

# 慢刀伺服车削刀具补偿算法优化

郭航言<sup>1</sup>, 康敏<sup>1,2</sup>, 周玮<sup>1</sup>

(1.南京农业大学 工学院, 南京 210031; 2.江苏省智能化农业装备重点实验室, 南京 210031)

**摘要:** **目的** 优化刀具补偿算法, 从而提高复杂曲面慢刀伺服车削加工的表面质量。**方法** 针对法向补偿算法容易导致  $X$  轴动态性能降低以及  $Z$  向补偿算法存在较大插值误差等问题, 提出了一种基于坐标变换的几何补偿算法。通过坐标变换提高求解精度并简化算法, 利用几何变换关系将  $X$  轴的补偿分量集中于  $Z$  轴, 保证  $X$  轴的动态性能, 并降低插值误差。以环曲面为例, 对刀具补偿算法进行仿真分析和试验验证。**结果** 仿真结果显示, 在法向补偿算法下  $X$  轴速度波动较大, 而在本文提出的算法下  $X$  轴可以保持匀速运动; 在刀具补偿环节, 与本文提出的算法相比,  $Z$  向补偿算法产生的插值误差较大, 最大插值误差达到了 0.015 mm 以上。试验结果显示, 在法向补偿算法下环曲面的表面粗糙度值最大 ( $Ra=0.112\ \mu\text{m}$ ), 且远大于  $Z$  向补偿算法和本文提出的算法; 而在  $Z$  向补偿算法和本文提出的算法下, 环曲面的表面粗糙度值相差不大 (分别是  $Ra=0.066\ \mu\text{m}$  和  $Ra=0.062\ \mu\text{m}$ )。在法向补偿算法、 $Z$  向补偿算法和本文提出的算法下得到的  $PV$  值分别为 16.9、13.8、8.8  $\mu\text{m}$ 。**结论** 在保证  $X$  轴动态性能的前提下, 刀具补偿算法对表面粗糙度影响不大。与法向补偿算法和  $Z$  向补偿算法相比, 本文提出的算法将环曲面面型精度分别提高了 92.0%和 56.8%, 说明本文提出的刀具补偿算法可以提高表面加工质量。

**关键词:** 慢刀伺服; 刀具路径; 坐标变换; 几何补偿; 表面粗糙度; 面型精度

**中图分类号:** TG506 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-3660(2022)04-0308-09

**DOI:** 10.16490/j.cnki.issn.1001-3660.2022.04.032

## Optimization of Tool Compensation Algorithm for Slow Tool Servo Turning

GUO Hang-yan<sup>1</sup>, KANG Min<sup>1,2</sup>, ZHOU Wei<sup>1</sup>

(1. College of Engineering, Nanjing Agricultural University, Nanjing 210031, China;

2. Key Laboratory of Intelligence Agricultural Equipment of Jiangsu Province, Nanjing 210031, China)

**ABSTRACT:** In order to improve the surface quality of complex surface in slow tool servo turning, the tool compensation algorithm was optimized. In view of the problems that normal compensation algorithm can easily lead to the decrease of the dynamic performance of  $X$ -axis and large interpolation error in  $Z$ -direction compensation algorithm, a geometric compensation algorithm based on coordinate transformation was proposed in this paper. Coordinate transformation can improve the accuracy

收稿日期: 2021-05-21; 修订日期: 2021-09-25

Received: 2021-05-21; Revised: 2021-09-25

基金项目: 2019 江苏省现代农机装备与技术示范推广项目 (6026A9)

**Fund:** Supported by the Demonstration and Extension Project of Modern Agricultural Machinery Equipment and Technology in Jiangsu Province in 2019 (6026A9)

**作者简介:** 郭航言 (1998—), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为数控加工技术。

**Biography:** GUO Hang-yan (1998—), Male, Postgraduate, Research focus: numerical control processing technology.

**通讯作者:** 康敏 (1965—), 男, 博士, 教授, 主要研究方向为特种加工技术。

**Corresponding author:** KANG Min (1965—), Male, Doctor, Professor, Research focus: special processing technology.

**引文格式:** 郭航言, 康敏, 周玮. 慢刀伺服车削刀具补偿算法优化[J]. 表面技术, 2022, 51(4): 308-316.

GUO Hang-yan, KANG Min, ZHOU Wei. Optimization of Tool Compensation Algorithm for Slow Tool Servo Turning[J]. Surface Technology, 2022, 51(4): 308-316.

of the solution and simplify the algorithm. By using the geometric transformation relationship, the compensation component of  $X$ -axis could be concentrated on the  $Z$ -axis, which not only ensured the dynamic performance of  $X$ -axis, but also reduced the interpolation error. Taking the toric surface as an example, the tool compensation algorithm proposed in this paper was simulated and verified by experiments. The simulation results showed that the velocity of  $X$ -axis fluctuates greatly under the normal compensation algorithm, while the  $X$ -axis can keep uniform motion under the algorithm proposed in this paper. In the tool compensation link, compared with the algorithm proposed in this paper, the interpolation error under  $Z$ -direction compensation algorithm was larger, and the maximum interpolation error was more than 0.015 mm. The experimental results showed that the value of surface roughness of the toric surface was the largest under the normal compensation algorithm ( $Ra=0.112\ \mu\text{m}$ ), which was much larger than that under the  $Z$ -direction compensation algorithm and the algorithm proposed in this paper. However, under the  $Z$ -direction compensation algorithm and the algorithm proposed in this paper, the value of surface roughness of the toric surface was similar ( $Ra=0.066\ \mu\text{m}$  and  $Ra=0.062\ \mu\text{m}$  respectively), which indicates that the tool compensation algorithm has little effect on the surface roughness on the premise of ensuring the dynamic performance of  $X$ -axis. The values of  $PV$  obtained under the normal compensation algorithm, the  $Z$ -direction compensation algorithm and the algorithm proposed in this paper was  $16.9\ \mu\text{m}$ ,  $13.8\ \mu\text{m}$  and  $8.8\ \mu\text{m}$  respectively. Compared with normal compensation algorithm and  $Z$ -direction compensation algorithm, the accuracy of toric surface was improved by 92.0% and 56.8% respectively under the algorithm proposed in this paper, which shows that the tool compensation algorithm proposed in this paper can improve the surface machining quality.

