

基于 JKR 模型的湿式滚抛磨块离散元参数标定

曹波, 李文辉, 王娜, 白小云, 王程伟

(太原理工大学 a.机械工程学院 b.精密加工山西省重点实验室, 太原 030024)

摘要: **目的** 确定湿式滚抛磨块在接触过程中各相关物理性能参数的取值。**方法** 基于 EDEM 离散元仿真模拟, 选取系统中“Hertz-Mindlin with JKR”接触模型, 以休止角为评价指标, 对湿式滚抛磨块离散元模拟的最优参数组合进行标定。首先运用 Plackett-Burman 试验选取对湿式滚抛磨块有显著影响的 3 个参数项(湿式滚抛磨块间的滚动摩擦系数、碰撞恢复系数和 JKR 表面能), 然后用最陡爬坡试验确定出显著性参数的最优区间, 最后通过响应曲面法(Box-Behnken)分别对休止角和相对误差与 3 个显著性参数的回归模型二次多项式进行方差分析, 并寻找最优参数组合。**结果** 得到了最优参数组合解: 磨块间滚动摩擦系数为 0.0597, 碰撞恢复系数为 0.7444, JKR 表面能为 0.1 J/m^2 。运用最佳参数组合进行仿真分析, 得到休止角的均值为 27.17° , 与实验的休止角相对误差为 0.6%。**结论** 使用该方法进行湿式滚抛磨块离散元物理性能参数的标定具有可行性, 不仅可以为实现仿真模拟的参数确定提供依据, 同时可为其他非规则形状散体的参数测定提供参考。

关键词: 湿式滚抛磨块; JKR 接触模型; 参数标定; 休止角; 相对误差

中图分类号: TG580 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-3660(2019)03-0249-08

DOI: 10.16490/j.cnki.issn.1001-3660.2019.03.034

Calibration of Discrete Element Parameters of the Wet Barrel Finishing Abrasive Based on JKR Model

CAO Bo, LI Wen-hui, WANG Na, BAI Xiao-yun, WANG Cheng-wei

(a.School of Mechanical Engineering, b.Shanxi Key Laboratory of Precision Machining,
Taiyuan University of Technology, Taiyuan 030024, China)

ABSTRACT: The work aims to determine the values of the relevant physical performance parameters of the wet barrel finishing abrasive in contact process. Based on EDEM discrete element simulation, Hertz-Mindlin with JKR contact model was selected from the system, and the angle of rest was used as the evaluation index to calibrate the optimal combination of parameters in the discrete element simulation of wet barrel finishing abrasive. Firstly, three parameters (rolling friction coefficient, collision recovery coefficient and surface energy of JKR between the wet barrel finishing abrasives) were selected by Plackett-Burman test. Then the optimal range of the significant parameters was determined by the steepest climbing test. Finally, the response surface method, Box-Behnken test was used to analyze the variance of the quadratic polynomial of regression model with angle

收稿日期: 2018-08-31; 修订日期: 2018-11-15

Received: 2018-08-31; **Revised:** 2018-11-15

基金项目: 国家自然科学基金(51875389, U1510118, 51345010); 山西省自然科学基金(201801D111002)

Fund: Supported by the National Natural Science Foundation(51875389, U1510118, 51345010), Shanxi Natural Science Foundation(201801D111002)

作者简介: 曹波(1993—), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为精密零件表面加工技术。

Biography: CAO Bo (1993—), Male, Master, Research focus: surface finishing technology for precision parts.

通讯作者: 李文辉(1975—), 男, 博士, 教授, 主要研究方向为精密零件表面加工技术。邮箱: wenhui_li7190@126.com

Corresponding author: LI Wen-hui (1975—), Male, Doctor, Professor, Research focus: surface finishing technology for precision parts. E-mail: wenhui_li7190@126.com

of the rest and relative error and three significant parameters and to find the optimal combination of parameters. The optimal combination of parameters was obtained: rolling friction coefficient of 0.0597, collision recovery coefficient of 0.7444 and JKR surface energy of 0.1 J/m². The simulation analysis was performed by the optimal parameter combination. The average repose angle was 27.17°, and the relative error between the repose angle and the experiment was 0.6%. It is feasible to use this method to calibrate the discrete physical parameters of wet barrel finishing abrasive. It can not only provide a basis for parameter determination of the simulation, but also provide reference for parameter mensuration of other irregular shape granules.

KEY WORDS: wet barrel finishing abrasive; JKR contact model; parameter calibration; angle of repose; relative error

滚磨光整加工技术是一种典型的自由磨具光整加工方法^[1]。滚磨光整加工工艺由于加工零件适应性强、加工效果好和加工成本低等优点,被广泛应用于各行各业,但其加工机理复杂,目前主要通过改变实验中各种加工工艺参数实现对加工质量的改善,但耗时耗力。近年来,随着各种离散元模拟软件的开发研究,考虑到现有实验条件的局限性使得工艺参数的最优设计很难实现,人们开始借助计算机来达成该目的。

