生的应力场,并使用分布位错法计算了在不同载荷下弹性层中单条裂纹的扩展问题。Lu 等^[10]研究了在裂纹表面上的集中力或均匀载荷下的亚界面裂纹问题。Zhuang 等^[3]对平行于涂层和半无限基底之间黏结平面界面的裂纹进行了弹塑性分析,通过连续分布位错模拟亚界面裂纹,采用混合模式 Dugdale 模型研究了塑性区尺寸和裂纹尖端张开位移。Thouless^[5]综述了不同涂层失效的机制,他认为 K_I 影响薄层或基材中裂

纹的扩展,剥离通常发生在剪切和法向应力都在断裂过程中起作用的混合模式条件下。Gong 等^[11-12]采用线性弹性断裂力学和有限元方法分析了多层介质中由于刚性粗糙表面滑动引起的表面裂纹,以及层状介质与刚性粗糙表面滑动接触的接触疲劳。Khanna 等^[13]考虑了由完全黏结的各向同性弹性层组成的一般多层复合材料,并给出了由界面刃错位引起的弹性场的解。Zhang 等^[14]使用分布位错技术,建立了一个分析模型,研究了锂离子电池中双层电极在恒电流嵌入和脱嵌下的断裂行为。赵华等^[15]采用有限元方法对三维 TiN 涂层裂纹在弹性球循环挤压和滑动接触状态下进行了弹塑性研究。赵凯等^[16]采用有限元模拟研究了热障涂层表面裂纹和界面裂纹问题。李帅等^[17]研究了热障涂层界面的应力分布和裂纹扩展行为。白清顺等^[2]使用 ABAQUS 对单向拉伸载荷下含有涂层内部微裂纹和界面裂纹的 CVD 金刚石涂层进行了有限元仿真。分布位错法是断裂力学中极为有效的方法之一^[18],只要得出单个位错的应力场,便可以快速准确地将裂纹建模为对应的位错阵列,并通过满足裂纹面无牵引条件来确定位错密度函数。分布位错法作为一种研究裂纹问题的理论方法,在求解问题的数值解方面具有自己的优势,目前仍被大量用于研究复杂的裂纹问题和位错问题。

使用分布位错法研究表面涂层材料的 2 条裂纹

及裂纹之间的相互影响问题,是目前对涂层材料研究比较重要的内容。但目前该问题的研究大多只是特殊位置上的单条裂纹,如垂直界面、平行于界面或仅有界面裂纹,在不同载荷下或在裂纹面直接施加载荷的情况下裂纹的力学行为。本文的研究将分布位错法进一步叠加使用,可以用来研究多条裂纹相互的影响,为涂层材料中多条裂纹之间相互影响提供了理论方法。对易于产生的表面裂纹和内部裂纹进行了力学行为分析。本文重点研究了单轴拉伸载荷下,涂层表面裂纹和内部裂纹之间的相互影响,计算了裂纹相关力学参量,分析了表面裂纹对界面处应力的影响,涂层内部微裂纹对表面裂纹的影响,涂层内部倾斜裂纹对表面裂纹 K 因子和扩展角的影响。

1 理论求解

1.1 涂层材料含表面裂纹和内部裂纹问题

利用叠加原理和分布位错法可将图 1 的裂纹问题转化为图 2 所示的 2 个子问题^[19]: 1) 在一个含有涂层的半无限大基底上,没有外载荷作用,涂层内部含有 2 列连续分布的刃位错; 2) 在一个含有涂层的半无限大基底上,没有裂纹和位错,仅有远场拉伸载荷作用。理论计算公式如式 (1) 所示。

$$\sigma_{ij}(x, y) = \tilde{\sigma}_{ij}(x, y) + \bar{\sigma}_{ij}(x, y), \quad ij = xx, xy, yy \quad (1)$$

式中: $\sigma_{ij}(x, y)$ 为叠加应力场; $\tilde{\sigma}_{ij}(x, y)$ 为平面受单轴拉伸载荷下的应力场; $\bar{\sigma}_{ij}(x, y)$ 为分布位错产生的应力场; ij 为应力分量。

建立如图 1 所示坐标系, xoy 为主坐标, $x_1o_1y_1$ 和 $x_2o_2y_2$ 分别为裂纹上的坐标,表面裂纹和内部裂纹分别记为裂纹 1 和裂纹 2。涂层厚度为 h ,远场拉伸载荷为 σ_∞ 。表面裂纹与表面垂直,长度为 $2l$,内部裂纹长度为 $2a$ 。裂纹坐标 x_m 轴与 x 轴夹角为 θ_m ,坐标中心到主坐标中心距离为 d_m , d_m 与 x 轴夹角为 α_m ,逆时针方向为正。

1.2 位错密度积分方程

弹性层中任意取向的刃型位错产生应力场公式为^[8-9]:

$$\begin{aligned} \frac{\pi}{A} \bar{\sigma}_{ij}(x, y) = & \frac{b_x}{h} [G_{xij}^{(1)}(x, y, c, d) + G_{xij}^{(2)}(x, y, c, d)] + \\ & \frac{b_y}{h} [G_{yij}^{(1)}(x, y, c, d) + G_{yij}^{(2)}(x, y, c, d)], \\ & ij = xx, xy, yy \end{aligned} \quad (2)$$

其中:

$$\begin{aligned} A = & \frac{2\mu_l(1-\alpha)}{(1+\kappa_l)(1-\beta^2)} = \frac{2\mu_s(1+\alpha)}{(1+\kappa_s)(1-\beta^2)} \\ \alpha = & \frac{\mu_l(\kappa_s+1)-\mu_s(\kappa_l+1)}{\mu_l(\kappa_s+1)+\mu_s(\kappa_l+1)}, \beta = \frac{\mu_l(\kappa_s-1)-\mu_s(\kappa_l-1)}{\mu_l(\kappa_s+1)+\mu_s(\kappa_l+1)} \end{aligned} \quad (3)$$

式中: μ 为剪切模量; κ 为 Kolosov 常数,下标 l 表示涂层, s 表示基底,平面应变状态下, $\kappa=3-4\nu$; ν 为泊松比; α 和 β 为 Dundurs 参数^[20]; b_x 和 b_y 为位错柏格斯矢量在 x 和 y 方向上的分量; c 和 d 分别表示位错的 x 轴和 y 轴坐标; G^* 是位错影响函数,它分为 2 部分,第一个下标与柏格斯矢量的分量对应,后两个下标表示对应的应力分量,具体形式在文献[9]内。