**KEY WORDS:** slow tool servo; tool path; coordinate transformation; geometric compensation; surface roughness; form error

与普通光学曲面相比, 复杂光学曲面具有独特的光学性能, 如简化光学系统、优化成像质量等, 故其应用领域广泛<sup>[1-5]</sup>。例如, 环曲面是一种典型的非球状类复杂光学曲面, 具有较好的光学特性, 可以在 2 个相互垂直的方向上形成不同的屈光度<sup>[6]</sup>。基于这一特性, 环曲面镜片广泛应用于矫正散光<sup>[6-7]</sup>。但是, 传统的车削加工工艺难以满足复杂光学曲面(如环曲面)的质量要求。慢刀伺服车削技术作为新兴的超精密加工方法, 具有较高的加工效率和较好的加工质量, 近年来已经应用于复杂光学曲面的车削加工<sup>[8-12]</sup>。

刀具路径规划是慢刀伺服车削加工的关键技术, 而刀具补偿算法是刀具路径规划的重要环节<sup>[13-15]</sup>。关朝亮<sup>[16]</sup>提出了法向补偿算法, 但该算法会在  $X$  轴上产生不均匀的补偿分量, 因此降低  $X$  轴的动态性能。为提高  $X$  轴的动态性能, 关朝亮<sup>[16]</sup>又提出了保证  $X$  轴稳定偏置的刀具补偿算法, 加工了离轴抛物面和凹球面等。王兴盛<sup>[17]</sup>在法向补偿算法的基础上, 提出了  $Z$  向补偿算法, 保证了  $X$  轴的匀速运动, 但  $Z$  向补偿算法需要插值处理, 存在较大的插值误差, 从而影响表面加工质量。国外, 美国的 PRECITECH 和 MOORE 2 家企业率先研究慢刀伺服车削技术, 其研制的机床采用法向补偿算法, 得到的面型精度达到亚微米级, 表面粗糙度可达纳米级, 但同样存在影响  $X$  轴动态性能的问题<sup>[18]</sup>。美国佛罗里达中心大学引入了 MOORE 企业的机床, 加工出了用于眼镜显示系统的光学元件<sup>[19]</sup>。Khaghani 等<sup>[20]</sup>在  $Z$  向补偿算法的基础上, 利用改进的 NURBS 插值算法进行插值处理, 一定程度上提高了加工精度, 但仍存在较大的插值误差。此外, 目前上述刀具补偿算法多在笛卡尔直角坐

标系下完成刀位点的求解过程<sup>[16-21]</sup>, 会导致求解精度下降和算法过于复杂等问题。

针对上述问题, 本文提出了一种基于坐标变换的几何补偿算法。利用坐标变换, 将刀位点的求解过程从笛卡尔直角坐标系转换到圆柱坐标系, 可以提高求解精度并简化算法。通过几何变换关系计算刀具补偿量, 得到精确的刀位点坐标, 不仅保证了  $X$  轴的动态性能, 而且降低了插值误差, 从而提高复杂曲面的表面加工质量。

## 1 刀具路径规划

以环曲面为例, 对慢刀伺服车削刀具路径规划流程进行说明, 如图 1 所示。首先, 根据环曲面的数学表达式建立相应的三维模型和数学模型, 用于面型分析和刀具路径仿真分析; 然后, 利用刀触点生成算法将环曲面离散为一系列刀触点, 得到相应的刀触点轨迹; 最后, 利用刀具补偿算法求解计算一系列刀位点坐标, 得到相应的刀位点轨迹, 从而获得可以用于数控加工的代码<sup>[17,22]</sup>。

### 1.1 刀触点生成

目前, 常用的刀触点生成方法是等参数生成方法, 包括等角度法和等弧长法 2 种<sup>[16-17,21]</sup>。等角度法的优点是算法简单、编程容易实现; 但缺点是对于直径较大的工件, 工件外圈的刀触点存在较大的离散误差, 而内圈离散误差较小, 导致工件外圈的加工质量相对较差。等弧长法的优点是离散误差受工件直径的影响较小, 基本保持稳定; 但缺点是算法比较复杂,

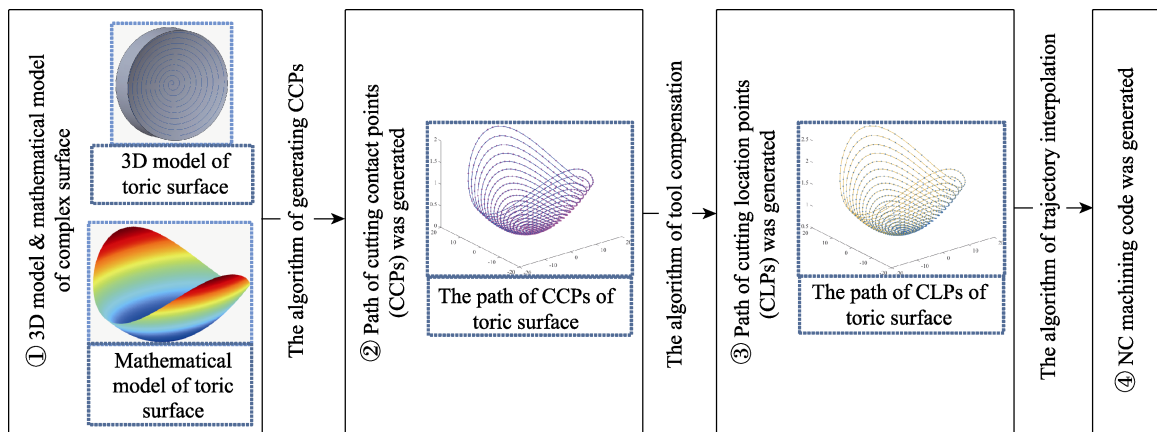


图1 慢刀伺服车削刀具路径规划流程

Fig.1 Flow chart of tool path generation for slow tool servo turning

且无论工件直径较大或较小,工件内圈都会存在较大的离散误差<sup>[16-17,21]</sup>。基于这2种方法的优缺点,对于直径不是很大的工件,多采用等角度法。因此本文提出的算法和开展的试验,均在等角度法的基础上进行。采用等角度法生成的刀触点轨迹方程可用式(1)表示。

$$\begin{cases} x = \frac{a_f}{2\pi} \theta_i \cos \theta_i \\ y = \frac{a_f}{2\pi} \theta_i \sin \theta_i \\ z = f(x, y) \\ \theta_i = (i-1)\Delta\theta \end{cases} \quad (i=1, 2, \dots) \quad (1)$$

式中:  $f(x, y)$  表示复杂曲面方程,  $(x, y, z)$  表示刀触点坐标,  $a_f$  表示进给速度,  $\theta_i$  表示第  $i$  个刀触点到工件圆心的连线与  $X$  轴正向夹角<sup>[17]</sup>,  $\Delta\theta$  表示离散角。

## 1.2 刀具补偿

由于车削所用刀具的刀尖带有圆弧半径,在车削加工中,刀尖与工件的接触点(称为刀触点)并非固定点,而是刀尖圆弧上一系列变化的点,因此需要寻

找一固定点来确定刀具的位置(该固定点称为刀位点),所以需要进行刀具形状补偿<sup>[23-24]</sup>。

### 1.2.1 坐标变换

目前,刀具补偿算法多采用法向补偿算法和  $Z$  向补偿算法<sup>[16-17,21-22]</sup>,这2种补偿算法多在笛卡尔直角坐标系下完成求解,在求解过程中会遇到  $90^\circ$  所在的直线(如图2所示),从而出现以下2类问题(简称  $90^\circ$  问题)<sup>[17,21]</sup>。