目前,国内外学者对各种干散体的研究已经有了一定的成果,大部分学者把研究目标转移到了湿散体上。湿式滚抛磨块作为一种散体物料,被普遍应用于滚磨光整加工领域中。离散元法(DEM)的提出,为解决一系列非连续体问题奠定了基础。该方法可以研究散体颗粒的复杂力学特性^[2-3],也被用来标定散体的参数^[4-5]。随着离散元法的发展,接触模型作为离散元法的核心,开始大量涌现。其中,JKR模型可以最大程度地表征湿颗粒之间的接触模型,该模型引入了颗粒间表面能,可用来表示湿式和细小颗粒间的粘结作用^[6]。现阶段,JKR模型已经相继被应用到湿散体相互作用的研究上,如R. N. CUNHA等^[7]对大豆与针叶树残渣的混合物的休止角进行了数值模拟与实验研究。贺一鸣等^[8]基于堆积试验对黏弹性壤土进行了分析,并标定了其接触参数。B. B. E-Silva等^[9]基于离散元JKR模型实现了对单辊筛网绿色铁矿球团分类的建模与仿真。对于滚抛磨块接触参数的标定,目前李文辉等^[10]借助离散元模拟对干式滚抛磨块进行了分析研究。但实际加工过程中,滚抛磨块与工件之间的相互作用是在湿式条件下进行的,且以现有的物理性能参数进行分析研究与实际工况并不吻合。此外,对湿式滚抛磨块相关参数的研究也尚未有任何报道。

本文借助计算机仿真模拟,针对湿式滚抛磨块进行了参数标定,选取EDEM系统中的“Hertz-Mindlin with JKR”接触模型,进行堆积角仿真试验。对仿真试验结果,首先使用Plackett-Burman试验,筛选出对湿式滚抛磨块的休止角影响显著的参数项,然后用最陡爬坡试验使显著性参数的水平值趋近于真实值,最后使用响应曲面试验法确定出最优参数组合,并将标定后的最优参数进行仿真,对得到的休止角与实验休止角进行对比验证,确定出湿式滚抛磨块间的参数

以及湿式滚抛磨块与接触体之间的参数。

1 理论分析

湿式滚抛磨块表面存在粘附作用,常用的Hertz-Mindlin接触模型难以全面分析滚抛磨块间以及滚抛磨块与工件之间的力学行为,而“Hertz-Mindlin with JKR”接触模型是一个凝聚力接触模型。考虑到湿式滚抛磨块间的表面能(即粘结力)对湿式滚抛磨块运动的影响,其法向弹性接触力的实现是基于Johnson-Kendall-Roberts理论^[6]。设模型磨块间的粘结力为 $W^{[11]}$,大小可由式(1)求出:

$$W = \gamma_1 + \gamma_2 - \gamma_{12} \quad (1)$$

式中: γ_1 为磨块1的表面能; γ_2 为磨块2的表面能; γ_{12} 为磨块1、2之间的界面能。当磨块材料相同时,界面能为 $\gamma_{12}=0$,即 $\gamma_1=\gamma_2=\gamma$,所以 $W=2\gamma$ 。

磨块间的法向弹性接触力 F_{JKR} 可由式(2)、(3)求出:

$$F_{JKR} = -2\sqrt{2\pi W E^* \alpha^3} + \frac{4E^* \alpha^3}{3R^*} = -4\sqrt{\pi \gamma E^* \alpha^3} + \frac{4E^* \alpha^3}{3R^*} \quad (2)$$

$$\delta = \frac{\alpha^2}{R^*} - \sqrt{\frac{2\pi W \alpha}{E^*}} = \frac{\alpha^2}{R^*} - \sqrt{\frac{4\pi \gamma \alpha}{E^*}} \quad (3)$$

式中: γ 为磨块的表面能; E^* 为等效弹性模量; α 为接触面半径; R^* 为等效接触半径; δ 为法向重叠量。其中:

$$\frac{1}{E^*} = \frac{(1-\nu_1^2)}{E_1} - \frac{(1-\nu_2^2)}{E_2} \quad (4)$$

$$\frac{1}{R^*} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (5)$$

式中: E_1 、 ν_1 、 R_1 分别为磨块1的弹性模量、泊松比、半径; E_2 、 ν_2 、 R_2 分别为磨块2的弹性模量、泊松比、半径。

当磨块的表面能量 γ 为0时,则该模型 F_{JKR} 就简化为Hertz接触模型的接触力 F_{Hertz} ,如式(6)所示:

$$F_{Hertz} = \frac{4}{3} E^* \sqrt{R^*} \delta^{\frac{3}{2}} \quad (6)$$

在仿真中,磨块间的滚动摩擦及其重要,通过在

接触面上施加一个力矩 T_i 来表现：

$$T_i = -\mu_r F_n R_i \omega_i \quad (7)$$

式中： μ_r 为滚动摩擦系数； R_i 为磨块 i 质心到接触点的距离； ω_i 为磨块 i 在接触点的角速度。

2 实验与仿真

2.1 实验条件

实验中所用的样品为滚磨光整加工中常用的 $\phi 3$ mm 球形棕刚玉湿式滚抛磨块，密度为 2490 kg/m^3 。

由于湿式滚抛磨块粒径较小，通常在堆积过程中采用无底圆柱筒装填物料，该方法被称为注入法^[12]。

休止角堆积实验装置由圆筒和载料板组成，圆筒的材质为 45 号钢，规格由湿式滚抛磨块的粒径决定。圆筒的直径应大于散体最大粒径的 4~5 倍，且与高度的比为 1 : 3^[12]。在保证滚抛磨块堆稳定性的情况下，圆筒参数确定为：内径 50 mm，高 150 mm。载料板的材质为 45 号钢，尺寸为 $300 \text{ mm} \times 300 \text{ mm} \times 4 \text{ mm}$ 。

