

Al/SiC 功能梯度材料 (FGM) 涂层板的安定性分析

郑恒伟^{1,2}, 李定玉¹, 陈翔³, 张龙¹, 敬小非¹, 刘琰¹, 王东哲²

(1.重庆科技学院, 重庆 401331; 2.重庆材料研究院, 重庆 400707; 3.重庆邮电大学, 重庆 400065)

摘要: **目的** 对热机械载荷环境下的金属/陶瓷功能梯度材料涂层板进行安定性分析, 并获得其安定载荷区域, 为其工程安全使用提供一定的理论依据。 **方法** 在已有工作基础上, 采用分段指数函数模型描述梯度涂层板中的材料热物参数空间梯度分布, 基于静力安定理论建立梯度涂层板弹性区域的理论分析模型和安定区域的理论分析模型, 通过编程数值计算, 结合自平衡的残余应力场和板内应力分布情况, 分析了 Al/SiC 功能梯度材料涂层板的安定区域。 **结果** 计算分析出 Al/SiC 功能梯度材料涂层板弹性区域边界和安定区域边界, 其中安定区域边界由两部分组成, 一部分为 Shakedown-Reversed Plasticity boundary (S-RP), 另一部分为 Shakedown-Incremental Collapse boundary (S-IC), 并得到处于安定情况下所能承受的极限热载增量为 $\Delta \bar{\theta}=154.04$ °C, 单位厚度下所能承受的极限机械载荷为 $P_x=6167.3$ N/mm。涂层板上表面热物理性能最弱, 最容易发生塑性循环变形破坏。 **结论** 根据安定分析结果, 可预先选择功能梯度涂层板所能使用的热机械环境, 为涂层板的安全使用提供可靠的理论依据。另外, 为得到更佳的安定区域和适应更苛刻的热机械环境, 安定分析结果可对涂层板制备优化设计提供较好的参考。

关键词: 热-机械作用; 安定分析; 分段函数模型; 应力分布; 残余应力; Al/SiC 功能梯度材料涂层板

中图分类号: TG174.4 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-3660(2019)01-0049-07

DOI: 10.16490/j.cnki.issn.1001-3660.2019.01.007

Shakedown Analysis of Al/SiC Functionally Graded Material (FGM) Coating Plate

ZHENG Heng-wei^{1,2}, LI Ding-yu¹, CHEN Xiang³, ZHANG Long¹,
JING Xiao-fei¹, LIU Yan¹, WANG Dong-zhe²

(1.Chongqing University of Science & Technology, Chongqing 401331, China; 2.Chongqing Material Research Institute, Chongqing 400707, China; 3.Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China)

ABSTRACT: The work aims to analyze the shakedown of metal/ceramic functionally graded material coating plate under thermo-mechanical loading and obtain its shakedown area, so as to provide theoretical basis for its safe using in engineering. Based on the previous work, the piecewise exponential function models were given to describe the space graded distribution of

收稿日期: 2018-09-30; 修订日期: 2018-10-29

Received: 2018-09-30; Revised: 2018-10-29

基金项目: 国家自然科学基金项目 (11602042, 11602043, 11802047); 重庆市科委基础与前沿研究项目 (cstc2015jcyjA50010, cstc2017jcyjAX0240, cstc2016jcyjA0319, cstc2018jcyjAX0231); 重庆市教育委员会科学技术研究项目 (KJ1713323); 重庆科技学院校内基金 (CK2016B16)

Fund: The National Natural Science Foundation of China (11602042, 11602043, 11802047); Basis and Fronter Research Technology Foundation of Chongqing (cstc2015jcyjA50010, cstc2017jcyjAX0240, cstc2016jcyjA0319, cstc2018jcyjAX0231); Scientific and Technological Research Program of Chongqing Municipal Education Commission (KJ1713323); Foundation of Chongqing University of Science & Technology (CK2016B16)

作者简介: 郑恒伟 (1983—), 女, 博士, 副教授, 主要研究方向为功能梯度材料涂层板安定性研究、复合材料细观力学、金属腐蚀与断裂。邮箱: weiwei11001@126.com

Biography: ZHENG Heng-wei (1983—), Female, Doctor, Associate professor, Research focus: shakedown analysis of FGM coating plate, micromechanics of composite and corrosion and fracture of metal. E-mail: weiwei11001@126.com

material thermal and physical parameters in the graded coating plate. Then, based on the static shakedown theory, the theoretical analysis model for elastic region and shakedown region of graded coating plate was established. Combined with stress distribution of graded coating plate and the balance of residual stress field, shakedown of Al/SiC functionally graded material coating plate was analyzed through the programmed numerical computation. The elastic region boundary and the shakedown region boundary of Al/SiC functionally graded material coating plate were obtained by computational analysis. The shakedown region boundary consisted of two parts, the Shakedown-Reversed Plasticity boundary (as S-RP) and the Shakedown-Incremental Collapse boundary (as S-IC). The extreme thermal load increment $\Delta\bar{\theta} = 154.04\text{ }^{\circ}\text{C}$ and the mechanical loading limits of unit thickness $P_x = 6167.3\text{ N/mm}$ of the graded coating plate were obtained in the shakedown condition. The thermal and physical properties of coating plate at the upper surface was the weakest, and plastic cyclic deformation was most likely to occur on this surface. According to the results of shakedown analysis, thermal mechanical environment can be pre-selected for the functionally graded coating plate so as to provide the reliable theoretical basis for the safe using. To get better shakedown area and adapt to more serious thermal mechanical environment, shakedown analysis results can provide a well reference for optimization design of graded coating plate preparation.

