

表面质量控制及检测

工程陶瓷预压应力下超声振动辅助划痕实验研究

张高峰^a, 王志刚^b, 曾亿江^b

(湘潭大学 a.工程训练中心 b.机械工程学院, 湖南 湘潭 411105)

摘要: **目的** 结合超声振动加工方法, 探究工程陶瓷预压应力加工过程的工件表面损伤特性。**方法** 建立预压应力下工程陶瓷超声振动辅助加工过程的工程学模型, 结合 Al_2O_3 陶瓷划痕过程的离散元仿真结果和实验结果进行分析, 采用扫描电镜对加工表面进行观察, 使用三向动态压电测力仪测量划痕力。**结果** 预压应力下超声振动辅助划痕过程能够去除沟槽边缘处的材料堆积, 并且划痕沟槽边缘破碎呈现周期性。当预压应力为 200 MPa、理论划痕深度为 10 μm 时, 普通划痕深度为 7.58 μm , 宽度 107.5 μm , 超声振动辅助划痕深度为 8.55 μm , 宽度为 143.5 μm 。结合仿真结果, 超声振动辅助划痕过程可减小划痕沟槽的径向裂纹数量, 增大径向裂纹深度。同时, 两种划痕过程动态切向力出现明显差异, 超声振动辅助划痕过程动态切向力较小, 变化相对平稳。**结论** 超声振动辅助加工过程可以减小工程陶瓷预压应力加工过程的切削力, 提高材料加工效率。

关键词: 预压应力; 超声振动; Al_2O_3 陶瓷; 划痕; 切向力; 离散元

中图分类号: V261.92 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-3660(2019)06-0346-07

DOI: 10.16490/j.cnki.issn.1001-3660.2019.06.042

Experimental Study on Ultrasonic Assisted Scratching Process of Engineering Ceramic under Compressive Prestress

ZHANG Gao-feng^a, WANG Zhi-gang^b, ZENG Yi-jiang^b

(a.Engineering Training Center, b.School of Mechanical Engineering, Xiangtan University, Xiangtan 411105, China)

ABSTRACT: The work aims to explore the surface damage characteristics of the workpiece in the compressive prestress machining process of engineering ceramics in combination with ultrasonic vibration machining method. An engineering model of ultrasonic vibration assisted machining process of engineering ceramics under compressive prestress was established. Based on the discrete element simulation results and experimental results of Al_2O_3 ceramic scratch process, the machined surface was observed by scanning electron microscope, and the scratch force was measured by three-dimensional dynamic piezoelectric dynamometer. The fracture of groove profile showed a periodic trend during the ultrasonic vibration under compressive prestress and the materials pilling up on the edge of the scratching-groove were constrained. When the prestress was 200 MPa and scratching depth was 10 μm , the actual scratching depth and groove width of normal scratching process were 7.58 μm and 107.5 μm , respectively, while those of ultrasonic assisted scratching process were 8.55 μm and 143.5 μm . With the simulation results, the ultrasonic assisted scratching process could decrease the number of radial cracks, but increase the depth. What's more, the tangen-

收稿日期: 2018-10-30; 修订日期: 2019-02-14

Received: 2018-10-30; Revised: 2019-02-14

基金项目: 国家自然科学基金(51775469); 湖南省自然科学基金(2017JJ4051)

Fund: Supported by the National Natural Science Foundation of China (51775469), the Natural Science Foundation of Hunan Province (2017JJ4051)

作者简介: 张高峰(1971—), 男, 博士, 教授, 主要研究方向为难加工材料加工工艺及刀具。邮箱: 201610161659@smail.xtu.edu.cn

Biography: ZHANG Gao-feng (1971—), Male, Ph. D., Professor, Research focus: processing technology and tools of hard-to-cut materials. E-mail: 201610161659@smail.xtu.edu.cn

tial forces of the both scratching processes showed obvious discrepancy. The ultrasonic assisted scratching process had the lower tangential force which fluctuated more steadily. Ultrasonic vibration assisted machining process can reduce the cutting force in the prestress machining process of engineering ceramics and improve the machining efficiency of materials.