利用 MATLAB 图像处理技术对得到的实验休止角图像进行处理，读取磨料堆单侧图像，经灰度化、二值化边界提取获得其边界，通过最小二乘法对边界拟合得到方程斜率 k_θ ，如图 1 所示。最终湿式滚抛磨块堆的休止角 θ 的表达式如式 (8) 所示^[13]：

$$\theta = \frac{\arctan |k_\theta| \times 180^\circ}{\pi} \quad (8)$$

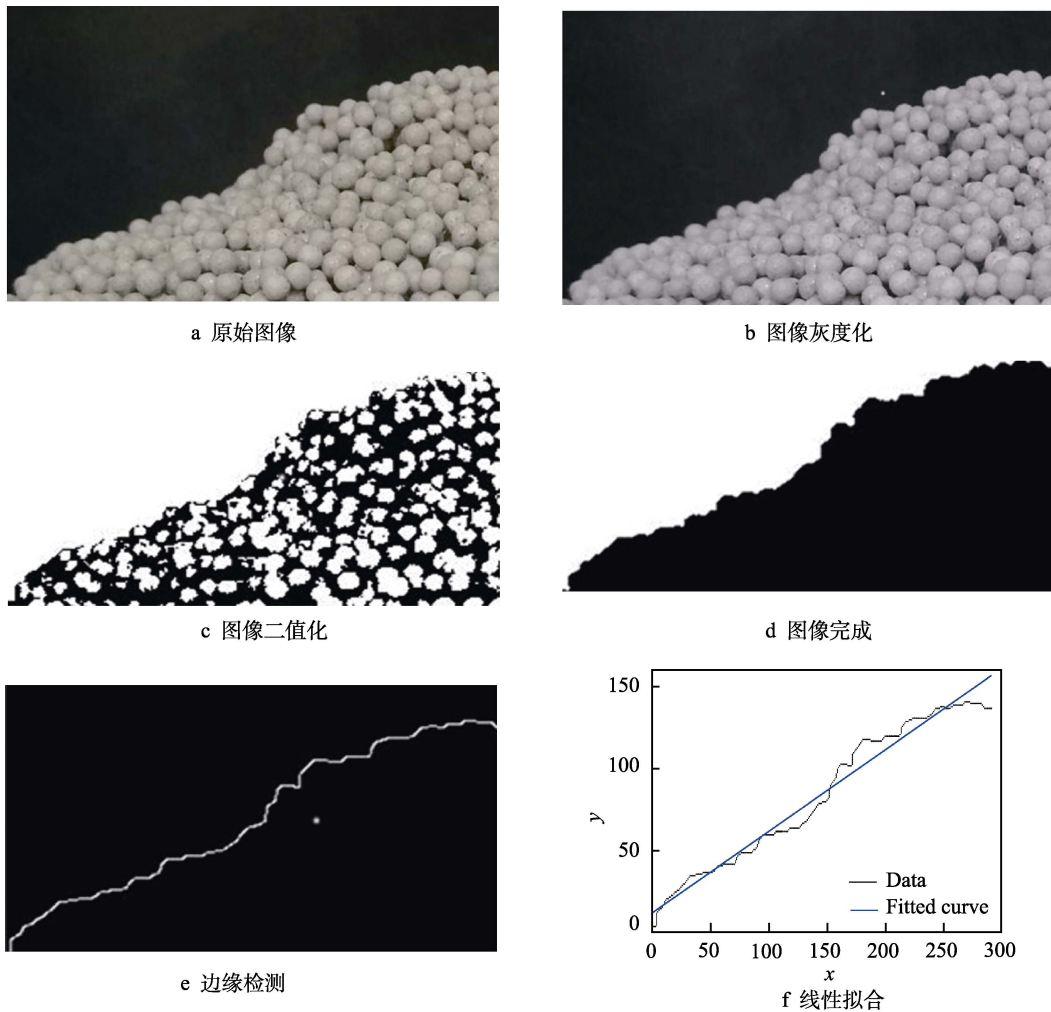


图 1 休止角处理过程

Fig.1 Repose angle processing: a) original image; b) image graying; c) image binaryzation; d) image completed; e) edge detection; f) linear fitting

采用无底圆筒法进行堆积实验，除磨料的大小、形状、本性参数及圆筒规格外，圆筒提升速度也会对堆积形态产生影响。为避免堆积体发生过大扩散，影响后续休止角的准确度，必须使圆筒速度小于 0.07 m/s ^[14]，提升速度越小，堆积体就越稳定，但过小的速度会延

长模拟时间。针对以上情况，对 $\phi 3$ 球形湿式滚抛磨块用不同的提升速度来进行研究，见图 2。从图 2 可以看出，实验与仿真中休止角变化规律基本一致。当提升速度大于 0.03 m/s 时，休止角随着提升速度的增大而减少；当提升速度从 0.04 m/s 降到 0.03 m/s 时，休止

角急剧增大;当提升速度为 0.03 m/s 时,休止角基本不再变化,达到稳定状态。根据以上分析结果,研究注入法模型在湿式滚抛磨块参数标定中的有效性时,为减少仿真时间,圆筒提升速度选择 0.03 m/s。

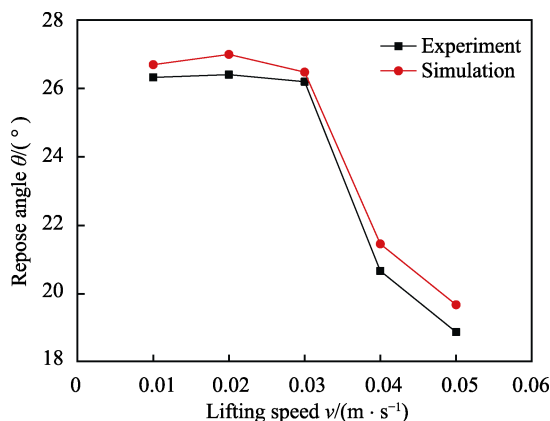


图2 不同提升速度与休止角的关系

Fig.2 Relationship between different lifting speed and repose angle

实验时,取 10 000 个湿式滚抛磨块装填在圆筒内,然后将其放置在水平的载料板上,固定在数控铣床上,以 0.03 m/s 速度提升圆筒,从而在载料板上形成一个稳定的湿式滚抛磨块堆,如图 3 所示。重复实验 5 次,求其休止角均值。利用图像处理技术对 5 组实验结果图分别进行线性拟合,得到方程斜率 k_{θ} ,再根据式(8),得到的实验休止角 θ 分别为 26.90°、26.51°、27.23°、27.31°、27.12°,均值为 27.01°,标准偏差为 0.29°。