对于任意一个裂纹 m ,内部存在一个位于 $(c_m, 0)$ 的位错($d_m=0$),该位错在坐标系 $x_m o_m y_m$ 上的柏格斯矢量分量为 b_x 和 b_y ,对裂纹 n 上产生的应力用 $\bar{\sigma}_{ij}^{mn}(x_n)$ 表示($y_n=0$):

$$\begin{aligned} \frac{\pi}{A} \bar{\sigma}_{ij}^{mn}(x_n) = & \frac{b_x^m}{h} [G_{x_n ij}^{(1)mn}(x_n, c_m) + G_{x_n ij}^{(2)mn}(x_n, c_m)] + \\ & \frac{b_y^m}{h} [G_{y_n ij}^{(1)mn}(x_n, c_m) + G_{y_n ij}^{(2)mn}(x_n, c_m)], \\ & ij = x_n x_n, x_n y_n, y_n y_n, mn = 11, 12, 21, 22 \end{aligned} \quad (4)$$

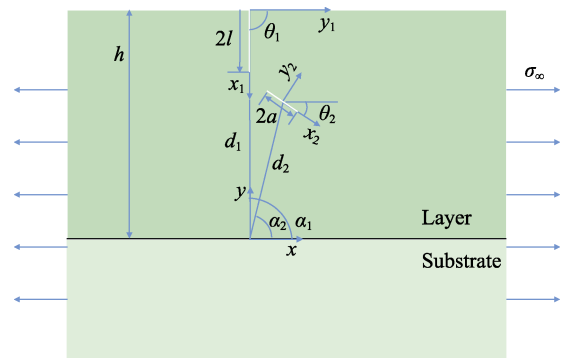


图 1 涂层存在 1 条表面裂纹和 1 条倾斜裂纹
Fig.1 A surface crack and a inclined crack in the coating

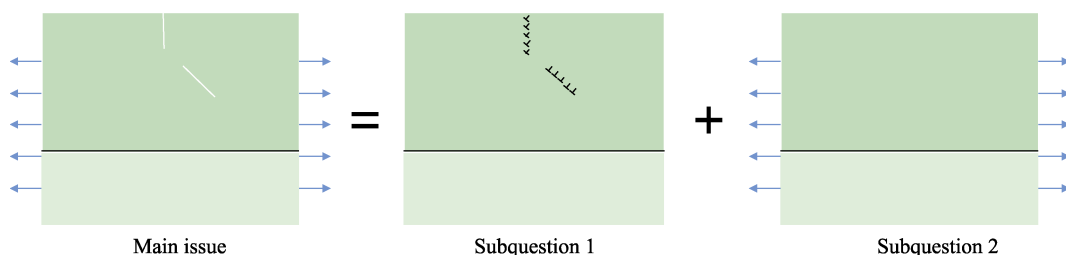


图 2 裂纹问题叠加原理
Fig.2 Superposition principle of crack problem

式中: G^{*mn} 中的 mn 表示 m 裂纹对 n 裂纹的影响函数, 它可以通过替换公式 (2) 中的参量获得。 x 、 c 和伯格矢量通过坐标关系转换, 应力通过莫尔应力圆转换^[19]。

下面将式 (4) 沿裂纹 m 长度对 c_m 进行积分, 所得积分方程即为整个 m 裂纹上位错对 n 裂纹($x_n, 0$)处产生的应力。涂层中仅有 1 条垂直裂纹时, mn 取 11, 裂纹上的应力方程:

$$\frac{\pi}{\Lambda} \bar{\sigma}_{ij}^1(x_1) = \frac{1}{h} \int_0^{2l} B_x^1(c_1) [G_{x_{ij}}^{(1)11}(x_1, c_1) + G_{x_{ij}}^{(2)11}(x_1, c_1)] + B_y^1(c_1) [G_{y_{ij}}^{(1)11}(x_1, c_1) + G_{y_{ij}}^{(2)11}(x_1, c_1)] dc_1, \quad ij = x_1 y_1, y_1 y_1 \quad (5)$$

涂层中存在 2 条裂纹时, 分别将 2 条位错列产生的应力叠加。裂纹 1 和裂纹 2 上的应力方程:

$$\frac{\pi}{\Lambda} \bar{\sigma}_{ij}^p(x_p) = \frac{1}{h} \int_0^{2l} B_x^1(c_1) [G_{x_{ij}}^{(1)1p}(x_p, c_1) + G_{x_{ij}}^{(2)1p}(x_p, c_1)] + B_y^1(c_1) [G_{y_{ij}}^{(1)1p}(x_p, c_1) + G_{y_{ij}}^{(2)1p}(x_p, c_1)] dc_1 + \frac{1}{h} \int_{-a}^a B_x^2(c_2) [G_{x_{ij}}^{(1)2p}(x_p, c_2) + G_{x_{ij}}^{(2)2p}(x_p, c_2)] + B_y^2(c_2) [G_{y_{ij}}^{(1)2p}(x_p, c_2) + G_{y_{ij}}^{(2)2p}(x_p, c_2)] dc_2, \quad ij = x_p y_p, y_p y_p, p = 1, 2 \quad (6)$$

式中: B^* 为位错密度函数; p 为不同裂纹的编号。

式 (1) 为问题 1) 和问题 2) 叠加得到的涂层裂纹问题的应力场, 再通过裂纹面应力条件建立方程。对于张开型裂纹, 裂纹面为自由表面是无应力区, 边界条件为:

$$\bar{\sigma}_{x_1 y_1}^1(x_1) + \bar{\sigma}_{x_1 y_1}^1(x_1) = 0, \bar{\sigma}_{y_1 y_1}^1(x_1) + \bar{\sigma}_{y_1 y_1}^1(x_1) = 0 \quad 0 < x_1 < 2l \quad (7)$$

$$\bar{\sigma}_{x_2 y_2}^2(x_2) + \bar{\sigma}_{x_2 y_2}^2(x_2) = 0, \bar{\sigma}_{y_2 y_2}^2(x_2) + \bar{\sigma}_{y_2 y_2}^2(x_2) = 0 \quad -a < x_1 < a$$

