

# 基于有限元的 20# 钢冲蚀磨损行为模拟

吕东莉<sup>a,b</sup>, 练章华<sup>b</sup>, 张涛<sup>b</sup>

(西南石油大学 a.材料科学与工程学院, b.油气藏地质及开发国家重点实验室, 成都 610500)

**摘要:** 目的 研究固体颗粒对油气井管柱或地面油气输送管道材料的冲蚀磨损规律。方法 通过对石英砂颗粒形状特征抽提了颗粒模型, 采用有限元方法模拟了其对 20# 钢的冲蚀磨损动力学行为。在不同冲击角度、不同颗粒粒径和不同冲击速度的条件下, 分析材料表面冲蚀破坏应力特征和材料堆积形态。结果 在给定的参数条件下, 随着冲击角度的增大, 最大等效应力先上升后下降, 在 40° 时达到最大值 1370 MPa。高角度冲蚀时, 表现为凿坑和塑性挤出; 低角度冲蚀时, 以微切割和犁沟形唇为主, 在冲蚀坑两侧及前端有材料堆积, 冲蚀坑前端的变形唇高度逐渐增加, 在 40° 时达到最大值 0.019 85 mm。随着冲击速度的增大, 最大等效应力单调增大, 冲击坑深度变化不大, 但冲蚀粒子前端的堆积材料明显增多, 变形唇片高度增大。当粒径小于 0.15 mm 时, 最大等效应力随粒径的增加而增大, 粒径为 0.15 mm 时达到最大值 1410 MPa。当粒径超过 0.15 mm 时, 最大等效应力随粒径的增加而减小。随粒径的增加, 冲蚀坑深度缓慢增加, 粒子前端的变形唇片高度明显增加。**结论** 采用有限元方法对石英砂冲蚀 20# 钢的动力学行为进行了成功的模拟, 获得了冲蚀角度、冲蚀速度以及颗粒粒径的变化对 20# 钢冲蚀过程中应力分布、冲蚀形貌变化的影响规律。

**关键词:** 20# 钢; 固体颗粒; 冲蚀磨损; 有限元; 数值模拟; 等效应力; 冲蚀形貌

**中图分类号:** TG115.5; TH117 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-3660(2018)06-0031-07

**DOI:** 10.16490/j.cnki.issn.1001-3660.2018.06.005

## Finite Element-based Simulation on Erosive Wear Behaviour of 20# Steel

LYU Dong-li<sup>a,b</sup>, LIAN Zhang-hua<sup>b</sup>, ZHANG Tao<sup>b</sup>

(a.School of Material Science and Engineering, b.State Key Laboratory of Oil and Gas Reservoir Geology and Exploitation,  
Southwest Petroleum University, Chengdu 610500, China)

**ABSTRACT:** The work aims to study erosive wear law of oil and gas well pipe column or ground oil and gas pipeline materials under the effects of solid particles. The particle model was extracted according to shape characteristics of quartz sand particles, and impact wear dynamic behavior of solid particles on 20# steel was studied in finite element method. Impact stress characteristics and material accumulation form of quartz sand particles were analyzed at different impact angles, different particle sizes and different impact velocities. Provided with given parameters, the maximum equivalent stress first increased and then decreased as the impact angle increased, and reached the maximum 1370 MPa at 40°. In case of high-angle erosion, erosion morphology was manifested by chisel pit and plastic extrusion, while in case of low-angle erosion, erosion morphology was dominated by micro-cutting and furrow-shaped lip. The material was accumulated on both sides and the front end of erosion pit, and height of

收稿日期: 2018-01-22; 修訂日期: 2018-04-14

Received: 2018-01-22; Revised: 2018-04-14

基金项目: 油气藏地质及开发工程国家重点实验室开放基金 (PLN1520); 四川省教育厅应用基础研究项目 (096)

Fund: Supported by the Open Fund of State Key Laboratory of Oil and Gas Reservoir Geology and Exploitation (Southwest Petroleum University) (PLN1520), Education Department Project in Sichuan of China (096)