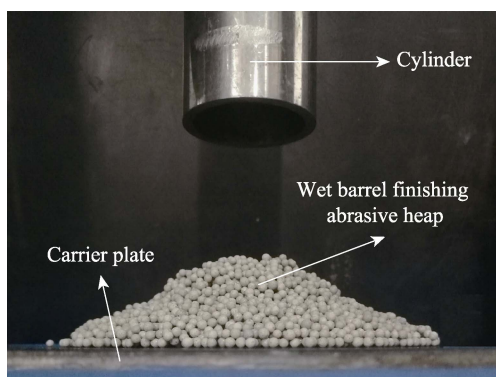


图3 休止角堆积实验装置

Fig.3 Repose angle accumulation experiment device

2.2 仿真参数确定

湿式滚抛磨块与钢板的本性参数可由参考文献^[15]和 EDEM 数据库获得。两者间的滚动摩擦系数和静摩擦系数使用简单滑板试验^[16]测定,碰撞恢复系数在忽略空气阻力的影响下,使用 $h \sim t_n$ 法测定^[17]。湿式滚抛磨块间表面能的范围可借鉴参考文献^[18],再利用 Minitab 软件中的 Plackett-Burman 试验^[19]筛选出对湿

式滚抛磨块休止角影响显著的参数,即堆积过程所涉及的参数:湿式滚抛磨块的表面能(A)、湿式滚抛磨块间的碰撞恢复系数(B)、湿式滚抛磨块间的静摩擦系数(C)、湿式滚抛磨块间的滚动摩擦系数(D)、湿式滚抛磨块与钢板的碰撞恢复系数(E)、湿式滚抛磨块与钢板的静摩擦系数(F)、湿式滚抛磨块与钢板的滚动摩擦系数(G)。由图 4 可知,湿式滚抛磨块间的滚动摩擦系数 D、碰撞恢复系数 B 和 JKR 表面能 A 对休止角影响显著,由于其他因素影响不显著,故不作分析。

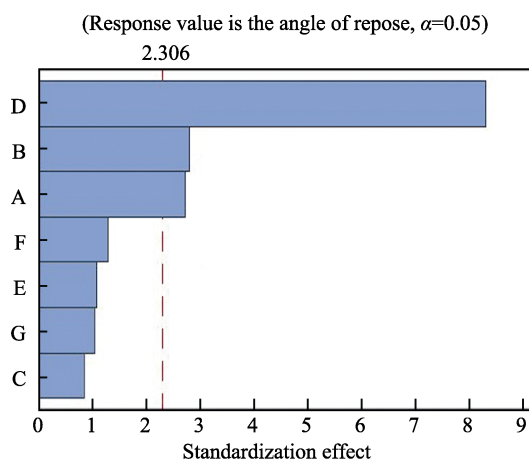


图4 影响因数标准化的 Pareto 图

Fig.4 Pareto diagram influencing factors normalization

显著性参数对休止角影响的主效应图如图 5 所示,结果显示均为正相关。在确定显著性参数与休止角成正相关的情况下进行仿真,仿真参数取湿式滚抛磨块间表面能值为 1 J/m^2 ,其他参数的数值均为最大值,仿真结果见图 6。

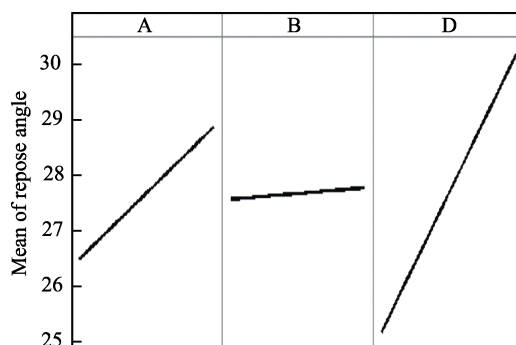


图5 休止角主效应图

Fig.5 Main effect diagram of repose angle

由上图结果分析可得,仿真时间在 3 s 时,由于湿式滚抛磨块间粘结力大,流动性小,导致其基本粘结在一起,呈柱状下落;在 4 s 时,湿式滚抛磨块堆形成,呈尖状,且形成的休止角比实验休止角目标值(27.01°)大。由此证明湿式滚抛磨块表面能取值应小于 1 J/m^2 。在此基础上依次对表面能取值进行探索性仿真模拟,模拟所需全部参数范围见表 1。

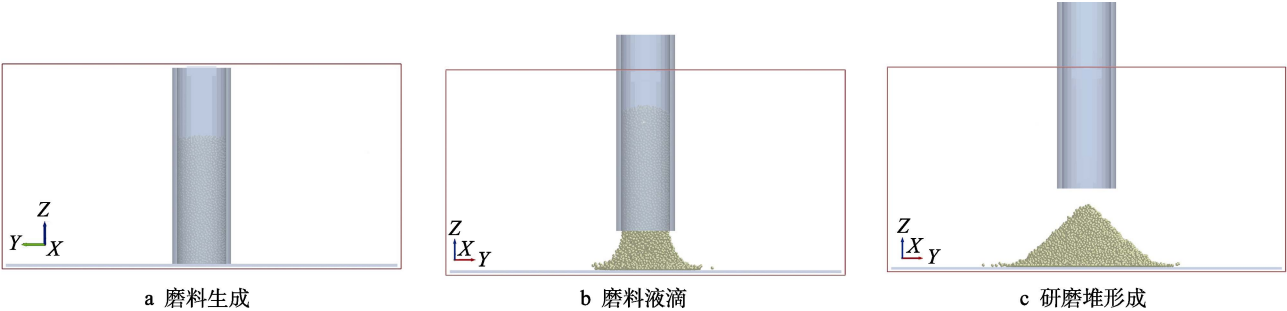


图 6 湿式滚抛磨块表面能为 1 J/m^2 时的堆积仿真过程
Fig.6 Stacking simulation process when the surface energy of wet barrel finishing abrasive is 1 J/m^2 :
a) abrasive generation; b) abrasive drop; c) abrasive heap formation