其中:

$$\bar{\sigma}_{x_1 y_1}^1(x_1) = 0, \bar{\sigma}_{y_1 y_1}^1(x_1) = \sigma_\infty$$

$$\bar{\sigma}_{x_2 y_2}^2(x_2) = \frac{1}{2} \sigma_\infty \sin(2\theta_2 + \pi) \quad (8)$$

$$\bar{\sigma}_{y_2 y_2}^2(x_2) = \frac{1}{2} \sigma_\infty + \frac{1}{2} \sigma_\infty \cos(2\theta_2 + \pi)$$

将式 (5) 或 (6) 以及 (8) 代入式 (7), 得到关于 B^* 的积分方程组。当仅有裂纹 1 时, 方程组含有 2 个方程, 2 个未知的 B^* ; 当裂纹 1 和 2 同时存在时, 方程组含有 4 个方程, 4 个未知的 B^* 。2 个问题在理论上都是可以求解的, 但是它们的解析解不易求出, 这里采用数值求解方法—高斯切比雪夫求积法^[18,21-22]。

2 数值求解

首先使用式 (9) 将积分区域 $[0, 2l]$ 和 $[-a, a]$ 归一化为 $[-1, +1]$:

$$x_1 = l(t^1 + 1), c_1 = l(s^1 + 1) \quad (9)$$

$$x_2 = at^2, \quad c_2 = as^2$$

式中: t 和 s 的上标表示裂纹编号。

不同裂纹对应的位错密度函数 B^* 可以写成:

$$B(s) = \omega(s)\phi(s)$$

$$\omega(s^1) = \sqrt{\frac{1+s^1}{1-s^1}}, \omega(s^2) = \frac{1}{\sqrt{1-(s^2)^2}} \quad (10)$$

式中: $\phi(s)$ 是一个未知有界函数; $\omega(s)$ 由位错两端的边界条件确定。在 +1 端奇异, -1 端有界时, 采用 $\omega(s^1)$; 两端均奇异时, 采用 $\omega(s^2)$ 。对于裂纹 1 选择 $\omega(s^1)$, 裂纹 2 选择 $\omega(s^2)$ 。

下面通过高斯切比雪夫求积法将积分方程进行离散。离散积分点为 s_i , 配置点为 t_k , 权重 W_i 根据位错两端的边界条件从文献[18]中得到:

$$s_i^1 = \cos\left(\pi \frac{2i-1}{2N+1}\right), t_k^1 = \cos\left(\pi \frac{2k}{2N+1}\right), W_i^1 = \pi \frac{2(1+s_i^1)}{2N+1},$$

$$i = 1, 2, \dots, N, k = 1, 2, \dots, N \quad (11)$$

$$s_i^2 = \cos\left(\pi \frac{2i-1}{2N}\right), t_k^2 = \cos\left(\pi \frac{k}{N}\right), W_i^2 = \pi \frac{1}{N},$$

$$i = 1, 2, \dots, N, k = 1, 2, \dots, N-1$$

式中: N 表示离散点的个数; W^* 上标表示裂纹编号。

将式 (9)、(11) 代入式 (7) 后的积分方程组离散形式:

$$\frac{-1}{\Lambda} \bar{\sigma}_{ij}^1 = \frac{l}{h} \sum_{i=1}^N W_i^1 \{ \phi_x^1(s_i^1) [G_{x_{ij}}^{(1)11}(t_k^1, s_i^1) + G_{x_{ij}}^{(2)11}(t_k^1, s_i^1)] + \phi_y^1(s_i^1) [G_{y_{ij}}^{(1)11}(t_k^1, s_i^1) + G_{y_{ij}}^{(2)11}(t_k^1, s_i^1)] \}, ij = x_1 y_1, y_1 y_1 \quad (12)$$

$$\frac{-1}{\Lambda} \bar{\sigma}_{ij}^p = \frac{l}{h} \sum_{i=1}^N W_i^1 \{ \phi_x^1(s_i^1) [G_{x_{ij}}^{(1)1p}(t_k^p, s_i^1) + G_{x_{ij}}^{(2)1p}(t_k^p, s_i^1)] + \phi_y^1(s_i^1) [G_{y_{ij}}^{(1)1p}(t_k^p, s_i^1) + G_{y_{ij}}^{(2)1p}(t_k^p, s_i^1)] \} +$$

$$\frac{a}{h} \sum_{i=1}^N W_i^2 \{ \phi_x^2(s_i^2) [G_{x_{ij}}^{(1)2p}(t_k^p, s_i^2) + G_{x_{ij}}^{(2)2p}(t_k^p, s_i^2)] + \phi_y^2(s_i^2) [G_{y_{ij}}^{(1)2p}(t_k^p, s_i^2) + G_{y_{ij}}^{(2)2p}(t_k^p, s_i^2)] \},$$

$$ij = x_p y_p, y_p y_p, p = 1, 2 \quad (13)$$

方程 (12) 为仅有裂纹 1, 方程 (13) 为裂纹 1、2 同时存在。方程 (12) 中有 $2N$ 个方程, $2N$ 个未知数, 方程 (13) 中有 $4N-2$ 个方程, $4N$ 个未知数, 需要补充方程。整个裂纹面上净位错为 0, 可得方程 (14):

$$\sum_{i=1}^N \phi_x^2(s_i^2) = 0, \sum_{i=1}^N \phi_y^2(s_i^2) = 0 \quad (14)$$

编写计算机程序可以很方便地解出方程组中的未知数 ϕ_x^* 、 ϕ_y^* , 根据文献[18]可以找到位错密度函数 $B(s) = \omega(s)\phi(s)$ 的具体形式。式 (15) 给出了 2 种裂纹尖端的 K_I 和 K_{II} ^[9,18]:

$$\begin{aligned}
K_I^1(+1) &= 2A\sqrt{\pi l} \left(\frac{1-\beta^2}{1-\alpha} \right) \phi_y^1(+1), K_{II}^1(+1) = \\
&2A\sqrt{\pi l} \left(\frac{1-\beta^2}{1-\alpha} \right) \phi_x^1(+1) \\
K_I^2(\pm 1) &= \pm A\sqrt{\pi a} \left(\frac{1-\beta^2}{1-\alpha} \right) \phi_y^2(\pm 1), K_{II}^2(\pm 1) = \\
&\pm A\sqrt{\pi a} \left(\frac{1-\beta^2}{1-\alpha} \right) \phi_x^2(\pm 1)
\end{aligned} \quad (15)$$