KEY WORDS: compressive prestress; ultrasonic vibration; scratching; tangential force; discrete element

工程陶瓷因其自身优异的物理、化学性能，在现代工业领域中的应用日益广泛^[1-2]。同时，受限于自身的性能特点，磨削加工成为其主要的加工方法，但传统磨削加工方法易导致陶瓷材料产生加工损伤，诸如表面/亚表面损伤、残余应力等，进而影响材料的表面性能，最终影响部件的整体性能^[3-5]。因而，合理地应用加工方法成为制约陶瓷材料加工效率的关键。

在工程陶瓷磨削过程中，合理地优化磨削参数可降低磨削损伤^[6]，但其作用程度具有一定的局限性，从而使一些新型的加工方法得以发展。预应力加工可以改变材料的内部应力状态，进而降低材料的加工损伤。施加预应力后，材料的去除方式会发生改变，具有由脆性断裂向塑性变形转变的趋势^[7]。Masahiko Yoshino 等^[8-9]进行了硬脆材料的高静水压切削研究，静水压力可以有效抑制加工表面的损伤。同时，课题组谭援强等^[10-11]前期研究了 SiC、Al₂O₃ 陶瓷预压应力划痕实验过程，得出预压应力的施加可以抑制陶瓷表面的加工损伤。但是，因为预压应力的施加，加工过程的切削力将增大，会导致材料的移除率降低，进而影响加工效率。

超声振动加工实现了高频振动信号和机械振动间的转换，该方法可有效增大材料的移除率，同时减小切削力，但是会增大划痕沟槽表面的残余应力^[12]。G. Spur^[13]对 Si₃N₄ 和 Al₂O₃ 陶瓷进行了磨削试验，实验结果表明：磨削过程中，磨削力减小，材料移除率增大，同时，工件表面粗糙度会变大。Y. Wu 等^[14]研究了 SiC 陶瓷的超声振动划痕过程，并对材料去除机理进行了分析，研究得出：超声振动划痕宽度大于普通划痕，材料的去除过程受到刀尖的切削和冲击作用影响。

基于以上研究，本文提出一种工程陶瓷预压应力条件下的超声振动辅助加工方法，研究预压应力条件下工程陶瓷普通划痕过程和超声振动辅助划痕过程，建立了相应的力学模型，同时结合 Al₂O₃ 陶瓷划痕过程的离散元仿真及实验，揭示陶瓷材料在预压应力条件下超声振动辅助加工损伤机理。

1 运动过程分析

1.1 刀具运动分析

图 1 为超声振动辅助划痕刀具轨迹示意图，在预压应力条件下，工件侧面承受外部压力 p 。刀具具体

运动形式可分为两部分：刀具相对工件的平动（运动速度为 v_w ）和刀具自身的径向振动（振幅为 A ，频率为 f ）。同时，根据刀尖振幅和切削深度的关系，超声振动辅助划痕过程中存在两种切削形式：当刀尖振幅小于切削深度时，切削过程是一个完整切削，如图 1b 所示；当刀尖振幅大于切削深度时，刀具和工件表面存在分离，此时刀具切削过程为断续切削，如图 1c 所示。

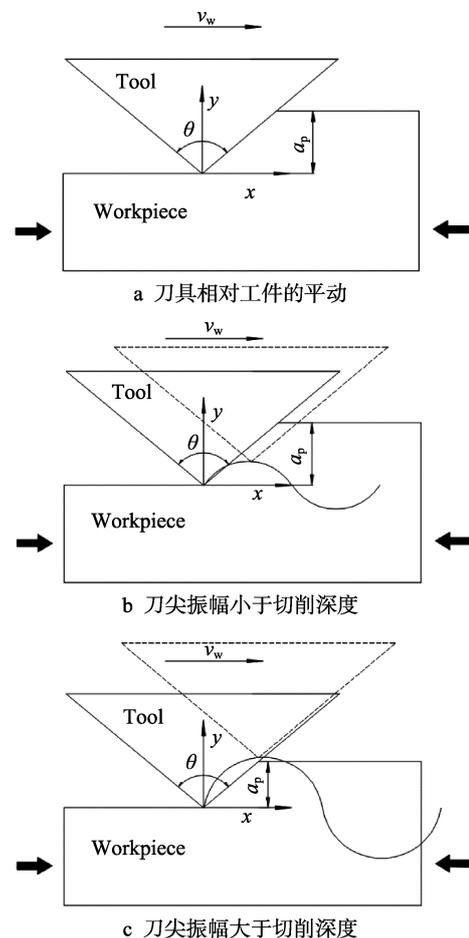


图 1 预压应力超声振动辅助划痕过程刀具轨迹
Fig.1 Tool trajectory of the ultrasonic assisted scratching process under prestress: a) translation of the tool relative to the workpiece, b) tip amplitude is less than depth of cut, c) tip amplitude is greater than depth of cut

在本研究中，刀具径向振动与工件进给方向垂直，其运动方程式如式（1）所示：

$$\begin{aligned} x &= v_w t \\ y &= A \sin(2\pi f t + \varphi_0) \end{aligned} \quad (1)$$