表 1 模拟中所有的参数
Tab.1 All parameters in the simulation

Parameter	Value
Poisson's ratio of wet barrel finishing abrasive	0.21
Poisson's ratio of steel plate	0.3
Shear modulus of wet barrel finishing abrasive/Pa	1.24×10^{11}
Shear modulus of steel plate/Pa	7×10^{10}
Density of wet barrel finishing abrasive/($\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$)	2490
Density of steel plate/($\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$)	7800
Surface energy of wet barrel finishing abrasive/($\text{J}\cdot\text{m}^{-2}$)	0.1~0.5
Collision recovery coefficient between wet barrel finishing abrasive	0.7~0.9
Collision recovery coefficient between wet barrel finishing abrasive and steel plate	0.7~0.9
Static friction coefficient between wet barrel finishing abrasive	0.35~0.55
Static friction coefficient between wet barrel finishing abrasive and steel plate	0.35~0.55
Rolling friction coefficient between wet barrel finishing abrasive	0.04~0.10
Rolling friction coefficient between wet barrel finishing abrasive and steel plate	0.04~0.10

仿真试验选择“Hertz-Mindlin with JKR”接触模型，仿真中圆筒内径和高度与实验中所用一致。湿式滚抛磨块生成 10 000 个，生成速率为 12 000 个/s。待湿式滚抛磨块生成完毕，以 0.03 m/s 速度提升圆筒，待载料板上形成稳定的湿式滚抛磨块堆后，使用与实验中相同的图像处理法得到其边界斜率 k_δ ，再利用式（9）计算出湿式滚抛磨块仿真休止角 δ 。

$$\delta = \frac{\arctan|k_\delta|\times180^\circ}{\pi}$$

(9)

3 参数标定试验设计及结果分析

3.1 Plackett-Burman 试验设计筛选显著性参数

Plackett-Burman 试验设计中参数同 2.2 节。试验中多插入两个虚拟参数 H、J 用来估计误差。每个参数设置高低水平，试验中设 4 个中心点，共进行 16 次试验，试验设计及结果见表 2。对表 2 结果进行方差分析，得到各因素对湿式滚抛磨块休止角的影响程度，并对其进行显著性排序。可见，湿式滚抛磨块间的滚动摩擦系数 D、湿式滚抛磨块间的碰撞恢复系数

B、湿式滚抛磨块间的表面能 A，对休止角影响显著（ $P<0.05$ ）。因此在后续的最陡爬坡和 Box-Behnken 试验^[20-22]过程中，仅针对这 3 个显著性参数进行设计。

表 2 Plackett-Burman 试验设计及结果
Tab.2 Plackett-Burman test design and results

No.	A	B	C	D	E	F	G	H	J	Angle of repose $\delta/(^\circ)$
1	0.3	0.8	0.45	0.07	0.8	0.45	0.07	L ₂	L ₂	29.90
2	0.3	0.8	0.45	0.07	0.8	0.45	0.07	L ₂	L ₁	29.90
3	0.1	0.9	0.35	0.04	0.7	0.55	0.10	L ₂	L ₁	24.83
4	0.1	0.7	0.35	0.10	0.9	0.55	0.04	L ₂	L ₂	33.03
5	0.1	0.9	0.55	0.04	0.9	0.35	0.04	L ₁	L ₂	21.43
6	0.5	0.9	0.35	0.10	0.9	0.35	0.10	L ₁	L ₁	31.03
7	0.5	0.7	0.55	0.10	0.7	0.55	0.04	L ₁	L ₁	37.82
8	0.1	0.7	0.35	0.04	0.7	0.35	0.04	L ₁	L ₁	20.80
9	0.5	0.9	0.55	0.04	0.9	0.55	0.04	L ₂	L ₁	23.05
10	0.3	0.8	0.45	0.07	0.8	0.45	0.07	L ₁	L ₂	29.90
11	0.1	0.9	0.55	0.10	0.7	0.55	0.10	L ₁	L ₂	30.32
12	0.5	0.7	0.55	0.04	0.7	0.35	0.10	L ₂	L ₂	28.97
13	0.5	0.9	0.35	0.10	0.7	0.35	0.04	L ₂	L ₂	32.68
14	0.1	0.7	0.55	0.10	0.9	0.35	0.10	L ₂	L ₁	33.16
15	0.3	0.8	0.45	0.07	0.8	0.45	0.07	L ₁	L ₁	29.90
16	0.5	0.7	0.35	0.04	0.9	0.55	0.10	L ₁	L ₂	27.05