其中, $\phi_x^*(\pm 1)$ 、 $\phi_y^*(\pm 1)$ 括号内的“ ± 1 ”表示在正或负坐标轴上的裂纹尖端, 端点处的值可由离散点 s_i 通过 Krenk 的插值公式获得^[18,23]:

$$\phi(+1) = M_E(+1) \sum_{i=1}^N \Phi_E(+1) \phi(s_i) \quad (16)$$

$$\phi(-1) = M_E(-1) \sum_{i=1}^N \Phi_E(-1) \phi(s_{N+1-i})$$

A 在式 (3) 中给出, M_E 和 Φ_E 如下:

$$\begin{aligned}
M_E^1(+1) &= \frac{2}{2N+1}, \Phi_E^1(+1) = \cot \left[\frac{2i-1}{2N+1} \frac{\pi}{2} \right] \sin \left[\frac{2i-1}{2N+1} N\pi \right] \\
M_E^2(\pm 1) &= \frac{1}{N}, \Phi_E^2(\pm 1) = \frac{\sin \left[\frac{2i-1}{4N} \pi(2N-1) \right]}{\sin \left[\frac{2i-1}{4N} \pi \right]}
\end{aligned} \quad (17)$$

裂纹扩展速率通常与应力强度因子呈正相关, 对于混合模式的裂纹, 可以采用 K_I 和 K_{II} 的组合来表示等效应力强度因子 K_{eff} ^[24]:

$$K_{\text{eff}} = \sqrt{K_I^2 + 2K_{II}^2} \quad (18)$$

裂纹的扩展方向采用最大周向应力理论来判断, 该理论认为最大周向拉应力强度因子的方向为裂纹扩展方向^[25], 表示为 $\theta_{\text{direction}}$:

$$\theta_{\text{direction}} = 2 \arctan \left[\frac{1}{4} \frac{K_I}{K_{II}} - \frac{K_{II}}{\text{Abs}[K_{II}]} \frac{1}{4} \sqrt{\left(\frac{K_I}{K_{II}} \right)^2 + 8} \right] \quad (19)$$

在使用分布位错法求解出裂纹问题后, 这里给出一个求解裂纹应力场的方法。当保持式 (2) 中 x 、 y 不变, 替换相应的公式中的 c 、 d 和 b_x 和 b_y , 公式即转化为在坐标系 xoy 下位错产生的应力场的公式, 进行相同的积分离散, 代入积分方程组求解出的 ϕ_x 和 ϕ_y , 即可得到 xoy 坐标系下裂纹的应力场。

$$\sigma(x, y) = \bar{\sigma}(x, y) + \bar{\sigma}(c_*, x, y) \quad (20)$$

3 结果验证

将图 1 中涂层模量与基底模量设为同一值, 仅有裂纹 2 存在时, 模型退化为无限大半平面次表面裂纹问题, 使用上述方法进行计算。令裂纹中心到表面距离为 e , 裂纹半长为 a , 裂纹与表面法线夹角为 θ , 取 $e/a=1.1$, 通过文中介绍的理论方法, 先得到满足裂纹

面边界条件的积分方程组, 通过数值对方程组进行高斯切比雪夫求积法的数值求解, 求出未知量 ϕ_x^* 、 ϕ_y^* , 代入式 (15) 可得到 K 因子。不同裂纹角度 θ , 用 $K_* = \sigma_\infty \sqrt{\pi a}$ 进行无量纲化计算结果与现有文献^[18] 结果如图 3 所示。图 3 中线表示文献中的数据, 点表示程序计算得到的数据, K_I 随角度增加而减小, K_{II} 随角度先增大、后减小。

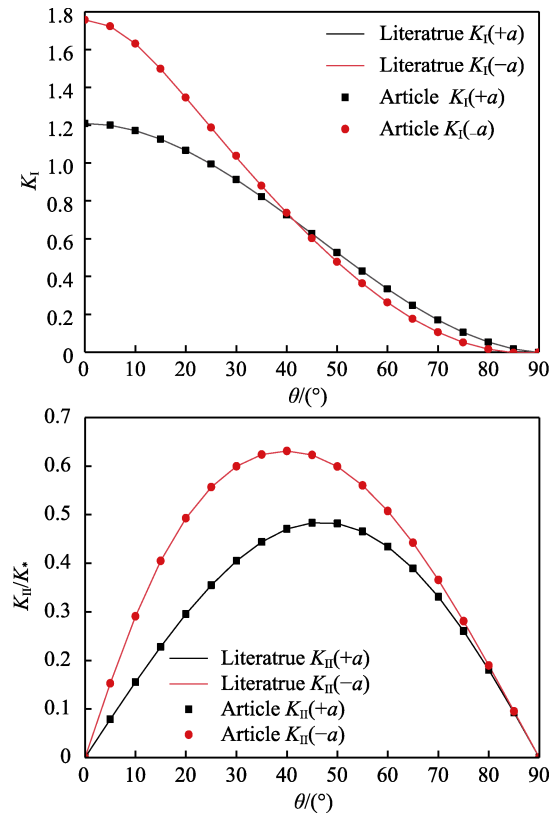


图 3 次表面裂纹问题文献结果与本文计算结果
Fig.3 Results of literature and calculation in this paper on sub-surface crack problem