KEY WORDS: thermal-mechanical loading; shakedown analysis; piecewise function model; stress distribution; residual stress; Al/SiC functionally graded material coating plate

功能梯度材料是为了适应高技术领域的需要, 满足在极限温度环境(超高温、大温度落差)下不断反复正常工作而开发的一种新型复合材料^[1]。功能梯度材料的研究最早始于 1987 年日本科学技术厅的一项“关于开发缓和热应力的功能梯度材料的基础技术研究”计划。所谓功能梯度材料是根据使用要求, 选择两种不同性能的材料, 采用先进的材料复合技术, 使中间的组成和结构连续呈梯度变化, 内部不存在明显的界面, 从而使材料的性质和功能沿厚度方向也呈梯度变化的一种新型复合材料^[1-2]。功能梯度材料的提出引起了世界各国极大的关注, 美国 NASP 计划、英国的 HOTOL 计划以及我国的“863 计划”都把对功能梯度材料的研究和相关制备技术作为研究的重中之重^[3]。由于这类材料的力学和热学参数没有突变, 因而大大地缓解了应力集中。另外, 这种材料是可设计的, 可以通过改变各组材料的空间分布规律而优化热应力分布^[4]。例如航天飞机燃烧冲压式发动机燃烧室壁接触数千度高温气体的一面使用耐热性优良的陶瓷, 赋予材料耐热性能, 而接触制冷材料冷却氢的一侧采用金属材料, 赋予材料导热性和机械性能, 在两个界面之间, 采用先进的材料复合技术, 通过控制金属和陶瓷的相对组成和组织结构, 使其无界面的逐渐变化, 从而使整个材料具有耐热性好且机械强度高的新功能^[1-2]。

在 FGMs 的广泛应用领域中, 作为功能梯度材料的二维状态的功能梯度材料涂层具有非常重要的应用价值。在这种工艺中, 梯度外层被沉淀到预制的大块构件上, 在大块构件和外部涂层之间起优化过渡作用, 涂层保护构件的其余部分避免受到构件外部恶劣的温度、腐蚀或磨损等工况的影响^[5]。其中金属/陶瓷涂层兼有金属材料热导率高、韧性和延展性好, 及陶瓷材料的硬度高、耐磨损、耐腐蚀、耐高温等特性,

被广泛应用于航空航天、生物医学、能源、机械等众多领域, 目前许多国家对梯度涂层的研究发展十分迅速^[6]。目前, 国内外研究金属/陶瓷功能梯度材料涂层的力学问题主要集中在弹性解^[7]、热(残余)应力分析^[8-9]、热屈曲^[10]、接触振动^[11-12]和(热冲击)断裂等^[13-14]。由于金属/陶瓷功能梯度材料涂层中的金属相材料在热机械载荷作用环境中体现热弹塑性响应, 继而影响整个涂层的力学响应, 因此有必要对金属/陶瓷梯度涂层材料进行塑性力学响应分析。而在不考虑加载历史的情况下可采用安定分析, 继而直接获得材料结构的极限承载能力, 已成为分析近代工程极限承载能力的重要分析方法^[15]。本文在已有工作基础上^[16-17], 提出对金属/陶瓷功能梯度材料涂层板进行安定分析, 以获得涂层板的极限承载能力及在关键极限承载能力下的残余应力分布和热/机械应力分布, 此理论研究可较好地给金属/陶瓷梯度涂层更安全的工程应用提供一定的科学理论依据, 也在已有工作基础上提出对梯度材料结构更为合理的安定分析研究。

本文基于作者前期工作基础^[16-17]和经典安定性理论, 首先推导出金属/陶瓷 FGM 涂层板安定分析分段函数形式的理论模型, 然后基于所建理论模型对 Al/SiC 功能梯度材料涂层板进行安定性分析, 得到涂层板的安定区域、热机械载荷极限承载能力以及涂层板内相应的残余应力分布和热机械应力分布。

1 分段指数函数分布模型

功能梯度材料组分相体积含量在厚度方向上的分布范围一般为 0~100%, 如图 1 所示, 因此如何描述材料热物理参数的连续分布对其力学问题非常重要。基于任何一个函数模型都可以采用足够多的分段指数函数任意数值模拟的思想, 本文将功能梯度材料

涂层板沿厚度方向分为足够多的若干层, 继而采用分段指数函数描述涂层板材料特性的梯度分布^[16-18]。

取功能梯度涂层板厚度为 t , 并将其分为 N 层, 纵坐标为 z 轴, 横坐标为其材料热物理属性并将板分为上下两部分, 如图 1 所示, 因此涂层板下表面厚度方向坐标 $z=t_1=-t/2$, 上表面厚度方向坐标为 $z=t_{N+1}=t/2$, 而任意层 i 上下表面厚度方向坐标分别记为 $z=t_i$ 和 $z=t_{i+1}$ 。假设涂层板的热物理材料属性的真实分布采用 $f_M(z)$ 描述, 而涂层板热物理材料属性分布的近似描述函数为 $M(z)$, 忽略温度相关性, 有:

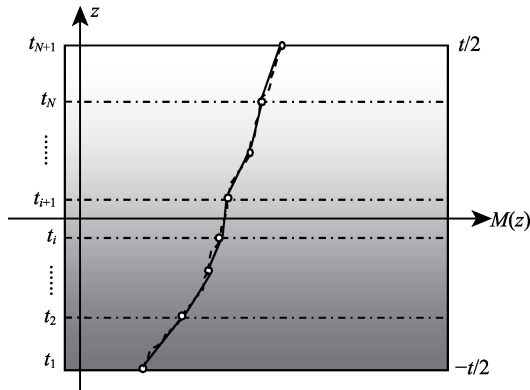


图 1 功能梯度涂层板分段模型

Fig.1 Piecewise distribution model offunctionally graded material coating plate

$$M(z) \approx f_M(z) \quad (1)$$

根据分段指数函数思想, 有:

$$M_i(z) = A_{M_i} e^{z\beta_{M_i}}, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (2)$$

其中,

$$\begin{aligned} M_i(t_i) &= f_M(t_i) \\ M_i(t_{i+1}) &= f_M(t_{i+1}) \end{aligned} \quad (3)$$

因此, 给定 $f_M(t_1), f_M(t_2), \dots, f_M(t_i), f_M(t_{i+1}), \dots, f_M(t_N)$, 由式(2)和式(3)可得:

$$A_{M_i} = f_M(t_{i+1}) \left[\frac{f_M(t_{i+1})}{f_M(t_i)} \right]^{\frac{t_i}{t_{i+1}-t_i}} \quad (4)$$

$$\beta_{M_i} = \frac{1}{t_{i+1}-t_i} \ln \left[\frac{f_M(t_{i+1})}{f_M(t_i)} \right]$$

其中, M 代表了涂层材料的杨氏模量 E 、热膨胀系数 α 、热传导率 λ 、初始屈服应力 σ_y^0 。强化后的屈服应力 $\sigma_y = d\sigma_y^0$, d 为金属相材料的强化参数。

在不考虑温度相关性的条件下, 泊松比变化及其对材料力学响应的影响均较小, 则取为:

$$\nu_i = \frac{\nu(t_i) + \nu(t_{i+1})}{2}, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (5)$$

在本文分段指数模型中, 涂层板第 i 层上下表面的热物理参数由考虑颗粒相互作用的细观力学模型^[19]给出, 见式 (6) — (13)。而第 i 层上下表面的

热膨胀系数和热传导率由式 (14) 和式 (15) 给出^[20]。

$$\bar{K}(t_i) = K_m \left\{ 1 + \frac{30V_c(t_i)(1-\nu_m)(3\gamma_1+2\gamma_2)}{3\alpha^*+2\beta^*-10V_c(t_i)(1+\nu_m)(3\gamma_1+2\gamma_2)} \right\} \quad (6)$$

$$\bar{G}(t_i) = \mu_m \left\{ 1 + \frac{30V_c(t_i)(1-\nu_m)\gamma_2}{\beta^*-4V_c(t_i)(5-5\nu_m)\gamma_2} \right\} \quad (7)$$

$$f_E(t_i) = \frac{9\bar{K}(t_i)\bar{G}(t_i)}{3\bar{K}(t_i)+\bar{G}(t_i)} \quad (8)$$

$$\bar{\nu}(t_i) = \frac{3\bar{K}(t_i)-2\bar{G}(t_i)}{6\bar{K}(t_i)+2\bar{G}(t_i)} \quad (9)$$

其中:

$$\gamma_1(t_i) = \frac{5V_c(t_i)}{4\beta^2} \left[-5\nu_m^2 + 2\nu_m - 2 - \frac{4\alpha^*(1-2\nu_m)(1+\nu_m)}{3\alpha^*+2\beta^*} \right] \quad (10)$$

$$\gamma_2(t_i) = \frac{1}{2} + \frac{5V_c(t_i)}{8\beta^2} \left[5\nu_m^2 - 11\nu_m + 11 - \frac{3\alpha^*(1-2\nu_m)(1+\nu_m)}{3\alpha^*+2\beta^*} \right] \quad (11)$$

$$\alpha^* = 2(5\nu_m-1)+10(1-\nu_m) \left(\frac{K_m}{K_c-K_m} - \frac{G_m}{G_c-G_m} \right) \quad (12)$$

$$\beta^* = 2(4-5\nu_m)+15(1-\nu_m) \frac{G_m}{G_c-G_m} \quad (13)$$

$$f_\alpha(t_i) = \alpha_m + \frac{[1/\bar{K}(t_i)-1/K_m](\alpha_c-\alpha_m)}{1/K_c-1/K_m} \quad (14)$$

$$f_\lambda(t_i) = \lambda_m \left\{ 1 + \frac{3V_c(t_i)(\lambda_c/\lambda_m-1)}{3-[1-V_c(t_i)](\lambda_c/\lambda_m-1)} \right\} \quad (15)$$

式 (6) — (15) 中的“m”和“c”分别表示金属相和陶瓷相, K_m 、 G_m 、 α_m 、 λ_m 分别表示金属相的体积模量、剪切模量、热膨胀系数、热传导率, K_c 、 G_c 、 α_c 、 λ_c 分别表示陶瓷相的体积模量、剪切模量、热膨胀系数、热传导率; \bar{K} 和 \bar{G} 表示每层材料的等效体积模量和等效剪切模量。 $V_c(t_i)$ 表示第 i 层下表面处颗粒体积分数, ν_m 为金属相的泊松比, 所有表达式中 i 取 $1, 2, \dots, N$ 。