1) 上述刀具补偿算法需要在  $XOZ$  平面内完成求解过程,因此需要将截面线上的离散点向  $X$  坐标轴投影<sup>[21]</sup>。图2中,  $L_1'$  表示  $75^\circ$  方向的截面线,  $L_1$  表示  $L_1'$  在  $X$  坐标轴上的投影,  $L_2'$  为  $15^\circ$  方向的截面线,  $L_2$  为  $L_2'$  在  $X$  坐标轴上的投影。可以看出,越靠近  $90^\circ$  的截面线,在  $X$  坐标轴上的投影距离越短( $L_1 < L_2$ )。经过等角度法离散,每条截面线上得到的离散点等量且均匀分布<sup>[21]</sup>,故每条截面线投影到  $X$  坐标轴上的离散点等量且均匀分布( $L_1$  和  $L_2$  上离散点等量且均匀分布),但  $L_1 < L_2$ ,所以  $L_1$  上的离散点过于密集。在计算时,由于舍入误差的存在<sup>[25]</sup>,导致  $L_1$  上过于密集的离散点求解精度相对较差。因此,越靠近  $90^\circ$

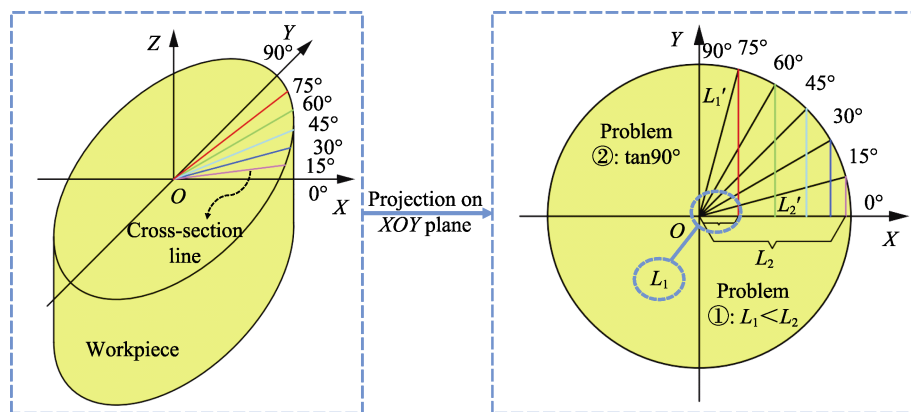


图2 直角坐标系下求解存在的问题

Fig.2 The problems of solving under rectangular coordinate system

的截面线, 离散点的求解精度越差。

2) 在直角坐标系下求解刀位点坐标时, 从公式(2)可以看出, 求解过程中会涉及到计算公式  $y = x \tan \theta_i$ 。当  $\theta_i = 90^\circ$  时, 会导致  $\tan 90^\circ$  (无穷大) 问题出现, 因此公式  $y = x \tan \theta_i$  此时将不再适用, 需要对  $90^\circ$  所在直线重新寻找补偿算法, 最终导致算法过于复杂, 通用性差。

$$\begin{cases} z = f(x, y) \\ y = x \tan \theta_i \end{cases} \quad (2)$$

式中:  $f(x, y)$  表示复杂曲面方程,  $y = x \tan \theta_i$  表示切削平面方程<sup>[17]</sup>,  $\theta_i$  表示第  $i$  个刀触点到工件圆心的连线与  $X$  轴正向夹角。假设第  $i$  个刀触点所在的切削平面为  $\pi_i$ , 对应的角度为  $\theta_i$ 。

针对上述刀具补偿算法存在的  $90^\circ$  问题, 本文提出了坐标系变换方法, 将刀具补偿的求解过程从笛卡尔直角坐标系转换到圆柱坐标系 (如图 3 所示)。在

圆柱坐标系下, 刀具补偿将在  $\rho OZ$  平面内 (同为切削平面) 完成求解, 求解时需将截面线上的离散点向坐标轴  $O\rho$  投影。由极坐标知识可知, 随着  $\theta$  变化, 坐标轴  $O\rho$  也在变化 (当  $\theta = 15^\circ$  时, 坐标轴  $O\rho$  在  $15^\circ$  方向), 故每条截面线都有其对应的坐标轴  $O\rho$ 。因此, 求解时每条截面线上的离散点向对应的坐标轴  $O\rho$  的投影就是其本身。例如,  $L_3$  和  $L_4$  分别为  $15^\circ$  方向和  $75^\circ$  方向的截面线, 这两条截面线上的离散点向对应的坐标轴  $O\rho$  的投影就是其本身。经上述分析, 截面线  $L_3$ 、 $L_4$  与  $L_1$ 、 $L_2$  上离散点等量且均匀分布, 长度越长, 离散点越稀疏。因为  $L_3 = L_4 > L_2 > L_1$ , 所以  $L_3$  和  $L_4$  上的离散点疏密情况相同, 都相对  $L_1$  较稀疏。因此, 经过坐标系变换后, 每条截面线上的离散点分布情况相同且不会过于密集, 解决了越靠近  $90^\circ$  的截面线, 离散点过于密集而导致求解精度越差的问题。

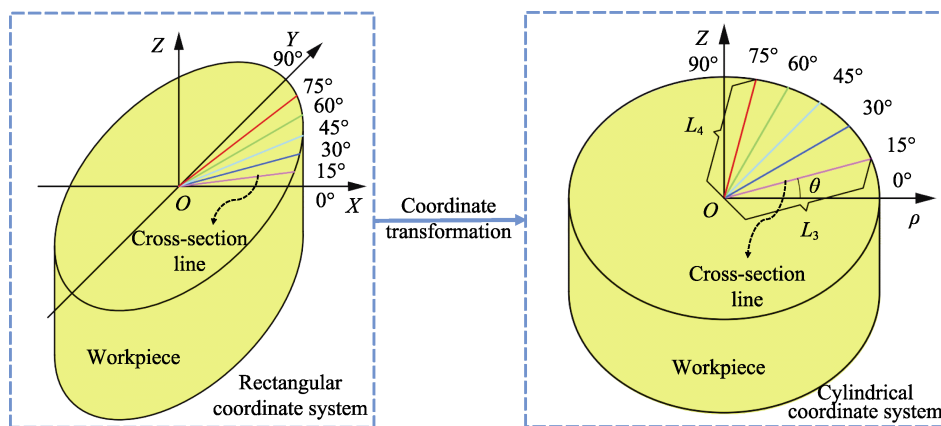


图 3 坐标系变换图

Fig.3 Coordinate transformation diagram

此外, 结合公式(2)和公式(3)可以看出, 经过坐标系变换后, 计算过程中涉及的  $y = x \tan \theta_i$  将被消除, 转变为  $y = \rho \sin \theta_i$ 。因此, 在求解过程中将不会再出现  $\tan 90^\circ$  (无穷大) 的情况, 无需对  $90^\circ$  所在直线重新寻找补偿算法。所以, 经过坐标变换后, 可以简化刀具补偿算法。

$$\begin{cases} x = \rho \cos \theta_i \\ y = \rho \sin \theta_i \end{cases} \quad (3)$$