作者简介: 吕东莉 (1978—), 女, 博士, 讲师, 主要研究方向为材料加工数值模拟、油气井管柱力学。

Biography: LYU Dong-li (1978—), Female, Ph. D., Lecturer, Research focus: numerical simulation of material processing and tubular mechanics in oil and gas wells.

deformed lip in the front of erosion pit gradually increased, and reached the maximum 0.019 85 mm at 40°. As the impact velocity increased, the maximum equivalent stress increased monotonously, and depth of impact pits changed slightly. However, accumulated materials in the front of impact particles increased significantly, and height of deformation lip increased. When the particle size was below 0.15 mm, the maximum equivalent stress increased with the increase of particle size, and reached the maximum value of 1410 MPa at the particle size of 0.15 mm. As the particle diameter exceeded 0.15 mm, the maximum equivalent stress decreased with the increase of particle size. With the increase of particle size, depth of erosion pit increased slowly, and height of deformation lip in the front of particle increased significantly. Dynamic behavior of 20# steel under the impact of quartz sand is successfully simulated in finite element method, law of effects of impact angle, impact velocity and particle size on stress distribution and erosion morphology during the impact process of 20# steel is obtained.

**KEY WORDS:** 20# steel; solid particle; erosive wear; FEM; numerical simulation; equivalent stress; erosion morphology

冲蚀磨损是指固相颗粒在流体携带下与固体材料表面相互作用的一种破坏行为，它广泛存在于能源、冶金、机械等领域。在石油工程领域的钻完井和地面管道输送过程中，岩屑或地层砂颗粒会对管道等设备产生冲蚀破坏。据统计，近年来石油管道安全事故中约1/3是由于管道冲蚀磨损失效引起的<sup>[1-2]</sup>。

大量研究人员开展了各种石油工程领域设备材料的冲蚀破坏行为研究。林铁军等<sup>[3]</sup>采用CFD软件所带的冲蚀预测模型研究了钻杆材料的冲蚀破坏行为。练章华等<sup>[4]</sup>研究了井筒中屈曲管柱被岩屑冲蚀破坏的规律。黄诗嵬<sup>[5]</sup>结合Tulsa模型和Tabakoff模型在不同冲角下的特点，研究了天然气弯管的冲蚀破坏行为。Islam等<sup>[6]</sup>对API X42管线钢进行冲蚀实验，得出冲蚀速率方程中的速度指数n随颗粒冲击角度的增大而降低，对比可以看出，n是一个和冲蚀机理相关的参数。由此可见，不同材料冲蚀破坏机理并不相同，需要对不同材料开展有针对性的冲蚀破坏研究。

国内外学者对材料的冲蚀问题进行了一些研究。Veluswamy<sup>[7]</sup>采用有限元软件模拟了高温下氧化铁材料被SiC磨粒冲击的过程，分析了冲击速度对材料去除的影响。ElTobgy和Junkara<sup>[8]</sup>建立了微粒冲击靶材的有限元分析模型，模拟了不同冲击角度和不同冲击速度下单个球形颗粒对Ti-6Al-4V的冲蚀磨损规律。Wensink和Elwenspoek<sup>[9]</sup>利用有限元软件建立了单个微粒冲击脆性材料的冲蚀磨损模型。

20#钢是天然气集气管线等设备常用钢材，本文在Deform-3D软件平台上采用有限元方法研究颗粒对钢材的冲蚀破坏行为，探讨颗粒大小、冲击角度和冲击速度等因素下的冲蚀破坏规律。

## 1 材料冲蚀模型

### 1.1 20#钢本构方程

20#钢是低碳钢材料，在冲击动力学数值模拟中应用最广泛的本构模型是Johnson-Cook模型，该方程的

形式简单，材料系数易于拟合，是目前反映金属材料动态力学性能最成功的本构模型，其一般表达式为：

$$\sigma = (A + B \varepsilon^n) [1 + C \ln(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0})] [1 - (\frac{t - t_r}{t_m - t_r})^m] \quad (1)$$