式中： φ_0 为初始相位角。

1.2 刀具的接触长度分析

在超声振动辅助划痕过程中，刀具产生高频振动，轨迹为一个正弦函数，结合方程（1），刀具的轨迹可用式（2）表示：

$$y = A \sin\left(\frac{2\pi fx}{v_w} + \varphi_0\right) \tag{2}$$

所以刀具与工件的接触长度如式（3）所示：

$$l_g = \int_0^{t_g} \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} dt = \int_0^{t_g} \sqrt{v_w^2 + (2A\pi f \cos(2\pi ft))^2} dt \tag{3}$$

式中： t_g 为刀具的有效切削时间， φ_0 取0。由式（3）可以得出，相较于普通划痕过程，超声振动辅助划痕过程刀具具有更大的切削长度。

1.3 切削力分析

1.3.1 预压应力的作用分析

依据压痕断裂理论、Niihara^[15]提出的陶瓷断裂公式及 Chaudhri^[16-17]Vickers 压痕应力场理论，可以得出预压应力条件下的压痕载荷公式，如式（4）所示。

$$P = \frac{0.129a_g^2}{\chi\beta} \tan^2 \theta + \frac{0.0756(\sigma_0 + \sigma_p)a_g^{5/2}}{\chi\beta^{4/3}K_{IC}^{4/3}} \tan^{5/2} \theta \tag{4}$$

其中， $\beta = \frac{\phi}{H_v} \left(\frac{H_v}{E\phi}\right)^{0.4}$ ， $\chi = \frac{1}{\pi^{3/2} \tan \theta}$ ， a_g 为压痕

深度， σ_0 为表面残余应力， σ_p 为预压应力， K_{IC} 为材料断裂韧性值。

1.3.2 预压应力和超声振动共同作用分析

从图1可以看出，在划痕过程中，刀具只有部分参与切削加工，因此刀具在实际切削过程中的法向载荷 F_n 为^[18]：

$$F_n = kP \tag{5}$$

其中， k 为比例因子， $0 \leq k \leq 1$ 。假设刀具在划痕过程中为断续切削，如图2所示，则单个超声振动周期内的有效切削时间 Δt 为：

$$\Delta t = \frac{1}{\pi f} \left(\frac{3\pi}{2} + \arcsin\left(1 - \frac{a_p}{A}\right) \right) \tag{6}$$

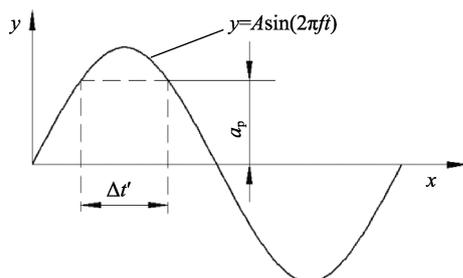


图2 刀具的有效切削时间
Fig.2 Valid cutting time of tool

则刀具-工件之间的冲量可以近似表示为^[19-20]：

$$I = \int_{t_1}^{t_2} F(t) dt \approx F_n \Delta t \tag{7}$$

其中， $F(t)$ 为瞬时法向力， F_n 为最大法向力。此外，冲量 I 可表示为：

$$I = \frac{1}{f} F \tag{8}$$

由式(4)–(8)得出预压应力条件下超声振动辅助划痕过程法向力与划痕深度的关系，如式（9）所示。

$$F = k \frac{1}{\pi} \left(\frac{3\pi}{2} + \arcsin\left(1 - \frac{a_p}{A}\right) \right) \left(\frac{0.129a_g^2}{\chi\beta} \tan^2 \theta + \frac{0.0756(\sigma_0 + \sigma_p)a_g^{5/2}}{\chi\beta^{4/3}K_{IC}^{4/3}} \tan^{5/2} \theta \right) \tag{9}$$

2 实验步骤

2.1 实验材料

本文采用 Al_2O_3 陶瓷（通过等静压烧结方法制得）作为实验材料，分别进行了预压应力条件下普通划痕实验和超声振动辅助划痕实验，试件的规格均为 $10\text{ mm} \times 10\text{ mm} \times 10\text{ mm}$ 。 Al_2O_3 陶瓷材料的主要物理性能参数，如表1所示。

表1 Al_2O_3 陶瓷的物理性能参数
Tab.1 Physical property parameters of Al_2O_3 ceramic

Parameter	Value
Density/(g·cm ⁻³)	3.7
Hardness(HRA)	≥86
Elastic modulus/GPa	300
Poisson's ratio	0.2
Compressive strength/MPa	2500
Bending strength/MPa	≥300
Fracture toughness/(MPa·m ^{1/2})	3.5