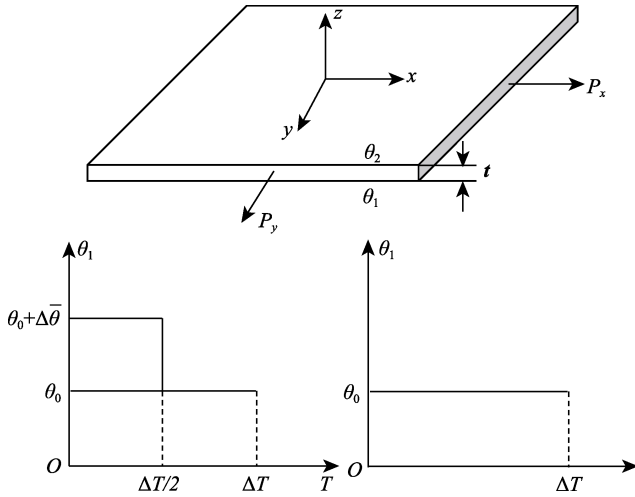
2 温度分布

本文的温度分布如图 2 所示, 温度分布的函数形式为:

$$\Delta\theta(z) = \Delta\theta'(z) \Delta\theta = \left(\frac{1}{2} - \frac{z}{t} \right) \Delta\bar{\theta} \left(-\frac{t}{2} \leq z \leq \frac{t}{2} \right) \quad (16)$$

温度分布函数的分段指数函数形式表示为:

$$\begin{aligned} \theta_i(z) &= A_{\theta_i} e^{z\beta_{\theta_i}}, \\ \begin{cases} A_{\theta_i} = f_\theta(t_i) \left[\frac{f_\theta(t_{i+1})}{f_\theta(t_i)} \right]^{\frac{-t_i}{t_{i+1}-t_i}} \\ \beta_{\theta_i} = \frac{1}{t_{i+1}-t_i} \ln \left[\frac{f_\theta(t_{i+1})}{f_\theta(t_i)} \right] \end{cases} & \quad t_i \leq z \leq t_{i+1}, \quad i = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (17)$$

图2 功能梯度涂层板温度分布^[21]Fig.2 Temperature distribution of functionally graded material coating plate^[21]

3 机械应力和热应力纯弹性解的分段函数模型

假设涂层板在 y 方向固定, 即 $\varepsilon_y=0$, 根据涂层板的平面应力-应变关系式:

$$\varepsilon_x - \alpha(z)\Delta\theta(z) = \frac{1}{E(z)}(\sigma_x - \nu\sigma_y) \quad (18)$$

$$\varepsilon_y - \alpha(z)\Delta\theta(z) = \frac{1}{E(z)}(\sigma_y - \nu\sigma_x) \quad (19)$$

联立式 (18) 和式 (19), 得:

$$\sigma_x = \frac{E(z)}{1-\nu^2} [\varepsilon_x - \alpha(z)(1+\nu)\Delta\theta(z)] \quad (20)$$

若涂层板只受到机械载荷 P_x 单独作用, 则有:

$$\sigma_P(z) = \sigma_x|_{\Delta\theta=0} = \frac{E(z)}{\int_{-t/2}^{t/2} E(z')dz'} P_x \quad (21)$$

代入杨氏模量的分段指数函数形式, 可推导出机械应力的分段函数模型:

$$\sigma_{Pi}(z) = \frac{E_i(z)}{\sum_{i=1}^N \int_{t_k}^{t_{k+1}} E_k(z')dz'} P_x, \quad t_i \leq z \leq t_{i+1}, \quad i=1,2,\dots,N \quad (22)$$

若涂层板只受到温度载荷作用且厚度方向无约束, 则可推导出:

$$\sigma_\theta(z, \Delta\bar{\theta}) = \sigma_x|_{P_x=0} = \Delta\bar{\theta} f_{\sigma_\theta}(z) \quad (23)$$

其中:

$$f_{\sigma_\theta}(z) = \frac{E(z)}{1-\nu} \left[\frac{\int_{-t/2}^{t/2} \alpha(z')E(z')\Delta\theta'(z')dz'}{\int_{-t/2}^{t/2} E(z')dz'} - \alpha(z)\Delta\theta'(z) \right] \quad (24)$$

代入杨氏模量、热膨胀系数和温度分布的分段指数函数形式, 可推导出热应力的分段函数模型:

$$\sigma_{\theta i}(z, \Delta\bar{\theta}) = \Delta\bar{\theta} f_{\sigma_\theta}^i(z), \quad t_i \leq z \leq t_{i+1}, \quad i=1,2,\dots,N \quad (25)$$

其中:

$$f_{\sigma_\theta}^i(z) = \frac{E_i(z)}{1-\nu} \left[\frac{\sum_{k=1}^N \int_{t_k}^{t_{k+1}} \alpha_k(z')E_k(z')\Delta\theta'_k(z')dz'}{\sum_{k=1}^N \int_{t_k}^{t_{k+1}} E_k(z')dz'} - \alpha_i(z)\Delta\theta'_i(z) \right] \quad t_i \leq z \leq t_{i+1}, \quad i=1,2,\dots,N \quad (26)$$

4 梯度涂层板安定分析理论模型

前文图2给出了梯度涂层板所受的热载规律, 由图2可知, 在任一热机械载荷周期的前半周期内, 热-机械载荷同时作用在涂层板上, 而后半周期内只有机械载荷作用在涂层板上。由于涂层板的热物理属性梯度分布变化采用分段指数函数模型描述, 从而为确定板中热应力为0处在厚度方向的具体位置坐标 z (文中以此处定义为板等效中性层 z 坐标) 增加了困难, 因此为了数值计算分析的方便操作, 在本文中直接采用 $f_{\sigma_\theta}(z)=0$ 将板分为上下两部分。