### 1.2.2 几何补偿

法向补偿算法和  $Z$  向补偿算法除了存在上述问题外, 还分别存在一定的局限性。法向补偿算法会在  $X$  轴上产生不均匀的补偿分量, 无法保证  $X$  轴匀速运动, 非匀速运动会造成较大的跟随误差, 降低  $X$  轴的动力性能。 $Z$  向补偿算法虽然可以保证  $X$  轴运动是匀速的, 但在求解过程中经过插值处理, 因此存在插值误差, 受复杂曲面面型和插值精度的影响较大<sup>[16-17, 21]</sup>。

为解决上述问题, 本文提出了一种基于坐标变换的几何补偿算法, 图 4 为该算法的原理图。图中,  $\rho OZ$  平面为切削平面<sup>[18]</sup>, 在该平面内完成求解。曲线  $PL$  为工件与切削平面的交线 (刀触点轨迹)<sup>[18]</sup>, 曲线  $LL$  为待求的经过刀具补偿后得到的刀位点轨迹,  $\mathbf{n}_P$  为曲线  $PL$  在刀触点  $P$  处的法向量,  $\mathbf{n}_Z$  为与  $Z$  轴同向的矢量 (补偿量集中于该矢量方向上),  $\Delta Z$  为需要求解的补偿量。结合图 4, 求解过程如下。

在直角坐标系下, 利用式(2)求解曲线  $PL$  的方程<sup>[21]</sup>。利用式(3)将求解过程由笛卡尔直角坐标系转换到圆柱坐标系。在切削平面  $\pi_i$  内, 假设第  $i$  个刀触点的坐标为  $P(\rho_i, z_i)$ 。若直接在  $Z$  方向上加上刀尖圆弧半径  $R_t$ , 得到  $Q$  点的坐标  $(\rho_i, z_i + R_t)$ , 并以  $Q$  为刀位点, 则会造成过切现象 (即导致图中的过切区域出现), 影响表面精度。为了避免过切现象, 需要将过切区域消除。

首先, 利用式(4)求解过切区域的 2 个交点  $P_1$  和

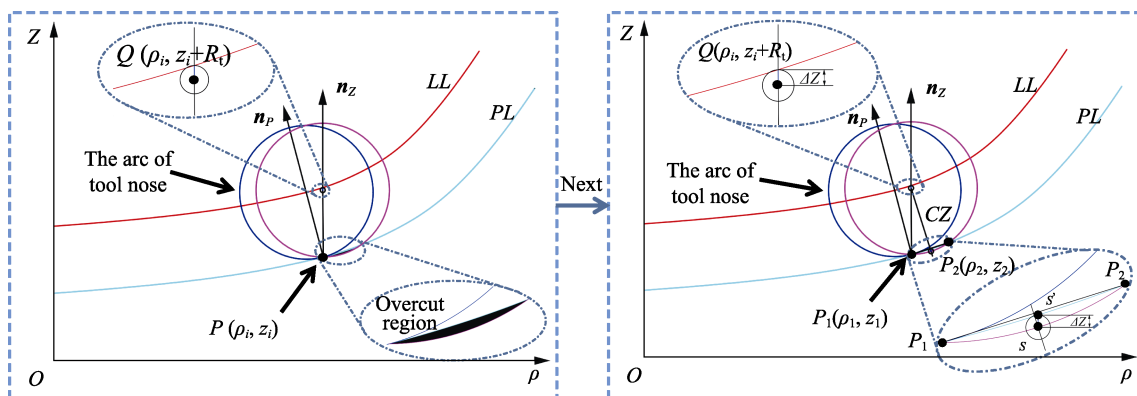


图4 基于坐标变换的几何补偿算法原理图

Fig.4 Schematic diagram of geometric compensation algorithm based on coordinate transformation

$P_2$ 。假设得到的  $P_1$  点坐标为  $(\rho_1, z_1)$ ,  $P_2$  点坐标为  $(\rho_2, z_2)$ ,  $CZ$  为线段  $P_1P_2$  的垂直平分线, 则  $CZ$  的方程可用式(5)求解。然后, 结合式(5)和式(6)可求得点  $S$  的坐标  $(\rho_s, z_s)$ , 用于下一步的求解。其中, 点  $S$  为  $CZ$  与刀尖圆弧(图4中用粉色线条表示的圆弧)的交点。

$$\begin{cases} z = f(\rho \cos \theta_i, \rho \sin \theta_i) \\ (\rho - \rho_i)^2 + (z - z_i - R_t)^2 = R_t^2 \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} k_{P_1P_2} = \frac{z_2 - z_1}{\rho_2 - \rho_1} \\ k_{CZ} = -\frac{1}{k_{P_1P_2}} \\ z - (z_i + R_t) = k_{CZ}(\rho - \rho_i) \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} (\rho - \rho_i)^2 + (z - z_i - R_t)^2 = R_t^2 \\ \rho_s = \max\{\rho_{s_1}, \rho_{s_2}\} \end{cases} \quad (6)$$

式(6)中,  $\rho_s$  表示点  $S$  的横坐标, 因为直线  $CZ$  与刀尖圆弧的交点有2个, 这2个交点中位于过切区域的  $S$  点横坐标较大, 所以  $\rho_s = \max\{\rho_{s_1}, \rho_{s_2}\}$ 。

最后, 将  $S$  点的横坐标  $\rho_s$  代入曲线  $PL$  的方程(2)得到  $S'$  的坐标  $(\rho_{s'}, z_{s'})$ , 求解得到  $Z$  向补偿量为  $\Delta Z = |z_{s'} - z_s|$ 。所以, 所求第  $i$  个刀位点坐标为  $(\rho_i, z_i + R_t + \Delta Z)$ 。

## 2 仿真分析

为了检验本文提出的补偿算法的合理性, 选择环曲面利用 Matlab 软件编写相应程序进行仿真分析, 环曲面方程可用式(7)表达<sup>[26]</sup>。仿真时, 取  $R_H = 140$  mm,  $a = 100$  mm, 离散角  $\Delta\theta = 8^\circ$ , 进给速度  $a_f = 1$  mm/r, 工件半径  $R_W = 20$  mm, 刀尖圆弧半径  $R_t = 140$  mm, 刀具前角  $\alpha = 0^\circ$ , 后角  $\beta = 10^\circ$ 。

$$z = R_H + a - \sqrt{(R_H + \sqrt{a^2 - y^2})^2 - x^2} \quad (7)$$

法向补偿算法存在  $X$  轴动态性能较差的问题,

$Z$  向补偿算法存在较大插值误差的问题, 这2个问题直接影响加工表面的质量, 因此主要针对这2个问题进行分析。为简化刀具补偿算法, 更容易实现补偿算法程序化, 法向补偿算法、 $Z$  向补偿算法和本文提出的补偿算法均在圆柱坐标系下完成求解。采用三点法<sup>[21]</sup>求解不同刀位点处对应的  $X$  轴速度,  $Z$  向补偿算法通过3次样条插值<sup>[17]</sup>得到刀位点坐标。 $Z$  向补偿算法下  $X$  轴保持匀速运动<sup>[17,21]</sup>, 法向补偿算法理论上不存在插值误差<sup>[18,21,27]</sup>, 因此需要做以下2个方面的对比: (1) 法向补偿算法和本文提出的补偿算法的  $X$  轴速度对比; (2)  $Z$  向补偿算法和本文提出的算法的插值误差对比。