4 结果与讨论

4.1 涂层中仅有表面直裂纹情况

4.1.1 剪切模量和长度对表面直裂纹尖端 K_I 的影响

对于仅具有表面直裂纹的涂层材料, 固定其基底剪切模量 ($\mu_s=100$ GPa), 在不同裂纹长度 ($2l$) 和涂层剪切模量 (μ_1) 下, 裂纹尖端 K_I 的结果如图 4 所示。在垂直于裂纹面的拉伸载荷下, 长 $2l$ 的边缘直裂纹的应力强度因子 $K_{I0} = 1.12\sigma_\infty \sqrt{2l\pi}$, 用它来将 K_I 无量纲化。 $\mu_1=100$ GPa 时, 模型退化为同种材料, 结果与现有文献^[18] 结果相同。裂纹长度固定, K_I/K_{I0} 随着 μ_1 的增加而增大。当 μ_1 小于 μ_s 时, K_I/K_{I0} 小于 1; 当 μ_1 大于 μ_s 时, K_I/K_{I0} 大于 1。表明比基底硬的涂层裂纹尖端应力更大, 比基底软的涂层裂纹尖端应力更小。

当 μ_1 固定, 随着裂纹长度的增加, K_I/K_{I0} 大小逐渐由 1 开始发散, 当 μ_1 小于 μ_s 时, K_I 随着裂纹长度的增加而减小, μ_1 大于 μ_s 时相反。当需要使用比基底硬的材料作为涂层时, 应当选用断裂韧性较大的材料, 以防止裂纹扩展。

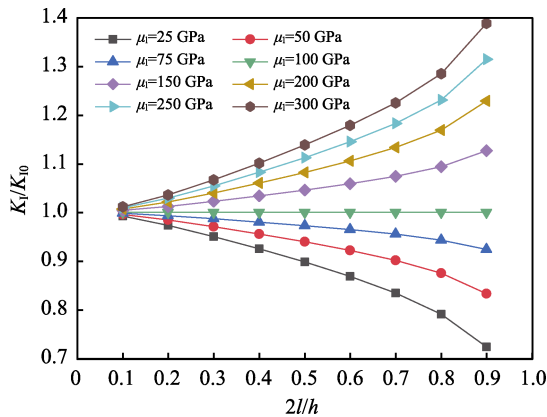


图4 不同裂纹长度和涂层模量对 K_I 的影响
Fig.4 Effect of crack length and coating modulus on K_I

4.1.2 表面直裂纹对界面处最大拉应力的影响

由于涂层与基底结合处强度较弱, 在受到拉伸载荷下容易在界面处萌生裂纹, 它是由最大拉伸应力引起的 I 型裂纹^[4]。不同裂纹长度和涂层模量对界面处的最大拉应力的影响如图 5 所示, 最大拉应力 σ_1 通过 σ_∞ 进行无量纲化。裂纹位于图 1 中 xoy 坐标系的 y 轴上, 即图 1 中仅有裂纹 1。

由图 5a 可以看出, 在比基底硬的涂层中, σ_1 的最大值在 $x/h=0$ 的两侧, 最小值在 $x/h=0$ 处。随着剪切模量的增大, σ_1 最大值增大, 最小值减小, 当 $\mu_1=300$ GPa 时, 在 $x/h=0$ 附近的 σ_1/σ_∞ 小于 1。在比基底软的涂层中, σ_1 的最大值在 $x/h=0$ 附近, 剪切模量越小, σ_1 的最大值越大。由图 5b 可以看出, 随着裂纹长度的增加, 界面上 σ_1 增加, 变化趋势不变, $2l/h=0.1$ 的

裂纹对界面处的应力几乎没有影响。

综上所述, 在拉伸载荷下, 界面应力达到界面结合强度时, 软涂层表面裂纹的正下方区域和硬涂层的两侧, 界面裂纹将萌生。与基底模量相差越大的涂层界面处, 应力越大, 表面裂纹越长, 涂层界面处应力越大, 越容易萌生裂纹。涂层表面的微裂纹对界面处几乎没有影响, 主要影响在于长裂纹。

4.2 涂层中裂纹对表面直裂纹的影响

4.2.1 涂层内微裂纹对表面裂纹的影响区

单轴拉伸载荷下, 不同裂纹长度、角度下的任意位置 $(x_{\text{micro}}/h, y_{\text{micro}}/h)$ 的一条微裂纹对表面裂纹尖端 K_{eff} 的影响如图 6 所示。 K_{eff} 用对应的每种条件下仅有表面裂纹的 K_{eff}^* 来进行无量纲化, 并且已经去除了微裂纹与主裂纹产生接触的位置的数据。

固定 $\mu_1=200$ GPa、 $\mu_s=100$ GPa、 $2l/h=0.2$ 、 $2a/h=0.01$, 改变微裂纹的角度 θ_2 绘制的无量纲化的 K_I 如图 6a、6b 所示, 图中微裂纹对主裂纹尖端 K_{eff} 的屏蔽区 ($K_{\text{eff}}/K_{\text{eff}}^* < 0.999$) 和增强区 ($K_{\text{eff}}/K_{\text{eff}}^* > 1.001$) 已用轮廓线画出。 $\theta_2=-90^\circ$ 表示微裂纹与表面裂纹平行, 影响区 (轮廓线内的屏蔽区和增强区) 呈现蝴蝶翅膀形状, 并在表面裂纹尖端附近分离。随着 θ_2 增大, 微裂纹与表面裂纹夹角增加, 影响区减小, 并向偏转方向转动。这是由于微裂纹面具有屏蔽作用, 与现有文献[26]对应。保持微裂纹与主裂纹平行, 不同 $2l/h$ 产生的影响如图 6c 所示, 对比图 6a, 影响区面积随着表面裂纹长度的减小而增大, 说明短的表面裂纹受微裂纹的影响更大。图 6d 仅增加了微裂纹长度, 对比图 6a, 影响区明显增大。图 6c 中 l 缩短为图 6a 的 1/5, 图 6d 中 a 增加为图 6a 的 1.8 倍, 图 6d 中影响区的变化更大, 表明微裂纹长度的变化要比表面裂纹长度的变化对影响区面积的影响更大。