3.2 最陡爬坡试验

为了使显著性参数达到最优区域,非显著性参数的水平值取简单滑板试验及 $h \sim t_n$ 试验中出现次数较多的值和表 1 中接触参数范围中的值,3 个显著性参数按照固定的步长逐渐增加,并进行最陡爬坡试验。设计与结果如表 3 所示,其中相对误差 ϕ 的表达式为:

$$\phi = \frac{|\delta - \theta|}{\theta} \times 100\% \quad (10)$$

由表 3 的试验结果可知,3 个显著性参数 A、B、D 的值逐渐增加时,休止角也逐渐增大,成正相关。对应的相对误差先减少后增大。可知最优区域在序号 2 附近。

表 3 最陡爬坡试验设计及结果

Tab.3 Design and results of the steepest climbing test

Number	A	B	D	Angle of repose $\delta/(\circ)$	Relative error $\phi/\%$
1	0.1	0.70	0.040	25.01	7.4
2	0.2	0.75	0.055	27.63	2.3
3	0.3	0.80	0.070	31.62	17.1
4	0.4	0.85	0.085	34.85	29.0
5	0.5	0.90	0.100	35.57	31.7

3.3 Box-Behnken 响应曲面试验及回归模型分析

3.3.1 Box-Behnken 响应曲面试验设计

根据以上最陡爬坡试验结果分析可知,在 Box-Behnken 响应曲面试验中,取序号 1、3 分别作为低、高水平,取序号 2 作为中心水平,建立湿式滚抛磨块休止角与 3 个显著性参数的回归模型。Box-Behnken 试验设计及结果如表 4 所示。

表 4 Box-Behnken 试验设计及结果

Tab.4 Box-Behnken test design and results

Number	A	B	D	Angle of repose $\delta/(\circ)$	Relative error $\phi/\%$
1	0.2	0.8	0.070	30.78	13.96
2	0.2	0.7	0.070	29.24	8.26
3	0.3	0.7	0.055	29.86	10.55
4	0.1	0.7	0.055	27.52	1.89
5	0.2	0.75	0.055	27.58	2.11
6	0.2	0.75	0.055	26.99	0.07
7	0.2	0.8	0.040	25.02	7.37
8	0.2	0.7	0.040	24.44	9.51
9	0.1	0.8	0.055	27.15	0.52
10	0.1	0.75	0.070	27.77	2.81
11	0.3	0.8	0.055	28.95	7.18
12	0.2	0.75	0.055	27.63	2.30
13	0.1	0.75	0.040	24.50	9.29
14	0.3	0.75	0.070	32.06	18.70
15	0.3	0.75	0.040	25.69	4.89

3.3.2 回归模型分析

根据 Box-Behnken 试验设计及结果分析,以休止角作为响应值,对表 5 中数据进行分析,建立完全二次模型,模型方差分析见表 5。由该模型的方差分析可得,因素 A、D 对休止角的影响极其显著,交互项 AD 的影响较为显著,其余项均不显著。该模型的 P 值小于 0.01,证明该自变量与响应值的关系极其显著。失拟项 P 值大于 0.05,相关系数 $R^2=0.9710$,调整系数 $R^2_{Adj}=0.9667$,都接近 1,说明该模型拟合度良好,拟合方程可靠度高。

表 5 休止角为响应值时完全二次模型分析结果

Tab.5 Analysis results of the complete quadratic model with the angle of repose as the response value

Source	Sum of square	df	Mean square	P-value
Model	68.01	9	7.56	0.0025*
A	11.57	1	11.57	0.0031*
B	0.088	1	0.088	0.6606
D	51.00	1	51.00	<0.0001*
AB	0.073	1	0.073	0.6893
AD	2.40	1	2.4	0.0591
BD	0.23	1	0.23	0.4851
A ²	1.13	1	1.13	0.1564
B ²	0.64	1	0.64	0.2635
D ²	0.74	1	0.74	0.2349
Residual	2.03	5	0.41	
Lack of fit	1.78	3	0.59	0.1814
Pure error	0.25	2	0.13	
Total	70.04	14		

$R^2=0.9710$ $R^2_{Adj}=0.9667$ $R^2_{Pred}=0.5863$ Adepprecision 14.334

Notes: * Indicate that the item is significant ($P<0.05$)

在保证模型显著,失拟项不显著的条件下,为使 R^2_{Adj} 与 R^2_{Pred} 两项更为接近,剔除掉不显著项,达到优化目的。优化后模型的回归方程为:

$$\delta = 20.12 - 16.39A + 2.18B + 65D + 516.67AD \quad (11)$$

由于优化后模型的回归方程为一次多项式,通过此方程求解休止角,并不能得到接近真实休止角的最优参数,所以将相对误差 ϕ 作为响应值代替休止角进行拟合,建立以相对误差为响应值的回归模型,并通过对模型求解,得到使相对误差尽可能接近 0 的最优参数组合。其完全二次模型方差分析如表 6 所示。

由方差分析可得,因素 A、D、交互项 AD、二次项 C² 对相对误差的影响极其显著,交互项 BD、二次项 B² 对其影响较为显著,其他因素影响均不显著。该模型的 P 值=0.0041<0.01,证明相对误差与自变量关系极其显著;失拟项 $P=0.3090>0.05$,相关系数 $R^2=0.9644$,调整系数 $R^2_{Adj}=0.9004$ 都接近 1,说明该模型拟合度良好,拟合方程可靠度高。但因为预测系

数 $R^2_{\text{Pred}}=0.5375$ 较低, 且与调整系数 R^2_{Adj} 差距较大, 从而剔除掉不显著项, 达到优化的目的。优化后的回归模型方差分析如表 7 所示, 得到其回归方程为:

$$\varphi = 688.51 - 152.48A - 1402.88B - 5454.87D + 3381.67AD + 2613.33BD + 837.46B^2 + 26582.91D^2 \quad (12)$$

表 6 相对误差为响应值时完全二次模型方差分析
Tab.6 Variance analysis of the complete quadratic model with relative error as the response value