图5a为不同算法下  $X$  轴的速度对比结果。图5b为不同算法下插值误差的分布情况。从图5a可以看出, 法向补偿算法下  $X$  轴的速度波动较大, 较大的速度波动会产生较大的跟随误差, 从而导致  $X$  轴的动态性能较差, 最终影响表面加工质量; 而采用基于坐标变换的几何补偿算法后, 补偿量全部集中于  $Z$  轴 ( $\Delta Z = |z_{s'} - z_s|$ ),  $X$  轴保持匀速运动, 不会产生较大的跟随误差, 提高了  $X$  轴的动态性能。从图5b可以看出,  $Z$  向补偿算法产生的插值误差较大, 最大插值误差达到了 0.015 mm 以上, 原因是该算法通过插值计算得到的刀位点坐标是近似的, 较大的插值误差会导致面型精度下降, 影响表面质量。而本文提出的刀具补偿算法通过坐标变换和几何关系计算求解刀位点坐标, 该环节不涉及插值计算, 能够得到准确的刀位点坐标, 所以理论上不存在插值误差, 从而提高面型精度。

利用基于坐标变换的几何补偿算法进行刀具路径仿真, 仿真结果如图6所示。图6a为环曲面的刀具路径轨迹, 从中可以看出, 刀触点轨迹和环曲面理论面型贴合程度较高, 说明等角度法适用于直径相对较小的工件。另外, 刀位点轨迹和刀触点轨迹基本保持一致, 说明本文提出的刀具补偿算法的合理性。图6b为环曲面刀触点和刀位点的  $Z$  值分布图, 从中可以看出, 刀触点和刀位点的分布情况基本保持一致, 说

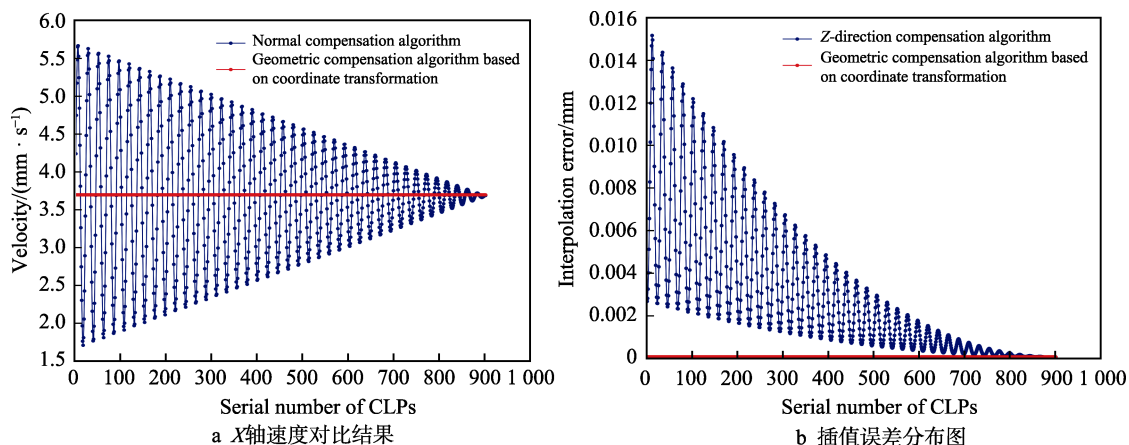


图 5 不同算法下的结果对比

Fig.5 Comparison of results under different algorithms

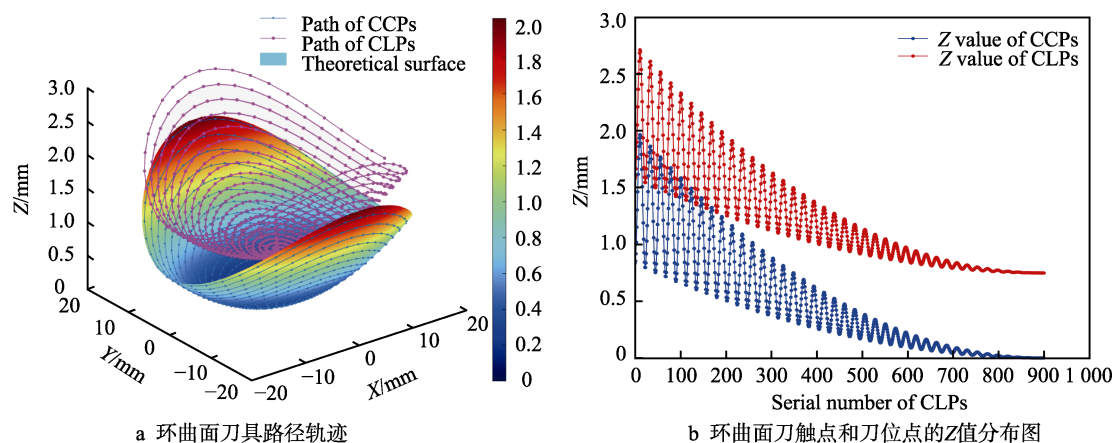


图 6 刀具路径仿真结果

Fig.6 Simulation results of the tool path

明得到的刀具路径轨迹的可靠性。仿真结果显示, 本文提出的补偿算法满足加工条件, 可以进行试验加工以便进一步验证。

### 3 试验验证

根据上述刀具补偿算法的理论研究和仿真分析, 对仿真结果进行试验验证。首先, 针对上述不同算法, 利用 Matlab 软件编写了适用于慢刀伺服车削并能自动生成加工代码的程序。然后, 在本实验室自行研制的实验装置上完成了环曲面的加工, 用于验证本文提出的刀具补偿算法的可行性。图 7 为本实验室自行研制的高精度慢刀伺服车削平台。加工的工件材料为聚甲基丙烯酸甲酯 (PMMA), 进给速度  $a_f=0.01$  mm/r, 切削深度  $a_p=0.04$  mm, 其余参数参照上述仿真程序。

刀触点生成算法均采用等角度法, 刀具补偿算法分别采用法向补偿算法、Z 向补偿算法和本文提出的补偿算法来完成环曲面的加工。图 8 为在不同刀具补偿算法下加工得到的环曲面工件, 为了评价所加工工件的表面光滑程度, 利用 JB-4C 型表面测量系统对工

件的表面粗糙度进行测量。结合图 9, 对表面粗糙度的测量方法进行说明: (1) 将工件沿圆周方向均匀分成 8 份, 在工件边缘进行标记; (2) 表面粗糙度测量仪的探针分别沿这 8 条线进行测量; (3) 将得到的 8 个表面粗糙度值中的最大值作为最终测量结果。