式中： $\sigma$ 为流动应力(MPa)； $\dot{\varepsilon}$ 为参考应变率

(常取 $1.0\text{ s}^{-1}$ )； $\varepsilon$ 、 $\dot{\varepsilon}$ 分别为等效塑性应变和等效塑性应变率； $t$ 、 $t_r$ 、 $t_m$ 分别为变形温度、室温(常取 $20\text{ }^\circ\text{C}$ )和材料熔点； $A$ 、 $B$ 、 $n$ 、 $C$ 、 $m$ 均为通过实验获取的J-C本构方程系数。 $A$ 、 $B$ 和 $n$ 反映材料的应变硬化特征， $C$ 反映应变速率对材料性能的影响， $m$ 反映温度软化效应。由于模拟温度低于相变温度，由冲击引起的温度效应可以忽略。这里取 $A=258\text{ MPa}$ ， $B=329\text{ MPa}$ ， $n=0.235$ ， $C=0.323$ 。20#钢的弹性模量为 $207\text{ GPa}$ ，泊松比为0.3，密度为 $7850\text{ kg/m}^3$ 。

### 1.2 失效准则的设定

对于低碳钢材料，常用的韧性断裂准则有Normalized Cockcroft & Latham(C&L)、Brozzo和Oyane准则等<sup>[10]</sup>。从微观角度分析，材料发生破坏与金属材料变形时的应力应变有很大关系，当变形积累超过某一临界值时，破坏产生<sup>[11-12]</sup>。根据材料冲蚀过程与材料冲蚀破坏原因的关系分析可知，20#钢冲蚀破坏的断裂准则选用Normalized Cockcroft & Latham(C&L)准则，该准则主要采用累积塑性能模型，此模型通常可表示为应力分量沿塑性应变路径积分的形式：

$$\int_0^{\bar{\varepsilon}_f} f(\sigma^*, \bar{\sigma}, \sigma_m, \dots) d\bar{\varepsilon} = K \quad (2)$$

式中： $\bar{\varepsilon}$ 为金属材料大变形过程中的等效塑性应变； $K$ 为材料发生断裂时的等效塑性应变； $K$ 为材料断裂的损伤临界值，代表了材料抗韧性断裂的能力。

## 2 材料参数及有限元模型

通过对石英砂颗粒形貌的观察(图1)，为了便于计算和仿真，也为了突出单颗粒冲击粒子的几何特

征, 将四棱台作为单颗粒冲击粒子的三维模型, 如图 2 所示。冲击粒子材料是石英砂, 由于石英砂相对于 20# 钢基体材料的强度、硬度都大, 在冲蚀过程中不会发生很大的变形, 因此在模拟过程中将石英砂粒子设置为刚体。

粒子冲击速度分别取 10、20、30、40、50 m/s, 冲蚀角度分别取 30°、40°、50°、60°、70°、80°、90°, 五种不同等效粒径为 0.05、0.1、0.15、0.2、0.25 mm。

由于冲击粒子最大尺寸为 0.25 mm, 且通过前期试算确定冲蚀变形的影响范围, 最终将靶材尺寸确定为 3 mm×3 mm×1 mm 长方体, 如图 3 所示。采用四