2.2 实验材料预处理

进行实验前，需要对材料进行预处理，以便后期实验的进行和实验结果的表征：

(1) 实验工件的半精磨和精磨。采用高精度平面磨床 MGK7120X60/1（杭州，浙江）对实验工件进行半精磨和精磨，磨削深度分别为 5、1 μm 。

(2) 实验工件表面抛光。经过磨削后的工件表面需要在 Napopoli-500（杭州，浙江）抛光机上进行抛光，排除磨削损伤对后期结果的影响。研磨膏采用金刚石研磨膏，晶粒度为 6.5、2、0.5 μm 。

(3) 实验工件的清洗。对抛光后的工件采用无水乙醇超声清洗 30 min。

2.3 实验方案

在本研究中，探究了 Al_2O_3 陶瓷在预压应力条件下普通划痕以及超声振动辅助划痕过程对工程陶瓷表面损伤的影响，主要分为两部分：（1）预压应力条件下普通划痕实验，用于探究预压应力在划痕过程中对工件表面损伤的影响，实验参数如表 2 所示。（2）预压应力条件下超声振动辅助划痕实验，用于探究预压应力条件下超声振动在工程陶瓷划痕过程中，对工件表面损伤的影响，实验参数如表 2 所示，实验装置采用自建超声振动实验平台，如图 3 所示。

表 2 划痕实验参数

Tab.2 Parameters of scratching experiment

Experiment parameter	Parameter value
Scratching speed/($mm \cdot s^{-1}$)	2
Scratching depth/ μm	2, 5, 10, 15
Prestress values/MPa	0, 100, 200, 400
Ultrasonic vibration parameters	$A=3 \mu m, f=20 \text{ kHz}$

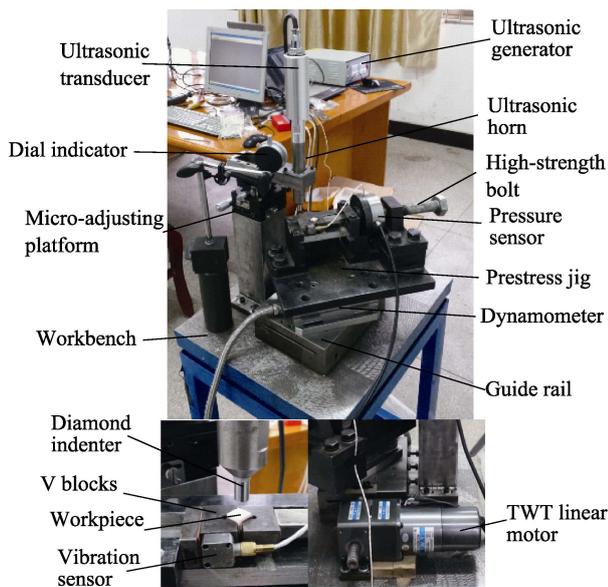


图 3 预应力超声振动划痕实验装置

Fig.3 Experiment apparatus of ultrasonic vibration assisted scratching process under prestress

在进行实验之前，对两种划痕过程分别进行离散元仿真分析。预压应力通过旋转高强度螺栓推动 V 型块，夹紧工件的方式施加。根据所施加的外力强度不同，工件内部产生不同大小的预压应力。同时，压力传感器接收信号后，通过放大器对信号放大，在显示装置上实时显示预压应力值。划痕实验过程中，刀具采用金刚石压头，如图 4 所示。室温环境进行实验，每组实验参数下进行 3 次重复实验，消除偶然因素对实验结果的影响。划痕后的工件表面，用无水乙醇超声波清洗 30 min 后，进行表面形貌表征，设备为