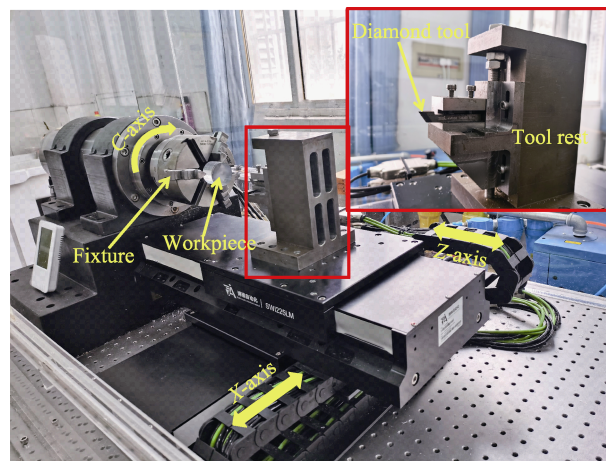


图 7 高精度慢刀伺服车削平台

Fig.7 Slow tool servo turning platform with high precision

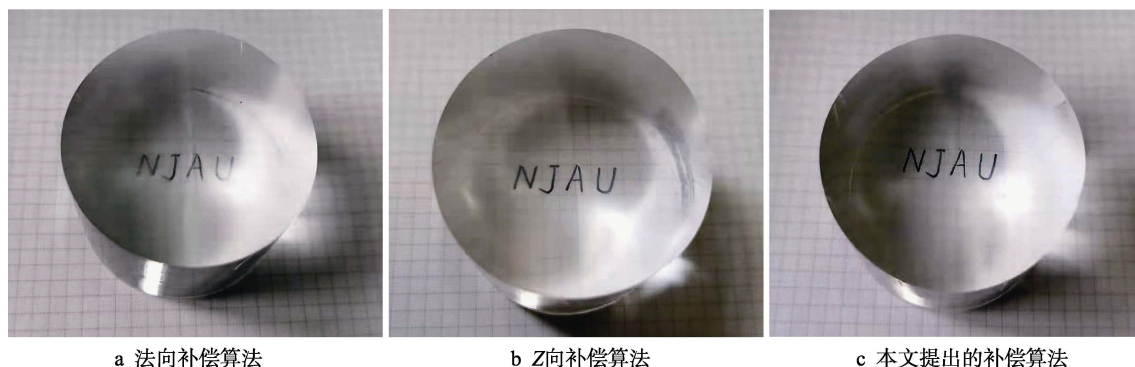


图8 在不同刀具补偿算法下加工得到的环曲面工件

Fig.8 The machined workpiece of toric surface under different tool compensation algorithms

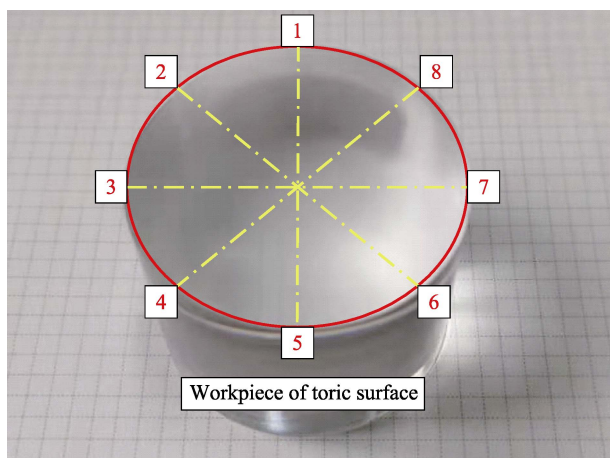


图9 表面粗糙度的测量方法

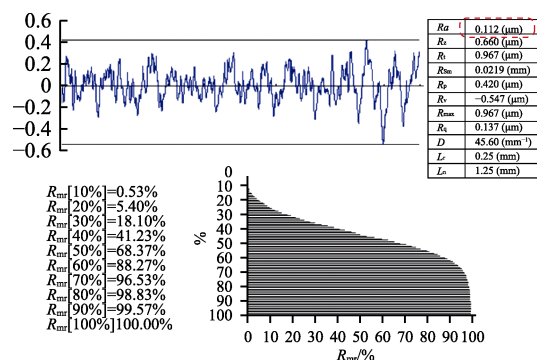
Fig.9 Measurement method of surface roughness

环曲面工件加工完成后,测量其表面粗糙度,得到如图10所示的结果。为减小篇幅,图10a、图10b和图10c仅分别表示不同环曲面上得到的最大 $Ra$ 值。从图10可以看出,法向补偿算法下得到的 $Ra=0.112\ \mu\text{m}$ ,Z向补偿算法下得到的 $Ra=0.066\ \mu\text{m}$ ,基于坐标变换的几何补偿算法下得到的 $Ra=0.062\ \mu\text{m}$ 。

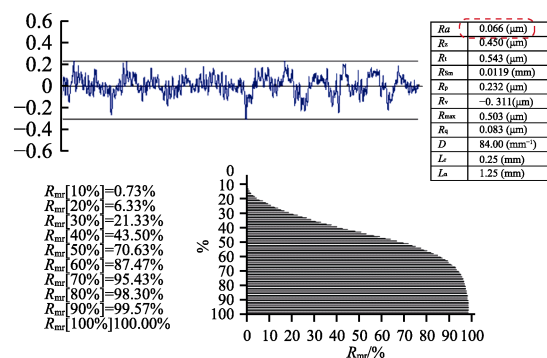
利用法向补偿算法得到的环曲面表面粗糙度值最大,而利用Z向补偿算法和本文提出的补偿算法得到的环曲面表面粗糙度值相差不大,但均远小于法向补偿算法。主要原因是车削平台的X轴上有较大的负载量,法向补偿算法无法保证X轴匀速运动,导致X轴的动态性能较差,而Z向补偿算法和本文提出的补偿算法均可保证X轴匀速运动,所以X轴的动态性能较好,这与仿真分析结果一致。另外,这也说明保证具有较大负载量的X轴匀速运动是降低表面粗糙度的前提。采用Z向补偿算法和本文提出的补偿算法得到的环曲面表面粗糙度值相差不大,说明在保证X轴匀速运动的前提下,刀具补偿算法对表面粗糙度的影响不大。

为评价加工的环曲面工件的面型精度,使用MQ686三坐标测量机对工件表面的面型进行测量。经过数据处理后,得到面型误差分布情况,如图11

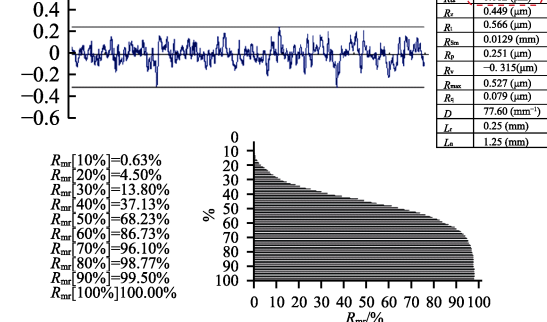
所示。得到环曲面的面型误差后,计算面型误差最大值和最小值的差值,就可以得到环曲面的面型精度,面型精度用 $PV$ (Peak-to-Valley)表示<sup>[17]</sup>。



a 法向补偿算法



b Z向补偿算法



c 本文提出的补偿算法

图10 不同刀具补偿算法下得到的表面粗糙度测量结果  
Fig.10 The measurement results of surface roughness under different tool compensation algorithms