Source	Sum of square	df	Mean square	P-value
Model	379.29	9	42.14	0.0041*
A	89.85	1	89.85	0.0024*
B	0.17	1	0.17	0.8130
D	20.07	1	20.07	0.0440*
AB	1.00	1	1.00	0.5761
AD	102.92	1	102.92	0.0018*
BD	15.37	1	15.37	0.0661
A ²	6.68	1	6.68	0.1832
B ²	17.82	1	17.82	0.0530
D ²	136.70	1	136.70	0.0009*
Residual	14.00	5	2.80	
Lack of fit	10.94	3	3.65	0.3090
Pure error	3.06	2	1.53	
Total	393.29	14		
$R^2=0.9644$ $R^2_{\text{Adj}}=0.9004$ $R^2_{\text{Pred}}=0.5375$ Adepprecision 12.882				

Notes: * Indicate that the item is significant ($P<0.05$)

表 7 优化模型方差分析结果
Tab.7 Variance analysis results of optimization model

Source	Sum of square	df	Mean square	P-value
Model	371.62	9	53.09	0.0007*
A	89.65	1	89.85	0.0010*
B	0.17	1	0.17	0.8193
D	20.07	1	20.07	0.0383*
AD	102.92	1	102.92	0.0007*
BD	15.37	1	15.37	0.0612
B ²	16.28	1	16.28	0.0555
D ²	132.88	1	132.88	0.0009*
Residual	21.67	7	3.10	
Lack of fit	18.62	5	3.72	0.3162
Pure error	3.06	2	1.53	
Total	393.29	14		
$R^2=0.9449$ $R^2_{\text{Adj}}=0.8898$ $R^2_{\text{Pred}}=0.6783$ Adepprecision 13.536				

Notes: * Indicate that the item is significant ($P<0.05$)

由表可得优化后模型的 P 值为 $0.0007<0.01$, 失拟项为 $0.3162>0.05$, 相关系数 $R^2=0.9449$, 调整

$R^2_{\text{Adj}}=0.8898$, 两者均接近 1。 $R^2_{\text{Adj}}=0.8895$ 、 $R^2_{\text{Pred}}=0.6783$ 两项更为接近, 且预测 R^2_{Pred} 值较高, 证明该拟合度更良好, 拟合方程更可靠。精密度从 12.882 变成了 13.536, 说明模型精确性较优化前更好, 可以用来预测休止角。用响应优化器对优化后的回归模型寻找最优解, 求解得 $A=0.1$ 、 $B=0.7444$ 、 $D=0.0597$ 。将这 3 个参数的值代入式 (12), 可得休止角 δ 为 27.07° , 与实验的休止角相对误差为 0.2%, 证明把相对误差作为响应值求解得到的参数是有效的。

3.4 仿真模拟验证

为验证标定结果的准确性, 采用标定后的湿式滚抛磨块参数进行仿真, 将得到的湿式滚抛磨块仿真模拟与实验堆积体图像进行对比验证, 如图 7 所示。重复仿真模拟 3 次, 得到的湿式滚抛磨块休止角分别为 27.25° 、 26.73° 、 27.52° , 均值为 27.17° , 与实验休止角相对误差为 0.6%, 证明通过以上方法标定湿式滚抛磨块各相关物理性能参数是可行的。

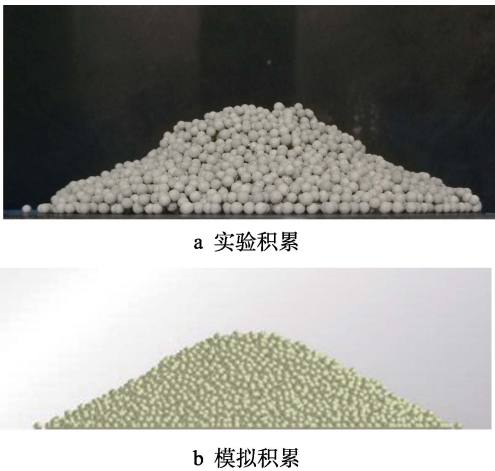


图 7 湿式滚抛磨块仿真模拟与实验堆积体图像对比
Fig.7 Comparison between simulation and experimental accumulation of wet barrel finishing abrasive: a) experimental accumulation; b) simulation accumulation

4 结论

本文提出了一种湿式滚抛磨块相关物理参数标定方法, 通过仿真模拟和实验结果的对比, 得出以下结论:

- 1) 以 $\phi 3$ 球形湿式滚抛磨块为研究对象, 基于 EDEM 离散元仿真模拟中的“Hertz-Mindlin with JKR”接触模型, 采用注入法模型, 进行堆积角试验, 并标定了湿式滚抛磨块在接触过程中的物理性能参数。
- 2) 采用 Plackett-Burman 试验设计筛选出对休止角有影响的显著项 (湿式滚抛磨块间的滚动摩擦系数、碰撞恢复系数、JKR 表面能), 基于最陡爬坡试验使显著性参数达到最优区域, 并采用响应曲面法 Box-Behnken 试验进行分析。通过优化模型的方差分

析可知,该模型拟合度良好,拟合方程精确度高,可以用来预测休止角。

3)通过对以相对误差为响应值的回归模型求解,得到使相对误差值最大限度接近目标0的最优参数组合。运用标定后的最优参数组合进行仿真,得到的仿真模拟休止角与实验休止角相对误差为0.6%。