JSM-6360 (JEOL, 日本)。

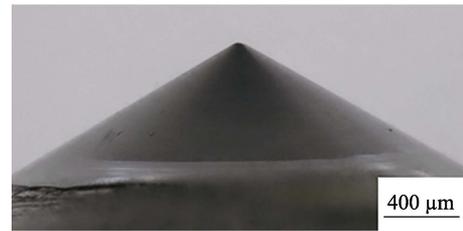


图 4 金刚石压头形貌

Fig.4 Morphology of diamond indenter

3 结果与讨论

3.1 划痕表面形貌

Al_2O_3 陶瓷进行了两种划痕实验，并对实验后的表面形貌进行观察。图 5 显示了预压应力值为 200 MPa 时，两种划痕过程所获得的表面形貌和压头划出位置截面形貌。图 5a 为普通划痕沟槽的表面形貌和截面形貌，在划痕过程中，沟槽边缘轮廓完整度不好，划痕边缘破碎不均匀；从截面形貌可以看出，压头划出位置因为径向裂纹作用，存在整块材料崩碎现象。相比之下，图 5b 显示了超声振动辅助划痕沟槽的表面形貌和截面形貌，划痕沟槽边缘破碎情况出现周期性变化，划痕深度增大；在截面形貌中，存在明显的径向裂纹并且深度较大。在两种划痕过程中，压头划出工件的端面处都出现了材料破碎现象。普通划痕过程端面材料崩碎主要受到径向裂纹扩展影响，超声振动辅助划痕过程端面材料崩碎主要受到横向裂纹扩展影响。形成以上现象的原因在于，划痕过程中晶粒受挤压后产生裂纹，裂纹相互扩展贯通后，导致划痕表面出现破碎。超声振动过程会加剧横向裂纹的产生，但可以抑制径向裂纹的数量^[21]。但是由于刀具的剧烈振动，径向裂纹深度增大。同时超声振动过程具有周期性，从而使划痕过程产生周期性边缘破碎。

Al_2O_3 陶瓷在不同划痕过程的离散元仿真结果如图 6 所示。在普通划痕过程中，压头与工件间具有强烈的挤压作用，并随着该过程的进行，在沟槽底部出现了径向裂纹，如图 6a 所示。相对而言，在超声振动辅助划痕过程中，径向裂纹数量减少但最大深度增大，如图 6b 所示。这主要是由于在超声振动辅助划痕过程，刀具切削深度更大，并且出现周期性变化，造成工件-刀具间的周期性冲击，从而产生更深的径向裂纹，但裂纹数量减少。

图 7 显示了两种划痕沟槽的截面轮廓。图 7a 为预压应力条件下普通划痕沟槽截面轮廓，在划痕过程中，压头与工件接触后产生强烈挤压作用，划痕沟槽出现明显的边缘破碎和晶粒拔出，导致沟槽截面轮廓不平整，沟槽边缘两侧有一定的材料堆积，并且由于

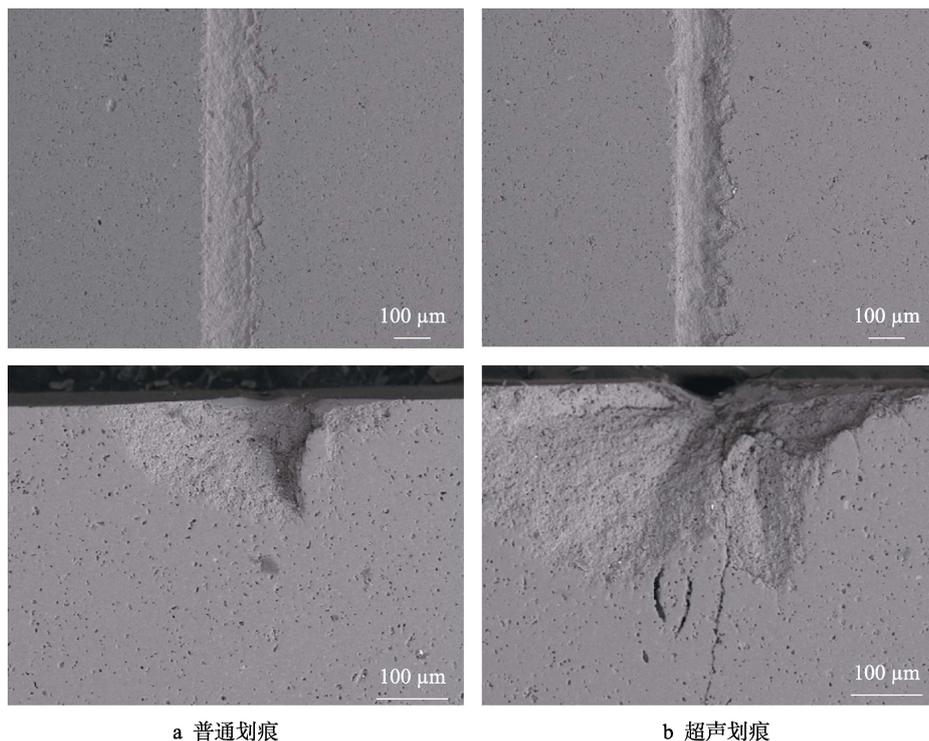


图 5 预压应力条件下两种划痕过程 SEM 表面形貌 (200 MPa)

Fig.5 SEM images of scratching grooves under prestress (200 MPa): (a)normal scratching; (b) ultrasonic assisted scratching