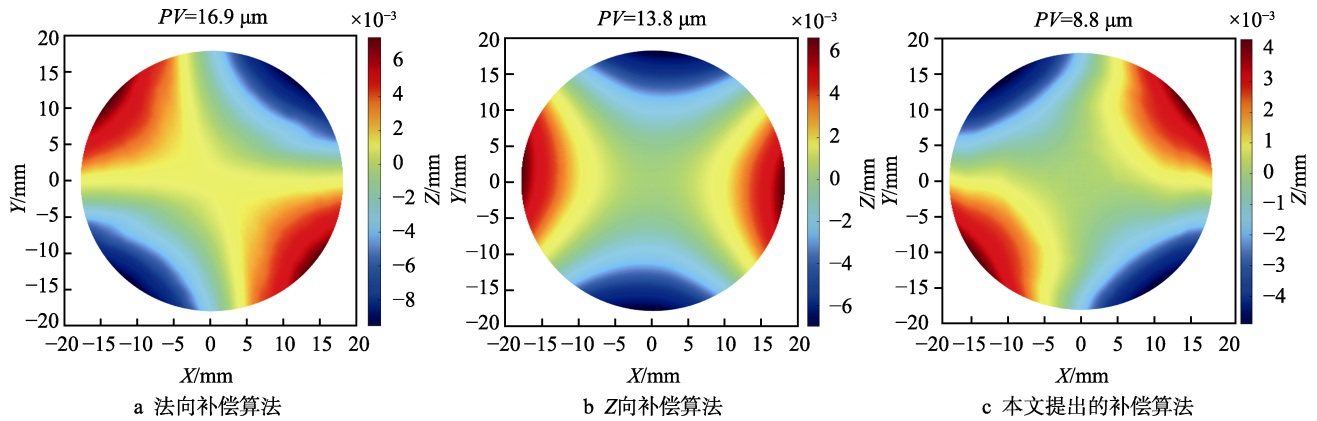


图 11 不同刀具补偿算法下得到的面型误差分布情况

Fig.11 The distribution of form error under different tool compensation algorithms

从图 11 可以看出, 3 种刀具补偿算法下得到的面型误差分布情况大致相同, 均呈现外圈面型误差较大, 内圈面型误差较小的特点, 这一特点与刀触点生成中的等角度法性质相吻合。法向补偿算法下得到的  $PV=16.9\ \mu\text{m}$ ,  $Z$  向补偿算法下得到的  $PV=13.8\ \mu\text{m}$ , 基于坐标变换的几何补偿算法下得到的  $PV=8.8\ \mu\text{m}$ 。

利用法向补偿算法得到的环曲面  $PV$  值最大, 且远大于利用  $Z$  向补偿算法和本文提出的补偿算法得到的环曲面  $PV$  值, 主要是由  $X$  轴的动态性能较差引起的。虽然法向补偿算法也是利用几何关系在法向方向上进行刀具半径补偿, 刀具补偿环节不涉及插值计算, 理论上也不存在插值误差, 但是法向补偿算法在保证刀位点坐标准确性的同时却无法保证  $X$  轴匀速运动, 所以加工得到的面型精度较差。与法向补偿算法下的面型精度相比,  $Z$  向补偿算法下的面型精度提高了 22.5%, 说明保证  $X$  轴匀速运动可以在较大程度上提高面型精度。与法向补偿算法相比, 在本文提出的补偿算法下环曲面面型精度提高了 92.0%, 主要是因为保证了  $X$  轴的匀速运动; 与  $Z$  向补偿算法相比, 本文提出的补偿算法下环曲面面型精度提高了 56.8%, 这是由于  $Z$  向补偿算法存在较大的插值误差, 而本文提出的刀具补偿算法通过几何关系求解刀位点, 求解过程中不涉及插值计算, 所以刀具补偿环节不存在插值误差, 计算得到的刀位点是精确的, 试验结果与仿真分析结果相符。通过对比 3 种算法下加工得到的环曲面表面质量, 说明本文提出的刀具补偿算法是可行的, 可以进一步提高表面加工质量。

## 4 结论

1) 本文提出的基于坐标变换的几何补偿算法, 通过坐标变换可以提高求解精度并简化算法。利用几何变换关系将  $X$  轴的补偿分量集中于  $Z$  轴, 不仅保证了  $X$  轴的动态性能, 而且降低了插值误差。

2) 在法向补偿算法下, 环曲面的表面粗糙度值最大 ( $Ra=0.112\ \mu\text{m}$ ), 且远大于  $Z$  向补偿算法和本文

提出的补偿算法, 说明保证具有较大负载量的  $X$  轴匀速运动是降低表面粗糙度的前提。而在  $Z$  向补偿算法和本文提出的补偿算法下, 环曲面的表面粗糙度相差不大 (分别是  $Ra=0.066\ \mu\text{m}$  和  $Ra=0.062\ \mu\text{m}$ ), 说明在保证  $X$  轴动态性能的前提下, 刀具补偿算法对表面粗糙度的影响不大。

3) 3 种刀具补偿算法下得到的  $PV$  值分别为 16.9、13.8、8.8  $\mu\text{m}$ 。与法向补偿算法和  $Z$  向补偿算法相比, 在本文提出的算法下环曲面面型精度分别提高了 92.0% 和 56.8%, 说明本文提出的刀具补偿算法可以提高表面加工质量。

## 参考文献:

- [1] YAMAMOTO T, MATSUDA R, SHINDOU M, et al. Monitoring of Vibrations in Free-Form Surface Processing Using Ball Nose End Mill Tools with Wireless Tool Holder Systems[J]. International Journal of Automation Technology, 2021, 15(3): 335-342.
- [2] NAGAYAMA K, YAN Ji-wang. Deterministic Error Compensation for Slow Tool Servo-Driven Diamond Turning of Freeform Surface with Nanometric Form Accuracy[J]. Journal of Manufacturing Processes, 2021, 64: 45-57.
- [3] ZHOU Xiang-dong, HUANG Xiao, BAI Jian, et al. Representation of Complex Optical Surfaces with Adaptive Radial Basis Functions[J]. Applied Optics, 2019, 58(14): 3938-3944.
- [4] 吴志清, 唐清春. 刀具摆角对复杂曲面轮廓精度的影响研究[J]. 表面技术, 2018, 47(7): 139-145.  
WU Zhi-qing, TANG Qing-chun. Influence of Tool Angle on Contour Precision of Complicated Surface[J]. Surface Technology, 2018, 47(7): 139-145.
- [5] 耿军晓, 李立伟, 李友刚, 等. 五轴联动加工中进给速度的控制算法[J]. 表面技术, 2018, 47(7): 8-14.  
GENG Jun-xiao, LI Li-wei, LI You-gang, et al. Control Algorithm of Feed Rate in Five-Axis Linkage Machining[J]. Surface Technology, 2018, 47(7): 8-14.
- [6] 邱昕洋, 张彦钦, 王宏斌. 慢刀伺服加工环曲面的刀具