参考文献

- [1] 杨胜强,李文辉,陈红玲.表面光整加工理论与新技术[M].北京:国防工业出版社,2011.
YANG Sheng-qiang, LI Wen-hui, CHEN Hong-ling. Surface finishing theory and new technology[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2011.
- [2] 王泳嘉,邢纪波.离散单元法同拉格朗日元法及其在岩土力学中的应用[J].岩土力学,1995,16(2):1-14.
WANG Yong-jia, XING Ji-bo. Discrete element method and Lagrangian element method and their applications in geomechanics[J]. Rock and soil mechanics, 1995, 16(2): 1-14.
- [3] 徐泳,孙其诚,张凌,等.颗粒离散元法研究进展[J].力学进展,2003,33(2):251-260.
XU Yong, SUN Qi-cheng, ZHANG Ling, et al. Advances in discrete element methods for particulate materials[J]. Advances in mechanics, 2003, 33(2): 251-260.
- [4] LI W H, ZHANG L, LI X H, et al. Theoretical and simulation analysis of abrasive particles in centrifugal barrel finishing: Kinematics mechanism and distribution characteristics[J]. Powder technology, 2017, 318: 518-527.
- [5] COETZEE C J. Calibration of the discrete element method and the effect of particle shape[J]. Powder technology, 2016, 297: 50-70.
- [6] JOHNSON K L, KENDALL K, ROBERTS A D. Surface energy and the contact of elastic solid[J]. Proceedings of the royal society A, 1971, 324(1558): 301-313.
- [7] CUNHA R N, SANTOS K G, LIMA R N, et al. Repose angle of monoparticles and binary mixture: An experimental and simulation study[J]. Powder technology, 2016, 303: 203-211.
- [8] 贺一鸣,向伟,吴明亮,等.基于堆积试验的壤土离散元参数的标定[J].农业大学学报(自然科学版),2018,44(2):216-220.
HE Yi-ming, XIANG Wei, WU Ming-liang, et al. Parameters calibration of loam soil for discrete element simulation based on the repose angle of particle heap[J]. Journal of Agricultural University (natural sciences), 2018, 44(2): 216-220.
- [9] E-SILVA B B, DA-CUNHA E R, DE-CARVALHO R M, et al. Modeling and simulation of green iron ore pellet classification in a single deck roller screen using the discrete element method[J]. Powder technology, 2018, 332: 359-370.
- [10] 李文辉,郝志明,李秀红,等.一种用于标定滚抛磨块摩擦系数的方法:中国,201710635914.9[P].2017-07-31.
LI Wen-hui, HAO Zhi-ming, LI Xiu-hong, et al. A method for calibrating the friction coefficient of barrel finishing abrasive: China, 201710635914.9[P]. 2017-07-31.
- [11] KUANG-CHUNG W, HSIEN-I Y. Determination of solid material elastic modulus and surface energy based on JKR contact model[J]. Applied surface science, 2007, 253(20): 8530-8533.
- [12] 吴爱祥,孙业志,刘湘平.散体动力学理论及其应用[M].北京:冶金工业出版社,2002.
WU Ai-xiang, SUN Ye-zhi, LIU Xiang-ping. Granular dynamic theory and its application[M]. Beijing: Metallurgical Industry Press, 2002.
- [13] LLELEJI K E, ZHOU B. The angle of repose of bulk corn stover particles[J]. Powder technology, 2008, 187(2): 110-118.
- [14] 贾富国,韩燕龙,刘扬,等.稻谷颗粒物料堆积角仿真预测方法[J].农业工程学报,2014,30(11):254-260.
JIA Fu-guo, HAN Yan-long, LIU Yang, et al. Simulation prediction method of repose angle for rice particle materials[J]. Transactions of the Chinese society of agricultural engineering, 2014, 30(11): 254-260.
- [15] 张荔,李文辉,杨胜强.滚磨光整加工中磨料颗粒堆积角的离散元参数标定[J].中国科技论文,2016,11(16):1821-1825.
ZHANG Li, LI Wen-hui, YANG Sheng-qiang. Calibration of discrete element parameters of abrasive particle in mass finishing process[J]. China science paper, 2016, 11(16): 1821-1825.
- [16] 韩燕龙,贾富国,唐玉荣,等.颗粒滚动摩擦系数对堆积特性的影响[J].物理学报,2014,63(17):173-179.
HAN Yan-long, JIA Fu-guo, TANG Yu-rong, et al. Influence of granular coefficient of rolling friction on accumulation characteristics[J]. Acta physica sinica, 2014, 63(17): 173-179.
- [17] GENG Hong-zhang, ZHANG Wei-qiang, ZHOU Kai-xue. Measurement of restitution coefficient[J]. Physics experimentation, 2002, 23(1): 39-41.
- [18] 罗帅,袁巧霞,GOUDA S, et al. 基于JKR粘结模型的蚯蚓粪基质离散元法参数标定[J].农业机械学报,2018,49(4):343-350.
LUO Shuai, YUAN Qiao-xia, GOUDA S, et al. Parameter calibration of vermicomposting nursery substrate with discrete element method based on JKR contact model[J]. Transactions of the Chinese society of agricultural machinery, 2018, 49(4): 343-350.
- [19] MARIAM H, TAMER E, AYMEN S Y, et al. Optimization of rhamnolipid production by biodegrading bacterial isolates using Plackett-Burman design[J]. International journal of biological macromolecules, 2016, 82: 573-579.
- [20] DIEM-MAI K N, TSUYOSHI I, et al. Response surface method for modeling the removal of carbon dioxide from a simulated gas using water absorption enhanced with a liquid-film-forming device[J]. Journal of environmental sciences, 2018, 65: 116-126.
- [21] SEYED R O, MEOR O H, JAN V, et al. Determination of optimal mix from the standpoint of short term aging based on asphalt mixture fracture properties using response surface method[J]. Construction and building materials, 2018, 179: 35-48.
- [22] FENG S C, HUANG C Z, WANG J, et al. Investigation and modelling of hybrid laser-water jet micromachining of single crystal SiC wafers using response surface methodology[J]. Materials science in semiconductor processing, 2017, 68: 199-212.