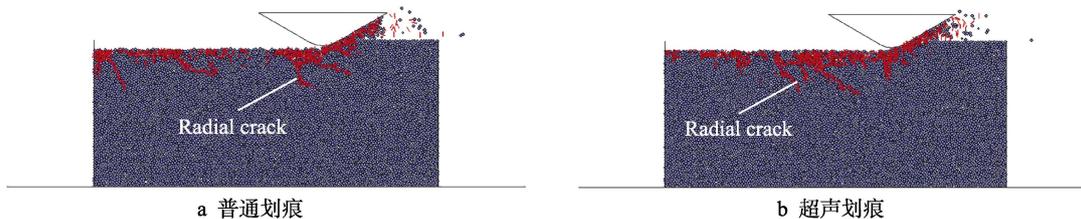


图 6 Al₂O₃ 陶瓷离散元仿真结果 (200 MPa)

Fig.6 Simulation results of Al₂O₃ ceramic with PFC^{2D} (200 MPa): (a) normal scratching; (b) ultrasonic assisted scratching

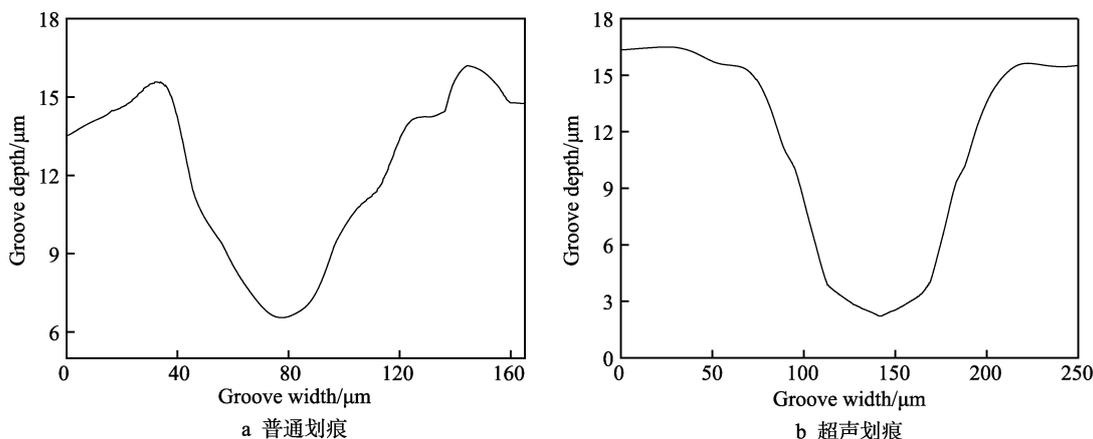


图 7 两种划痕沟槽的截面轮廓 (200 MPa)

Fig.7 Cross-section profiles of scratching grooves (200 MPa): (a) normal scratching; (b) ultrasonic assisted scratching

预压应力的作用导致实际沟槽深度小于理论值。相比之下,图 7b 显示的超声振动辅助划痕沟槽轮廓图中,沟槽边缘没有明显的材料堆积,并且相较于普通划痕过程,超声振动辅助划痕过程得到的划痕沟槽宽度增

大、深度增大、轮廓完整性较好。形成以上现象的原因在于超声振动辅助划痕过程中刀具对工件产生强烈的往复冲击作用,导致沟槽轮廓两侧堆积的材料脱落,抑制了沟槽轮廓的破碎;同时,由于刀具振动具

有一定的振幅，从而增大了沟槽的深度和宽度。

3.2 切削力

图 8 显示了 Al_2O_3 陶瓷在 0 MPa 和 400 MPa 预压应力条件下两种划痕过程的动态切向力，忽略了划痕开始位置和结束位置的切削力变化。比较两个过程的切向力变化，超声振动辅助划痕过程的动态切向力较小，且波动较为平稳。分别比较 0 MPa 和 400 MPa 时两种划痕过程的动态切向力，当预压应力值为 400 MPa 时，两种划痕过程的切向力值都会增大，但波动更平稳。对于 Al_2O_3 陶瓷，由于其自身性能特点，在普通划痕过程中，刀具与工件产生剧烈的挤压作用，并且材料无法通过变形减缓该作用，最终导致材料破碎、晶粒剥落、拔出，从而释放出刀具与工件之

间的挤压力，使划痕过程的动态切向力出现波动。同时，预压应力的存在可以改变材料的去除方式，导致一定预压应力值范围内，划痕动态切向力波动强度减弱。相反，在超声振动辅助划痕过程中，由于超声振动自身特性，材料的去除过程为刀具的往复冲击和切削，划痕过程切向力波动较为平缓，并且切向力值减小。