4.1 梯度涂层板弹性状态下受载区域与极限边界

功能梯度涂层板处于弹性状态时的可加载范围由以下不等式组确定。

$$\begin{cases} \sigma_{Pi}(z) + \sigma_{\theta i}(z, \Delta\bar{\theta}) \leq \sigma_{yi}^0(z), f_{\sigma_\theta}^i(z) \geq 0 \\ \sigma_{Pi}(z) + \sigma_{\theta i}(z, \Delta\bar{\theta}) \geq -\sigma_{yi}^0(z), \\ f_{\sigma_\theta}^i(z) \leq 0 \\ \sigma_{Pi}(z) \leq \sigma_{yi}^0(z) \end{cases} \quad i=1,2,\dots,N \quad (27)$$

通过数值计算, 由不等式组 (27) 可求得功能梯度涂层处于弹性状态时循环热-机械载荷的加载范围, 并得到涂层板发生初始屈服时的最大加载极限。

4.2 梯度涂层板安定状态下受载区域与极限边界

确定涂层板处于安定状态时的加载范围。假设存在残余应力场 $\bar{\rho}(z)$ 和 k^* ($1 \leq k^* \leq d$) (均不随时间变化), 则此板保持安定状态时板内的应力分布条件为:

$$\begin{cases} \sigma_{Pi}(z) + \sigma_{\theta i}(z, \Delta\bar{\theta}) + \bar{\rho}_{xi}(z) \leq \sigma_{yi}(z), f_{\sigma_\theta}^i(z) \geq 0 \\ \sigma_{Pi}(z) + \sigma_{\theta i}(z, \Delta\bar{\theta}) + \bar{\rho}_{xi}(z) \geq -\sigma_{yi}(z), f_{\sigma_\theta}^i(z) \leq 0 \\ \sigma_{Pi}(z) + \bar{\rho}_{xi}(z) \geq -\sigma_{yi}(z), f_{\sigma_\theta}^i(z) \geq 0 \\ \sigma_{Pi}(z) + \bar{\rho}_{xi}(z) \leq \sigma_{yi}(z), f_{\sigma_\theta}^i(z) \leq 0 \end{cases} \quad i=1,2,\dots,N \quad (28)$$

其中, 强化极限应力 $\sigma_{yi}(z) = k^* \sigma_{yi}^0(z)$, 为得到涂层板

安定状态下的最大载荷极限, 这里取 $k^* = d$ 。

涂层板处于静力安定状态下的极限载荷边界由两部分组成: 塑性变形循环产生致使涂层板发生破坏的载荷极限边界, 英文记为 Shakedown-Reversed Plasticity boundary (简记为 S-RP 边界); 由于产生塑性应变累积致使涂层板发生破坏的载荷极限边界, 英文记为 Shakedown-Increment Collapse boundary (简记为 S-IC 边界)。

4.2.1 梯度涂层板的 S-RP 边界

热机械载荷作用下, 梯度涂层板内初始出现某材料点在每个受载周期 T 内均发生拉压屈服现象, 此时涂层板所受载荷为其发生循环塑性破坏的极限载荷, 由不等式组 (28) 推导可得式 (29), 通过式 (29) 计算可得涂层板静力安定-发生循环塑性变形破坏的临界载荷边界 S-RP。

$$\begin{cases} \sigma_{\theta i}(z, \Delta\bar{\theta}) \leq 2\sigma_{yi}(z), \\ f_{\sigma_{\theta}}^i(z) \geq 0 \\ \sigma_{\theta i}(z, \Delta\bar{\theta}) \geq -2\sigma_{yi}(z), \\ f_{\sigma_{\theta}}^i(z) \geq 0 \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (29)$$

4.2.2 梯度涂层板的 S-IC 边界

热机械载荷作用下, 梯度涂层板在每个受载周期 T 内, 板内所有材料点在同一方向不断产生塑性变形累积并最终致使板发生破坏, 此时涂层板所受载荷为其发生累积塑性应变破坏的极限载荷, 因此得到式 (30), 通过式 (30) 计算可得涂层板静力安定-发生塑性应变累积变形破坏的临界载荷边界 S-IC。

$$\begin{cases} \sigma_{Pi}(z) + \sigma_{\theta i}(z, \Delta\bar{\theta}) + \bar{\rho}_{xi}(z) = \sigma_{yi}(z), \\ f_{\sigma_{\theta}}^i(z) \geq 0 \\ \sigma_{Pi}(z) + \bar{\rho}_{xi}(z) = \sigma_{yi}(z), \\ f_{\sigma_{\theta}}^i(z) \leq 0 \\ \sigma_{Pi}(z) + \bar{\rho}_{xi}(z) \geq -\sigma_{yi}(z), \\ f_{\sigma_{\theta}}^i(z) \geq 0 \\ \sigma_{Pi}(z) + \sigma_{\theta i}(z, \Delta\bar{\theta}) + \bar{\rho}_{xi}(z) \geq -\sigma_{yi}(z), \\ f_{\sigma_{\theta}}^i(z) \leq 0 \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (30)$$

根据温度载荷是否作用于功能梯度材料涂层板上, 定义 σ_+ 和 σ_- 如下:

$$\sigma_+ = \sigma_{Pi}(z) + \sigma_{\theta i}(z, \Delta\bar{\theta}) + \bar{\rho}_{xi}(z), \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (31)$$

$$\sigma_- = \sigma_{Pi}(z) + \bar{\rho}_{xi}(z), \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (32)$$