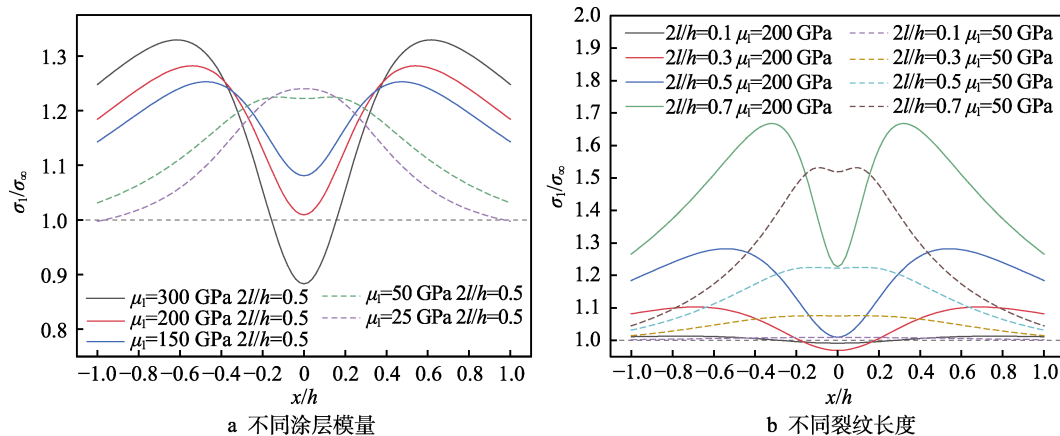


图5 裂纹长度和涂层模量对界面处应力的影响

Fig.5 Effect of crack length and coating modulus on stress at interface: a) different coating moduli; b) different crack lengths

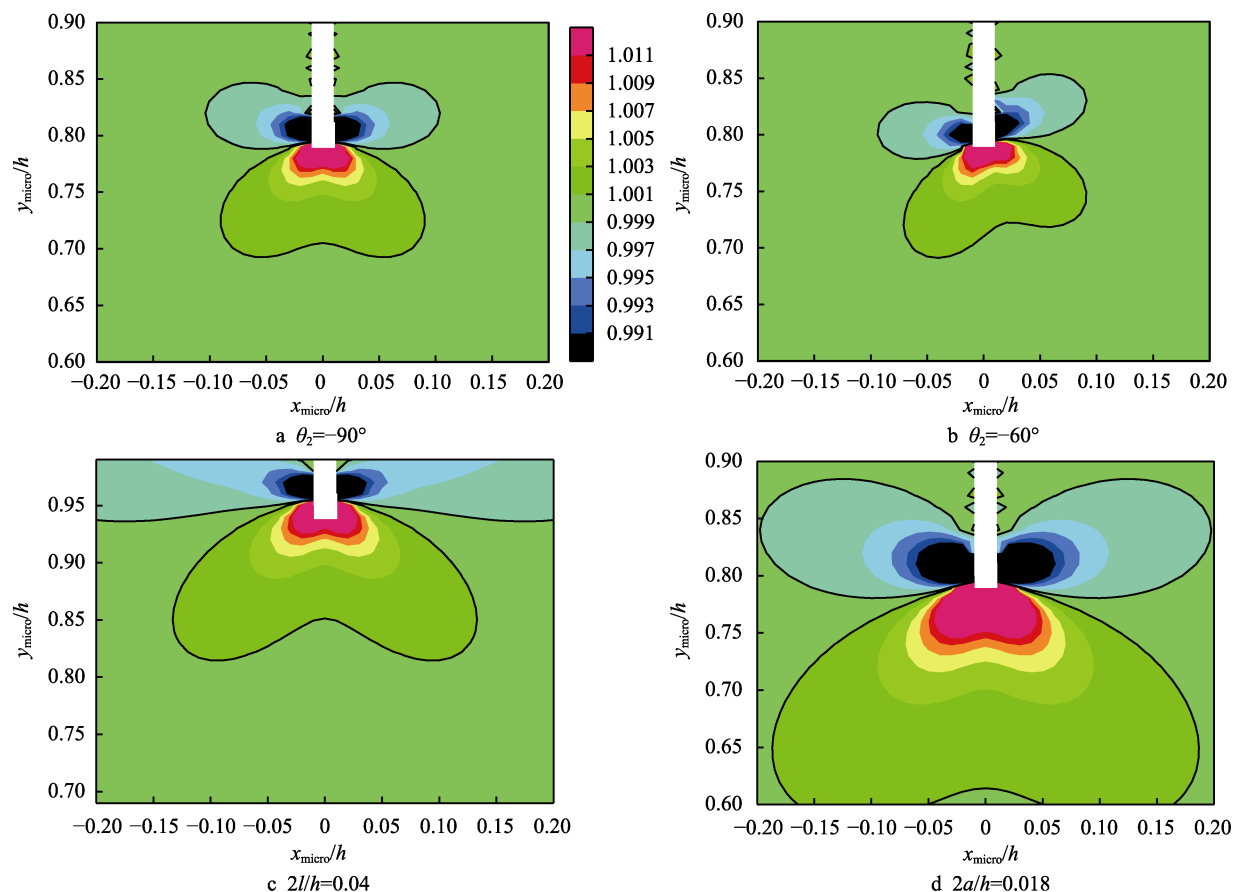


图 6 不同位置微裂纹对表面裂纹尖端 K_{eff} 产生的影响
Fig.6 Effect of microcrack at different positions on K_{eff} of surface crack tip

上述结果表明, 涂层中微裂纹对表面裂纹影响主要集中在表面裂纹尖端上下 2 个近似蝴蝶翅膀区域内, 该区域的位置和大小会随着微裂纹的指向有所偏转和改变, 短的表面裂纹和相对较长的微裂纹会有较大的影响区。

4.2.2 涂层内部倾斜裂纹对表面直裂纹的影响

涂层材料受载后, 其内部容易产生较长的倾斜裂纹。固定表面裂纹长度 $2l/h=0.2$, 内部裂纹 $2a/h=0.2$ 、

$\theta_2 = -45^\circ$, K_{eff} 用裂纹 2 (内部裂纹) 不存在时裂纹 1 (表面裂纹) 的等效应力强度因子 K_{eff}^* 来无量纲化, 改变 2 裂纹中心位置 (用整体坐标 x, y 表示), 分别取 $y/h=0.35, 0.45, 0.55, 0.65$, $x/h \in [-0.5, 0.5]$, 对裂纹 1 产生的影响如图 7 所示。

从图 7 可以看出, 改变 μ_1 对裂纹 1 尖端 K_{eff} 和扩展角的变化规律没有影响。 y/h 减小, 也就是 2 条裂纹距离变远时, 影响逐渐减弱。图 7a 中 $y/h=0.65$ 曲