图 9 显示了不同划痕深度下 Al_2O_3 陶瓷在两种划痕过程中的平均切向力变化。从图 9 可以得出：(1) 不同划痕深度下，相较于普通划痕过程，超声振动辅助划痕过程的平均切向力较小。(2) 在两种划痕过程中，平均切向力均随着预压应力值的增大而增大。但普通划痕过程切向力的增大未呈现出单调性，超声振动辅助划痕过程的切向力增大呈现单调性。

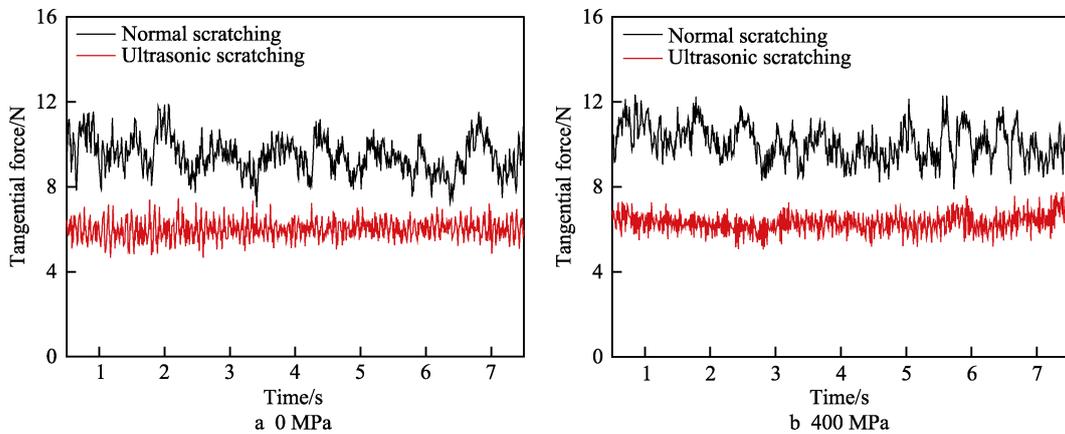


图 8 Al_2O_3 陶瓷划痕动态切向力
Fig.8 Transient tangential force of Al_2O_3 ceramic

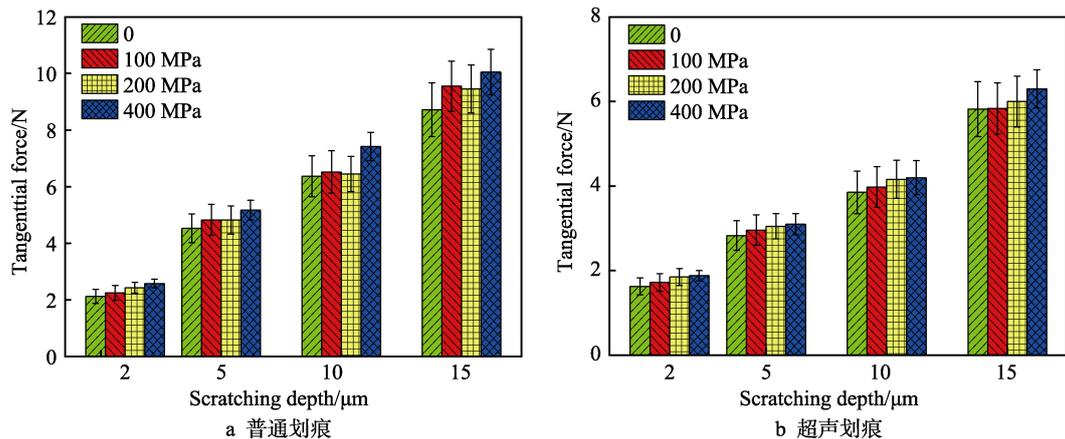


图 9 Al_2O_3 陶瓷划痕平均切向力
Fig.9 Average tangential force of Al_2O_3 ceramic: (a) normal scratching; (b) ultrasonic assisted scratching

4 结论

(1) 预压应力条件下 Al_2O_3 陶瓷普通划痕沟槽边缘完整性不好，存在不规则破碎现象，刀具划出位置存在材料崩碎现象。相对而言，超声振动辅助划痕沟槽边缘的破碎表现出周期性规律，并且破碎面积更

大，刀具划出位置存在较深的径向裂纹。

(2) 从离散元仿真结果可以看出，超声振动辅助划痕能够减少沟槽底部径向裂纹数量，但会增大径向裂纹的最大深度。

(3) 比较两种划痕截面轮廓，超声振动辅助划痕过程，表面沟槽深度和宽度更大，从而具有更大的材

料移除率。

(4) 不同划痕深度下, 超声振动辅助划痕下的平均切向力均较小, 并且动态切向力变化较为平稳, 增长呈现单调性。

参考文献:

- [1] SANJAY A, RAO P V. Experimental investigation of surface/subsurface damage formation and material removal mechanisms in SiC grinding[J]. International journal of machine tools & manufacture, 2008, 48(6): 698-710.
- [2] XIE J, LI Q, SUN J X, et al. Study on ductile-mode mirror grinding of SiC ceramic freeform surface using an elliptical torus-shaped diamond wheel[J]. Journal of materials processing technology, 2015, 222: 422-433.
- [3] MALKIN S, HWANG T W. Grinding mechanisms for ceramics[J]. Annals of the CIRP, 1996, 45: 569-580.
- [4] MAMALIS A G, HORVATH M, KUNDRAK J, et al. On the precision grinding of advanced ceramics[J]. The international journal of advanced manufacturing technology, 2002, 20(4): 255-258.
- [5] ZHANG B, ZHENG X L, TOKURA H, et al. Grinding induced damage in ceramics[J]. Journal of materials processing technology, 2003, 132: 353-364.
- [6] 李颂华, 韩涛, 孙健, 等. HIPSIN 陶瓷高效精密磨削工艺优化试验研究[J]. 表面技术, 2018, 47(9): 287-295.
LI Song-hua, HAN Tao, SUN Jian, et al. Optimization experiment on HIPSIN ceramic high efficient and precision grinding process[J]. Surface technology, 2018, 47(9): 287-295.
- [7] CHEN W, RAVICHANDRAN G. Dynamic compressive failure of a glass ceramic under lateral confinement[J]. Journal of the mechanics & physics of solids, 1997, 45(8): 1303-1328.
- [8] YOSHINO M, YASUFUMI O, SIVANANDAM A. Machining of hard-brittle materials by a single point tool under external hydrostatic pressure[J]. Journal of manufacturing science and engineering, 2005, 127(4): 837-845.
- [9] YOSHINO M, HIGASHI E, KAWADE K. Development of a machining tester for two dimensional machining test under external hydrostatic pressure[J]. JSME international journal, 2006, 49: 329-333.
- [10] TAN Yuan-qiang, JIANG Sheng-qiang, YANG Dong-min, et al. Scratching of Al_2O_3 under pre-stressing[J]. Journal of materials processing technology, 2011, 211: 1217-1223.
- [11] TAN Yuan-qiang, JIANG Sheng-qiang. Prestress scratching on sic ceramic[J]. International journal of applied ceramics technology, 2012(9): 322-328.
- [12] UHLMANN E. Surface formation in creep feed grinding of advanced ceramics with and without ultrasonic assistance[J]. Annals of the CIRP, 1998, 47(1): 249-252.
- [13] SPUR G, HOLL S E. Material removal mechanisms during ultrasonic assisted grinding[J]. Production engineering, 1997, 4(2): 9-14.
- [14] CAO Jian-guo, WU Yong-bo, LU Dong, et al. Material removal behavior in ultrasonic-assisted scratching of SiC ceramics with a single diamond tool[J]. International journal of machine tools & manufacture, 2014, 79: 49-61.
- [15] NIIHARA K, MORENA R, HASSELMAN D. Evaluation of K_{IC} of brittle solids by the indentation method with low crack-to-indent ratios[J]. Journal of material science letters, 1982, 1(1): 13-16.
- [16] CHAUDHRI M M, PHILLIPS M A. Quasi-static indentation cracking of thermally tempered soda-lime glass with spherical and vickers indenters[J]. Philosophical magazine A, 1990, 62(1): 1-27.
- [17] CHANDRASEKAR S, CHAUDHRI M M. Indentation cracking in soda-lime glass and Ni-Zn ferrite under knoop and conical indenters and residual stress measurements[J]. Philosophical magazine A, 1993, 67(5): 1187-1218.
- [18] WANG Yan, LIN Bin, WANG Shao-lei, et al. Study on the system matching of ultrasonic vibration assisted grinding for hard and brittle materials processing[J]. International journal of machine tools & manufacture, 2014, 77: 66-73.
- [19] PEI Z J, FERREIRA P M. Modeling of ductile-mode material removal in rotary ultrasonic machining[J]. International journal of machine tools & manufacture, 1998, 38(10-11): 1399-1418.
- [20] LIU De-fu, CONG W L, PEI Z J, et al. A cutting force model for rotary ultrasonic machining of brittle materials[J]. International journal of machine tools & manufacture, 2012, 52(1): 77-84.
- [21] QU W, WANG K, MILLER M H, et al. Using vibration-assisted grinding to reduce subsurface damage[J]. Journal of the international societies for precision engineering and nanotechnology, 2000, 24: 329-337.