5 Al/SiC 功能梯度涂层板安定分析算例

本文对 Al/SiC 功能梯度涂层板进行安定分析, 表 1^[22]给出了涂层板组分材料参数。根据所建立的

功能梯度材料涂层安定分析理论模型, 将不等式组 (30) 的第一、二式两边在厚度方向上积分并相加, 又有残余应力场自平衡, 继而得到关于机械载荷 P_x 和温度载荷增量 $\Delta\bar{\theta}$ 的方程, 联立不等式组 (30) 的第三、四式进行编程计算求解。建立坐标系, 其中横坐标轴为机械载荷 P_x , 纵坐标轴为温度增量 $\Delta\bar{\theta}$, 根据计算结果在 $P_x - \Delta\bar{\theta}$ 坐标系中绘出边界曲线 S-IC; 采用相同的方法求解不等式组 (29), 根据计算结果在 $P_x - \Delta\bar{\theta}$ 坐标系中绘出边界曲线 S-RP。这两条曲线相交于点 B, 见图 3。图中实线表示 Al/SiC 功能梯度涂层板分别处于纯弹性状态和安定状态下载荷的极限边界, 而涂层板的安定区域为极限载荷边界与横纵坐标轴 ($\Delta\bar{\theta}, P_x$) 共同围成的区域。

表 1 Al 和 SiC 的材料特性
Tab.1 Material constants of Al and SiC

| | E/GPa | ν | G/GPa | $\alpha/(\times 10^{-6} \text{K}^{-1})$ | $\lambda/(\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1})$ | σ_y/MPa | σ_u/MPa | d |
|-----|----------------|-------|----------------|---|--|-----------------------|-----------------------|------|
| Al | 69 | 0.33 | 25.94 | 23.1 | 237 | 34 | 79 | 2.32 |
| SiC | 450 | 0.17 | 192.31 | 4.7 | 368 | | | 2.32 |

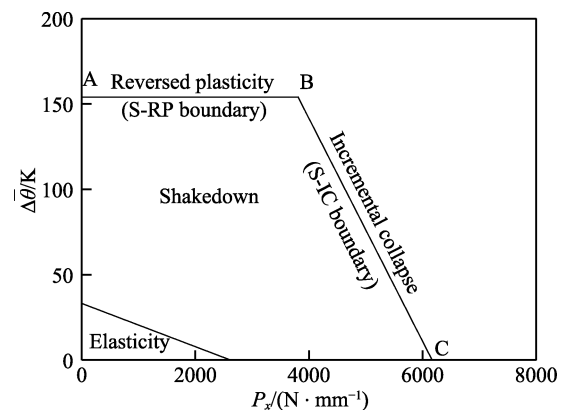


图 3 Al/SiC 安定状态下功能梯度涂层板的受载区域与边界

Fig.3 Thermo-mechanical loading area and boundary of Al/SiC functionally graded coating plate in Shakedown

图 4—6 分别给出了图 3 中载荷极限边界上点 A、B、C 对应的载荷作用下 Al/SiC 功能梯度板的应力分布, 图中的 σ_- 和 σ_+ 由式 (31) 和式 (32) 定义所得。图 4b 表示图 3 中 A 点对应温度载荷作用下 ($P_x = 0$) 涂层板内的应力分布, 此情况下涂层板上表面 $z = t/2$ 处恰好出现 $\sigma_+(t/2) = \sigma_y(t/2)$ 、 $\sigma_-(t/2) = -\sigma_y(t/2)$ 。说明在每个循环载荷作用周期内, 热机械载荷共同作用时, 涂层板上表面应力刚好达到拉应力屈服极限, 仅有机机械载荷作用时, 涂层板上表面应力刚好达到压应力屈服极限, 这一现象表示涂层板的上表面发生了循环塑性变形, 得到的 $\Delta\bar{\theta}$ 即为板所能承受的热载增量极限。图 4a 给出了相应的 $\bar{\rho}(z)$ 分布。