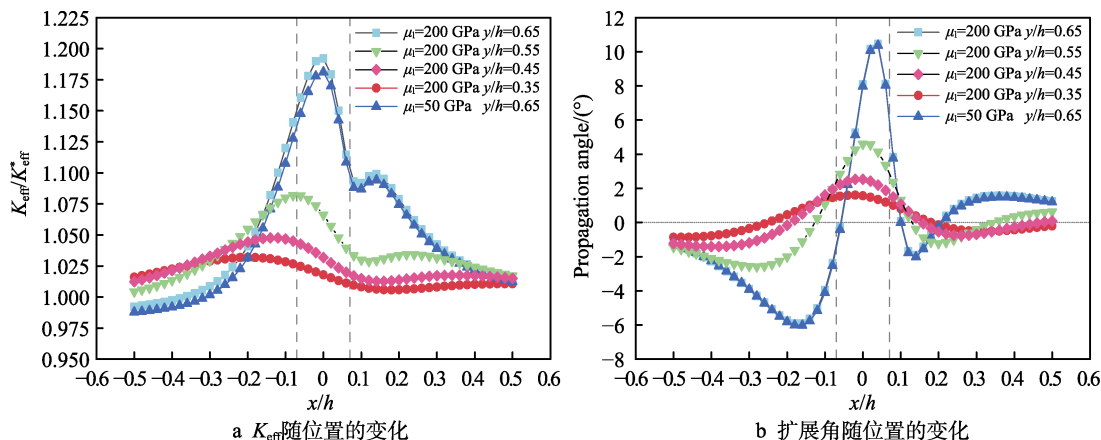


图 7 内部裂纹对表面裂纹 K_{eff} 和扩展角产生的影响
Fig.7 Effect of internal crack on surface crack K_{eff} and propagation angle: a) change of K_{eff} with position; b) change of propagation angle with position

线显示了裂纹1尖端 K_{eff} 随裂纹2位置变化的规律, 虚线表示裂纹2的某一尖端恰好在裂纹1正下方时裂纹中心位置。当裂纹2中心在裂纹1右方, x/h 为正时, $K_{\text{eff}}/K_{\text{eff}}^*$ 均大于1, 并且随着 x/h 减小逐渐上升, 在 $x/h=0.08$ 附近有一次下降之后继续上升。当 $x/h=0$ 时 $K_{\text{eff}}/K_{\text{eff}}^*$ 取得最大值1.20, 之后逐渐下降, 在 $-0.38 \sim -0.5$, $K_{\text{eff}}/K_{\text{eff}}^*$ 小于1, 其余均大于1, 这种变化与涂层中倾斜裂纹的应力场分布有关。图7b中 $y/h=0.65$ 曲线显示了裂纹1扩展角随着裂纹2位置改变的变化趋势, 裂纹1尖端指向方向为 0° , 逆时针方向为正。当裂纹2完全位于裂纹1尖端左侧时, 扩展角为负。当位于裂纹1下方时, 扩展角为正, 并在 $x/h=0$ 取得最大值。当裂纹2位于裂纹尖端右侧时, 扩展角随着 x/h 的增加先减小、后上升, 在 $0.1 \sim 0.2$ 为负。在 $2a/h=0.06$ 、 0.03 的情况下, 表面裂纹的扩展方向如图8所示。 a 的减小使相应位置扩展角减小, 扩展角曲线变化规律不变, 主要原因是裂纹2长度的减小和裂纹尖端的距离的增加, 裂纹之间的相互影响减小。

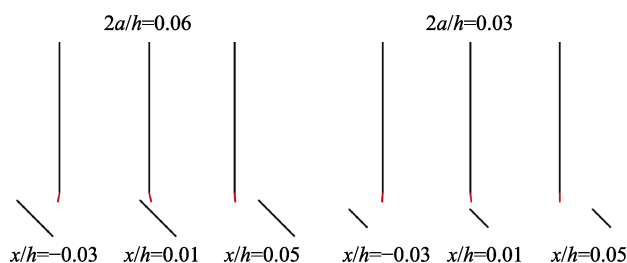


图8 表面裂纹可能扩展方向

Fig.8 Possible direction of surface crack propagation

由此可见, 内部倾斜裂纹尖端对表面裂纹尖端 K_{eff} 有增强作用, 越靠近增强作用越明显, 倾斜裂纹两侧对表面裂纹尖端 K_{eff} 有减弱作用。位于表面裂纹两侧的内部裂纹对表面裂纹的扩展具有吸引作用, 当内部裂纹位于表面裂纹下部时, 扩展角指向裂纹面。当涂层表面裂纹继续扩展时, 更容易与左侧裂纹和下侧裂纹面形成交汇, 形成分叉裂纹, 进而造成涂层失效。

5 结论

本文通过分布位错方法得到了半无限大平面上弹性涂层中表面裂纹和内部裂纹的理论解, 分析了界面应力和内部裂纹对表面裂纹的影响, 得出以下结论。

1) 硬涂层中表面裂纹的 K 因子会变大, 裂纹易扩展, 而软涂层中的表面裂纹会出现相反的结果。同种材料下表面裂纹越长, 对 K 因子的影响越大。软硬涂层界面裂纹萌生位置不同, 与基底模量相差越大的涂层和表面裂纹越长的涂层其界面处越容易萌生裂纹, 涂层表面的微裂纹对界面处几乎没有影响。

2) 涂层中微裂纹对表面裂纹影响主要集中在表面裂纹尖端上下2个近似蝴蝶翅膀区域内, 该区域的位置和大小会随着微裂纹的指向有所偏转和改变, 短的表面裂纹和相对较长的微裂纹会有较大的影响区。

3) 涂层内部倾斜裂纹尖端对表面裂纹尖端 K_{eff} 有增强作用, 倾斜裂纹两侧对表面裂纹尖端 K_{eff} 有减弱作用。位于表面裂纹两侧的倾斜裂纹和下方的倾斜裂纹面对表面裂纹的扩展具有吸引作用, 导致表面裂纹容易与内部裂纹形成汇合。

参考文献:

- [1] AN K, CHEN L X, YAN X B, et al. Fracture Behavior of Diamond Films Deposited by DC Arc Plasma Jet CVD[J]. *Ceramics International*, 2018, 44(11): 13402-13408.
- [2] 白清顺, 张亚博, 王永旭, 等. 微裂纹缺陷对CVD金刚石涂层微刀具损伤失效的影响研究[J]. *表面技术*, 2021, 50(2): 355-362.
- [3] BAI Q S, ZHANG Y B, WANG Y X, et al. Effect of Micro-Crack Defects on Damage and Failure of CVD Diamond Coating Micro-Tools[J]. *Surface Technology*, 2021, 50(2): 355-362.
- [4] ZHUANG J, YI D K, XIAO Z M. Elastic-Plastic Analysis of a Sub-Interface Crack in a Coating-Substrate Composite[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2013, 50(2): 414-422.
- [5] 冯剑军, 薛雷, 刘芬, 等. TiN 涂层中表面裂纹产生的机理研究[J]. *机械科学与技术*, 2016, 35(7): 1125-1132.
- [6] FENG J J, XUE L, LIU F, et al. Study on Mechanism of Surface Cracks in TiN Coating[J]. *Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering*, 2016, 35(7): 1125-1132.
- [7] THOULESS M D. Cracking and Delamination of Coatings[J]. *Journal of Vacuum Science & Technology A: Vacuum, Surfaces, and Films*, 1991, 9(4): 2510-2515.
- [8] JAHANMIR S, ABRAHAMSON E P II, SUH N P. Sliding Wear Resistance of Metallic Coated Surfaces[J]. *Wear*, 1976, 40(1): 75-84.
- [9] COMNINOU M, DUNDURS J. Effect of Friction on the Interface Crack Loaded in Shear[J]. *Journal of Elasticity*, 1980, 10(2): 203-212.
- [10] KELLY P A, O'CONNOR J J, HILLS D A. The Stress Field Due to a Dislocation in Layered Media[J]. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 1995, 28(3): 530-534.
- [11] KELLY P A, O'CONNOR J J. Transmission of Rapidly Applied Loads through Articular Cartilage Part 2: Cracked Cartilage[J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part H: Journal of Engineering in Medi-*

- cine, 1996, 210(1): 39-49.
- [10] LU H, LARDNER T J. Mechanics of Subinterface Cracks in Layered Material[J]. International Journal of Solids and Structures, 1992, 29(6): 669-688.
- [11] GONG Z Q, KOMVOPOULOS K. Surface Cracking in Elastic-Plastic Multi-Layered Media Due to Repeated Sliding Contact[J]. Journal of Tribology, 2004, 126(4): 655-663.
- [12] GONG Z Q, KOMVOPOULOS K. Contact Fatigue Analysis of an Elastic-Plastic Layered Medium with a Surface Crack in Sliding Contact with a Fractal Surface[J]. Journal of Tribology, 2005, 127(3): 503-512.
- [13] KHANNA A, KOTOUSOV A. The Stress Field Due to an Interfacial Edge Dislocation in a Multi-Layered Medium[J]. International Journal of Solids and Structures, 2015, 72: 1-10.
- [14] ZHANG A B, WANG B L, LI G Y, et al. Fracture Analysis of Bi-Layer Electrode in Lithium-Ion Battery Caused by Diffusion-Induced Stress[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2020, 235: 107189.
- [15] 赵华, 孙兵. 表面涂层裂纹的特性分析[J]. 四川大学学报(工程科学版), 2007, 39(6): 50-54.
ZHAO H, SUN B. The Analysis of Surface Coating Cracks[J]. Journal of Sichuan University (Engineering Science Edition), 2007, 39(6): 50-54.
- [16] 赵凯, 陈智, 贾文斌, 等. 热载荷下热障涂层表面裂纹-界面裂纹的相互作用[J]. 航空发动机, 2021, 47(1): 96-102.
ZHAO K, CHEN Z, JIA W B, et al. Interaction between Surface Crack and Interface Crack in Thermal Barrier Coatings under Thermal Load[J]. Aeroengine, 2021, 47(1): 96-102.
- [17] 李帅, 底月兰, 王海斗, 等. 热障涂层 TGO 界面应力分布及裂纹扩展行为的研究进展[J]. 表面技术, 2021, 50(6): 138-147.
LI S, DI Y L, WANG H D, et al. Progress on Stress Distribution and Crack Propagation Behavior at the TGO Interfaces of Thermal Barrier Coatings[J]. Surface Technology, 2021, 50(6): 138-147.
- [18] HILLS D A, KELLY P A, DAI D N, et al. Solution of Crack Problems: The Distributed Dislocation Technique[J]. Journal of Applied Mechanics, 1998, 65(2): 548.
- [19] 李孝滔. 材料缺陷对裂纹扩展行为的影响[D]. 成都: 西南交通大学, 2020.
LI X T. Effect of Defects in Materials on the Behaviors of Crack Growth[D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2020.
- [20] DUNDURS J. Effect of Elastic Constants on Stress in a Composite under Plane Deformation[J]. Journal of Composite Materials, 1967, 1(3): 310-322.
- [21] ERDOGAN F, GUPTA G D, COOK T S. Methods of Analysis and Solutions of Crack Problems[M]. Dordrecht: Springer, 1973: 368-425.
- [22] KAYA A C, ERDOGAN F. On the Solution of Integral Equations with Strongly Singular Kernels[J]. Quarterly of Applied Mathematics, 1987, 45(1): 105-122.
- [23] KRENK S. On the Use of the Interpolation Polynomial for Solutions of Singular Integral Equations[J]. Quarterly of Applied Mathematics, 1975, 32(4): 479-484.
- [24] LUCHT T. Finite Element Analysis of Three Dimensional Crack Growth by the Use of a Boundary Element Sub Model[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2009, 76(14): 2148-2162.
- [25] 刘倩. 改进的扩展有限元方法及其在多孔生物陶瓷中的裂纹扩展行为研究[D]. 天津: 天津大学, 2012.
LIU Q. Improvement and Implementation of the Extended Finite Element Method on Abaqus and Application on Bioceramics[D]. Tianjin: Tianjin University, 2012.
- [26] LI X T, JIANG X Y. Effect of a Micro-Crack on the Edge Macro-Crack Propagation Rate and Path under Mixed Loads[J]. Acta Mechanica Solida Sinica, 2019, 32(4): 517-532.