- 路径规划方法[J]. 国防科技大学学报, 2020, 42(3): 121-127.
- QIU Xin-yang, ZHANG Yan-qin, WANG Hong-bin. Tool Path Planning Method for Machining Toric Surface Based on Slow Tool Servo Technology[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2020, 42(3): 121-127.
- [7] 张豫. 环曲面设计角膜塑形镜对角膜表面大高度差异近视患者的临床疗效探讨[J]. 中外医疗, 2019, 38(21): 62-64.
- ZHANG Yu. Clinical Effect of Orthokeratology on the Corneal Surface with Large Height Difference in Myopia Patients[J]. China & Foreign Medical Treatment, 2019, 38(21): 62-64.
- [8] NING Pei-xing, ZHAO Ji, JI Shi-jun, et al. Ultra-Precision Machining of a Large Amplitude Umbrella Surface Based on Slow Tool Servo[J]. International Journal of Precision Engineering and Manufacturing, 2020, 21(11): 1999-2010.
- [9] 林泽钦, 陈新度, 颜志涛, 等. 微透镜阵列的慢刀伺服加工表面粗糙度预测模型[J]. 哈尔滨理工大学学报, 2020, 25(3): 83-87.
- LIN Ze-qin, CHEN Xin-du, YAN Zhi-tao, et al. The Surface Roughness Prediction Model of Microlens Array in Slow Tool Servo Cutting[J]. Journal of Harbin University of Science and Technology, 2020, 25(3): 83-87.
- [10] 董青青. 慢刀伺服车削关键技术研究[D]. 长春: 长春工业大学, 2020.
- DONG Qing-qing. Research on Key Technology of Slow Tool Servo[D]. Changchun: Changchun University of Technology, 2020.
- [11] 赵亮, 程凯, 丁辉, 等. 超精密慢刀伺服金刚石车削加工的关键工艺问题研究[J]. 制造技术与机床, 2020(5): 85-88.
- ZHAO Liang, CHENG Kai, DING Hui, et al. Investigation on Key Enabling Process Variables Ultraprecision Diamond Turning Using Slow Tool Servo[J]. Manufacturing Technology & Machine Tool, 2020(5): 85-88.
- [12] 王东方. 大口径自由曲面超精密车削关键技术研究[D]. 北京: 中国科学院大学(中国科学院长春光学精密机械与物理研究所), 2020.
- WANG Dong-fang. Research on Key Technologies of Ultra-Precision Turning for Large Aperture Optics[D]. Beijing: Institute of Physics, Chinese Academy of Sciences, 2020.
- [13] 张琦, 薛常喜. 自由曲面的慢刀伺服车削轨迹优化[J]. 激光与光电子学进展, 2020, 57(5): 052203.
- ZHANG Qi, XUE Chang-xi. Optimization of Tool Path Generation for Freeform Surface by Slow Tool Servo Diamond Turning[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2020, 57(5): 052203.
- [14] 蔡洪彬, 史国权. 主动控制加工误差慢刀伺服车削轨迹生成方法[J]. 吉林大学学报(工学版), 2019, 49(4): 1221-1227.
- CAI Hong-bin, SHI Guo-quan. Tool Path Generation of Slow Tool Servo for Active Control Machining Error[J]. Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition), 2019, 49(4): 1221-1227.
- [15] 牛恒泰, 康敏, 何成奎, 等. 离散曲面慢刀伺服车削刀具路径规划[J]. 机械科学与技术, 2018, 37(5): 721-728.
- NIU Heng-tai, KANG Min, HE Cheng-kui, et al. Cutting Path Plan of Discrete Surface for Slow Tool Servo Turning[J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2018, 37(5): 721-728.
- [16] 关朝亮. 复杂光学曲面慢刀伺服超精密车削技术研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2010.
- GUAN Chao-liang. Study on the Technology of Slow Tool Servo Ultra-Precision Diamond Turning for Complex Optical Surface[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2010.
- [17] 王兴盛. 复杂光学曲面慢刀伺服车削关键技术研究[D]. 南京: 南京农业大学, 2014.
- WANG Xing-sheng. Research on the Key Technologies of Slow Tool Servo Turning for Complex Optical Surface[D]. Nanjing: Nanjing Agricultural University, 2014.
- [18] 陈旭. 慢刀伺服车削机床 PID 参数优化及其刀具路径规划研究[D]. 南京: 南京农业大学, 2016.
- CHEN Xu. Research on PID Parameter Optimization and Tool Path Generation of Slow Tool Servo Turning Machine [D]. Nanjing: Nanjing Agricultural University, 2016.
- [19] 铁贵鹏. 自由曲面光学元件慢刀伺服加工关键技术研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2009.
- TIE Gui-peng. Research on Key Technology in Turning of Freeform Optics Based on Slow Tool Servo[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2009.
- [20] KHAGHANI A, CHENG Kai. Investigation on Multi-Body Dynamics Based Approach to the Toolpath Generation for Ultraprecision Machining of Freeform Surfaces[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture, 2020, 234(3): 571-583.
- [21] 牛恒泰. 复杂曲面慢刀伺服车削刀具路径规划及测量技术研究[D]. 南京: 南京农业大学, 2018.
- NIU Heng-tai. Research on Slow Tool Servo Turning and Form Accuracy Measuring for Complex Surface[D]. Nanjing: Nanjing Agricultural University, 2018.
- [22] 黄岳田. 单点金刚石车削复杂曲面技术研究[D]. 成都: 中国科学院大学(中国科学院光电技术研究所), 2019.
- HUANG Yue-tian. Research on Single Point Diamond Turning Technology for Complex Surface[D]. Chengdu: Institute of Optics and Electronics, Chinese Academy of Sciences, 2019.
- [23] 李佳伟, 杜文浩, 韩长庆. 慢刀伺服车削刀具半径定向补偿的分段逼近求解[J]. 中国机械工程, 2020, 31(17): 2017-2023.
- LI Jia-wei, DU Wen-hao, HAN Chang-qing. Directional Tool Radius Compensation Solution of STS Turning Based on Segment Approximation[J]. China Mechanical Engineering, 2020, 31(17): 2017-2023.
- [24] 马富荣, 靳伍银, 王安. 复杂曲面慢刀伺服加工刀具半径补偿方法[J]. 机械设计与制造, 2019(7): 189-192.
- MA Fu-rong, JIN Wu-yin, WANG An. The Method of Tool Radius Compensation for Complex Surface by Using Slow Tool Servo Processing[J]. Machinery Design & Manufacture, 2019(7): 189-192.