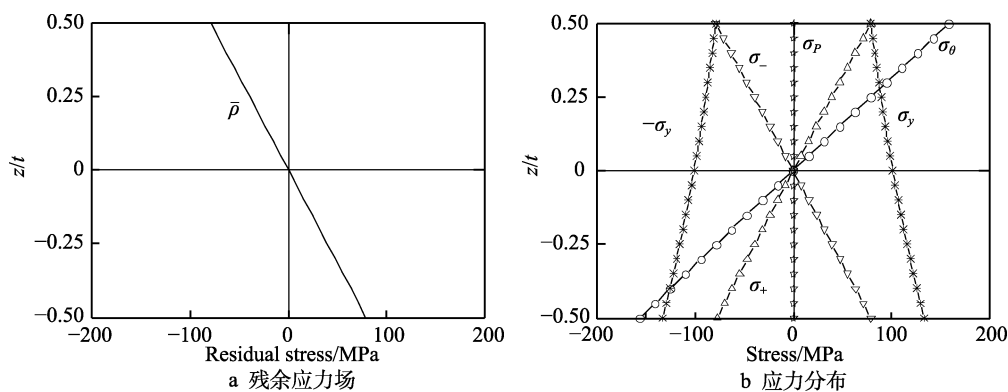


图4 点A(见图3)载荷作用下涂层板内应力分布

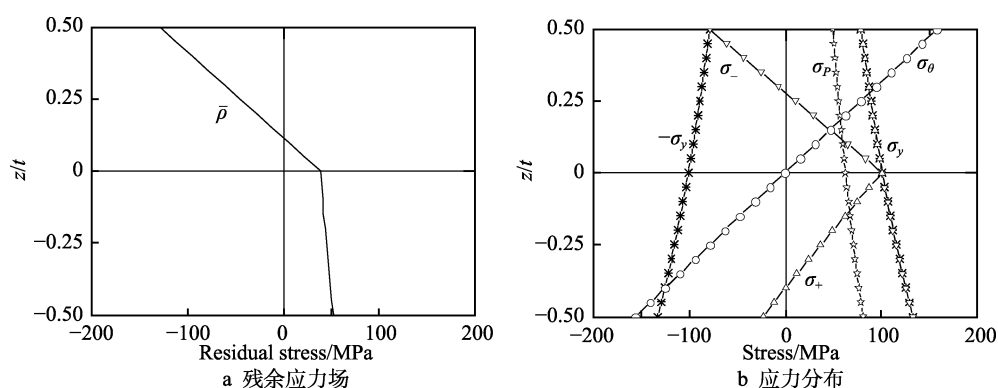
Fig.4 Stress distributions of coating plate subjected to point A under the thermo-mechanical loading (Fig.3):
(a) residual stress field, (b) stress distributions

图5 点B(见图3)载荷作用下涂层板内应力分布

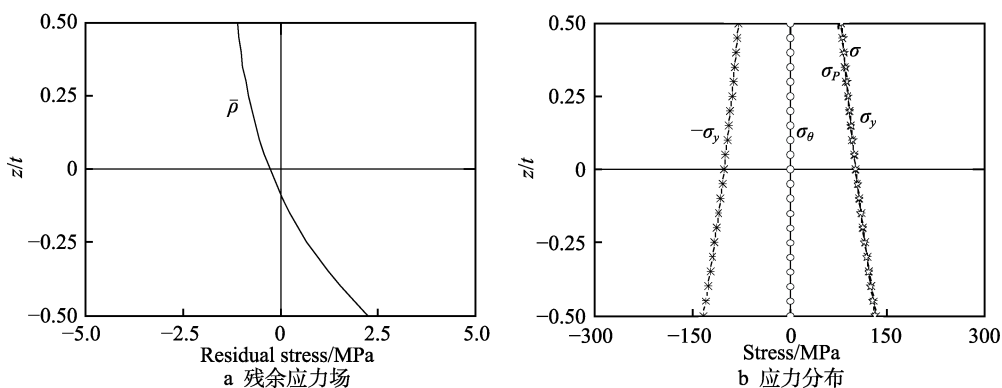
Fig.5 Stress distributions of coating plate subjected to point B under thermo-mechanical loading (Fig.3):
(a) residual stress field, (b) stress distributions

图6 点C(见图3)载荷作用下涂层板内应力分布

Fig.6 Stress distributions of coating plate subjected to point C under thermo-mechanical loading (Fig.3):
(a) residual stress field, (b) stress distributions

图5给出了与图3中B点对应载荷作用下涂层板内的应力分布。分析图5b可知,存在温度载荷作用时($\Delta\bar{\theta} \neq 0$),涂层板内 $f_{\sigma_\theta}^i(z) \geq 0$ 的部分存在 $\sigma_+(z) = \sigma_+(z) = \sigma_y(z)$,且在涂层板上表面 $z = t/2$ 处存在 $\sigma_+(t/2) = \sigma_y(t/2)$;无温度载荷作用时($\Delta\bar{\theta} = 0$),涂层板内 $f_{\sigma_\theta}^i(z) \leq 0$ 的部分存在 $\sigma_-(z) = \sigma_y(z)$,且板上表面 $z = t/2$ 处存在 $\sigma_-(t/2) = -\sigma_y(t/2)$ 。此应力分布状态说明整个涂层板在热-机械载荷循环作用环境中产生塑性变形累积,使得涂层板呈现塑性变形累积失

效;同时板的上表面 $z = t/2$ 处发生循环塑性变形,导致涂层板发生低周疲劳失效的趋势。而从图3可以看出,点B所代表的热-机械载荷恰为板处于安定状态时S-RP和S-IC两种边界的交点,继而说明在此循环载荷作用下涂层板内应力分布(图5b)的合理性。图5a给出了涂层板内相应的残余应力场分布。

图6给出的涂层板应力分布所对应的载荷环境为图3中C点代表的热-机械载荷($\Delta\bar{\theta} = 0$)。从图6b可见,此机械载荷单独作用下,涂层板内各点的应力 $\sigma(\sigma_+$ 与 σ_- 重合)均达到拉应力屈服极限,说明机械载

荷单独作用时, C 点对应的 P_x 为可施加在涂层板上的极限值。图 6a 给出了涂层板内相应的残余应力场分布。

6 结论

1) 本文对受到循环热-机械载荷作用下的金属/陶瓷功能梯度材料涂层板进行了安定分析, 采用分段指数函数模型描述涂层板材料热物理参数空间分布, 推导出了梯度涂层板安定分析理论模型的分段函数形式。

2) 采用所建的安定分析理论模型并结合数值计算, 对 Al/SiC 功能梯度涂层板进行了安定分析, 计算得出了涂层板所能承受的最大温度载荷和机械载荷, 绘出了涂层板的弹性区域和安定区域边界, 并给出了关键载荷作用时涂层板的应力分布, 为涂层板安全工程应用提供了基于安定分析的理论依据。

参考文献:

- [1] 韩杰才, 徐丽, 王保林, 等. 梯度功能材料的研究进展及展望[J]. 固体火箭技术, 2004, 27(3): 207-215.
HAN Jie-cai, XU Li, WANG Bao-lin, et al. Progress and prospects of functional gradient materials[J]. Journal of solid rocket technology, 2004, 27(3): 207-215.
- [2] 陈东, 杨光义, 王国元, 等. 功能梯度材料的进展[J]. 青岛建筑工程学院学报, 2001(4): 92-95.
CHEN Dong, YANG Guang-yi, WANG Guo-yuan, et al. The development of functionally gradient materials [J]. Journal of Qingdao Institute of Architecture and Engineering, 2001(4): 92-95.
- [3] 刘英凯, 程站起. 功能梯度材料热传导问题的近场动力学模型[J]. 力学季刊, 2018, 39(1): 82-89.
LIU Ying-kai, CHENG Zhan-qi. Transient heat conduction model for functionally graded materials based on peridynamics[J]. Chinese quarterly mechanics, 2018, 39(1): 82-89.
- [4] 王保林, 杜善义, 韩杰才. 功能梯度材料的热/机械耦合分析研究进展[J]. 力学进展, 1999(4): 528-548.
WANG Bao-lin, DU Shan-yi, HAN Jie-cai. Thermomechanical coupling analysis advances of functionally graded material Structure[J]. Advances in mechanics, 1999(4): 528-548.
- [5] 林文松. 功能梯度材料涂层制备技术的研究进展[J]. 表面技术, 2004(4): 7-9.
LIN Wen-song. Development of preparation technology of functionally gradient materials[J]. Surface technology, 2004(4): 7-9.
- [6] 付永信, 王建江, 杜心康, 等. 热喷涂技术制备功能梯度材料涂层的发展状况[J]. 材料保护, 2006(6): 41-44.
FU Yong-xin, WANG Jian-jiang, DU Xin-kang, et al. Review on current state and development of thermally sprayed functional gradient coatings[J]. Material protection, 2006(6): 41-44.
- [7] ATASHIPOUR S A, SBURLATI R, ATASHIPOUR S R. Elastic analysis of thick-walled pressurized spherical vessels coated with functionally graded materials[J]. Meccanica, 2014, 49(12): 2965-2978.
- [8] WANG Z, ZHANG Q, XIA L, et al. Thermomechanical analysis of pressure vessels with functionally graded material coating[J]. Journal of pressure vessel technology-transactions of the ASME, 2016, 138(11201): 1-10.
- [9] CHOI K, KIM H, PARK C, et al. High-temperature thermo-mechanical behavior of functionally graded materials produced by plasma sprayed coating: Experimental and modeling results[J]. Metals and materials international, 2016, 22(5): 817-824.
- [10] HAN Q, WANG Z, NASH D H, et al. Thermal buckling analysis of cylindrical shell with functionally graded material coating[J]. Composite structures, 2017, 181: 171-182.
- [11] MAO J J, KE L L, YANG J, et al. The coupled thermoelastic instability of FGM coatings with arbitrarily varying properties in-plane sliding[J]. Acta mechanica, 2018(4): 1-17.
- [12] MAO J, KE L, YANG J, et al. Thermoelastic instability of functionally graded coating with arbitrarily varying properties considering contact resistance and frictional heat[J]. Applied mathematical modelling, 2017, 43: 1689.
- [13] ESKANDARI H. Three-dimensional investigation of cracked tubes coated with functionally graded material under shock loading[J]. Journal of the Brazilian society of mechanical sciences and engineering, 2018, 40(9): 432.
- [14] PEYMAN F, VAHID B, MAHID K. Stress intensity factor calculation for semi-elliptical cracks on functionally graded material coated cylinders[J]. Structural engineering and mechanics, 2017, 55(6): 1086-1097.
- [15] 钱令希, 王志必. 板壳极限分析和安定分析——温度参数法[J]. 力学学报, 1989, 21(2): 118-124.
QIAN Ling-xi, WANG Zhi-bi. Limit analysis and shakedown analysis of bending plates and rotational shell—method of temperature parameters[J]. Chinese journal of theoretical and applied mechanics, 1989, 21(2): 118-124.
- [16] ZHENG Heng-wei, PENG Xiang-he, HU Ning. Analysis for shakedown of functionally graded plate subjected to thermal-mechanical loading with piecewise-exponential distribution of material properties[J]. Computer modeling in engineering & sciences, 2012, 86(6): 505-531.
- [17] 郑恒伟. 耦合热力荷载下功能梯度材料板的安定性分析及优化[D]. 重庆: 重庆大学, 2013.
ZHENG Heng-wei. Shakedown analysis and optimization of functionally graded plates subjected to coupled thermal and mechanical loading[D]. Chongqing: Chongqing University, 2013.
- [18] GUO L C, NODA N, WU L Z. Modeling method for a crack problem of function-ally graded materials with arbitrary properties piecewise-exponential model[J]. International journal of solids and structures, 2007, 44: 6768-6790.
- [19] JU J W, CHEN T M. Effective elastic moduli of two-phase composites containing randomly dispersed spherical in homogeneities[J]. Acta metallurgica, 1994, 103(1-4): 123-144.
- [20] CHO J R, ODEN J T. Functionally graded material: A parametric study on thermal stress characteristics using the Crank-Nicolson-Galerkin scheme[J]. Computer methods in applied mechanics and engineering, 2000, 188: 17-38.
- [21] BREE J. Elastic plastic behavior of thin tubes subjected to internal pressure and intermittent high heat fluxes with application to fast nuclear reactor fuel elements [J]. Journal of strain analysis, 1967, 2: 226-238.
- [22] SHEN Y L. Thermal expansion of metal-ceramic composites: A three dimensional analysis[J]. Materials science and engineering, 1998, A252: 269-275.