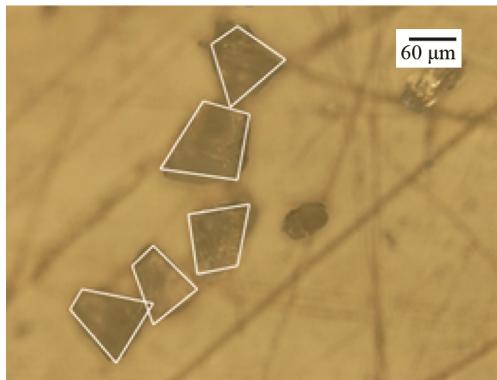


图 1 石英砂颗粒形貌  
Fig.1 Morphology of quartz sand particle

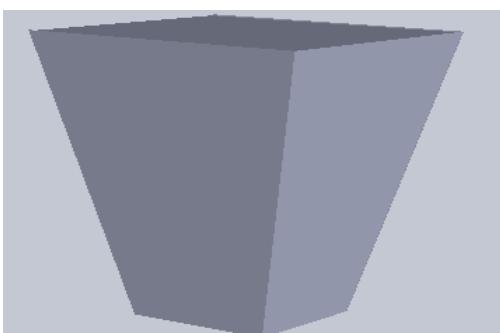


图 2 冲击粒子几何模型  
Fig.2 Geometric model of impact particle

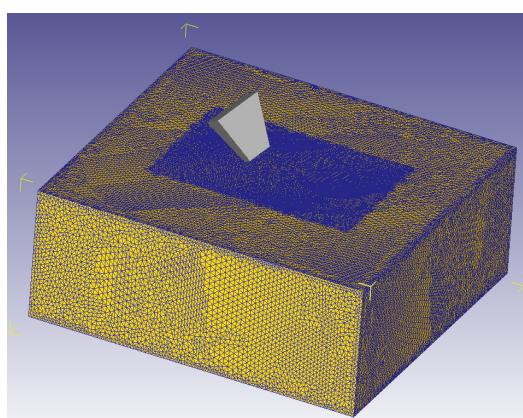


图 3 靶材有限元模型  
Fig.3 Finite element model of target

面体网格对靶材进行划分, 考虑到粒子冲击靶材区域的尺寸较小, 冲击过程很快且变形剧烈, 为了保证计算精度同时减小计算量, 因而在靶材中心冲蚀区域局部进行网格细化, 单元数目为 464 531。测量到最小单元尺寸为 0.005 905 mm, 时间步长设置为 10<sup>-5</sup> s。

### 3 模拟结果分析

#### 3.1 冲击角度的影响

为了研究冲击角度对冲蚀磨损过程的影响, 开展冲击速度为 50 m/s、等效粒径为 0.2 mm 和冲击角度分别取 30°、40°、50°、60°、70°、80°、90° 工况下的冲蚀过程模拟。

分析冲蚀过程可知, 当冲击速度和粒子粒径一定时, 颗粒冲击对靶材表面的作用可简化为取决于冲击角度  $\theta$  的两个分量: 一个是垂直冲击分量  $I\sin\theta$  ( $I$  为粒子的动能,  $I=mv^2/2$ ), 对时间的微分即垂直冲击力; 另一个是切向分量  $I\cos\theta$ , 相对于切向力。在垂直冲击力的作用下, 粒子被压入靶材表面, 表现为凿坑和塑性挤出; 在切向力的作用下, 粒子克服靶材对它的摩擦阻力(由粒子对材料表面的犁作用和粒子与材料表面的粘着作用组成)做一定行程的切向运动, 对靶材表面产生水平犁削作用。

由于等效应力遵循第四强度理论, 该理论认为形状改变比能是引起材料失效的主要因素。考察材料在各个方向上的应力差值, 第四强度理论适合复杂应力状态下的受力分析<sup>[13]</sup>。等效应力越大, 越容易发生冲蚀磨损<sup>[14-15]</sup>, 因此对不同冲击角度下的等效应力进行计算分析。

图 4 为不同冲击角度下的等效应力云图剖面图, 可以看出, 由于受到冲击粒子的作用, 材料不断在冲击粒子前端和两侧堆积, 在冲蚀坑的出口端形成变形唇, 同时堆积的这部分材料对周围材料不断挤压, 最大等效应力出现在冲击粒子前端堆积材料区域。从图 4 可以看出, 当冲击角度较大时, 应力的作用范围较大, 90° 冲击时的等效应力只有 1100 MPa, 随着冲击角度的减小, 应力作用范围不断减小, 最大等效应力出现先增大后减小的变化趋势。材料的冲蚀磨损分为粒子垂直运动的冲蚀磨损和粒子切向运动造成的切削磨损两部分, 且存在一个临界冲击角, 在临界冲击角以上, 以冲蚀磨损为主。当冲击角降到 40° 时, 等效应力达到最大值 1370 MPa, 即此时发生冲蚀磨损向切削磨损的转变, 与 Finnie 微切削磨损理论中低冲击角下塑性材料受刚性粒子冲蚀的规律基本一致。

图 5 为不同冲击角度下冲蚀坑的截面轮廓。从图 5 可以看出, 当冲击角度较大时, 在粒子周围有材料挤出形成凸台。在 90° 冲击时, 由于粒子与靶材

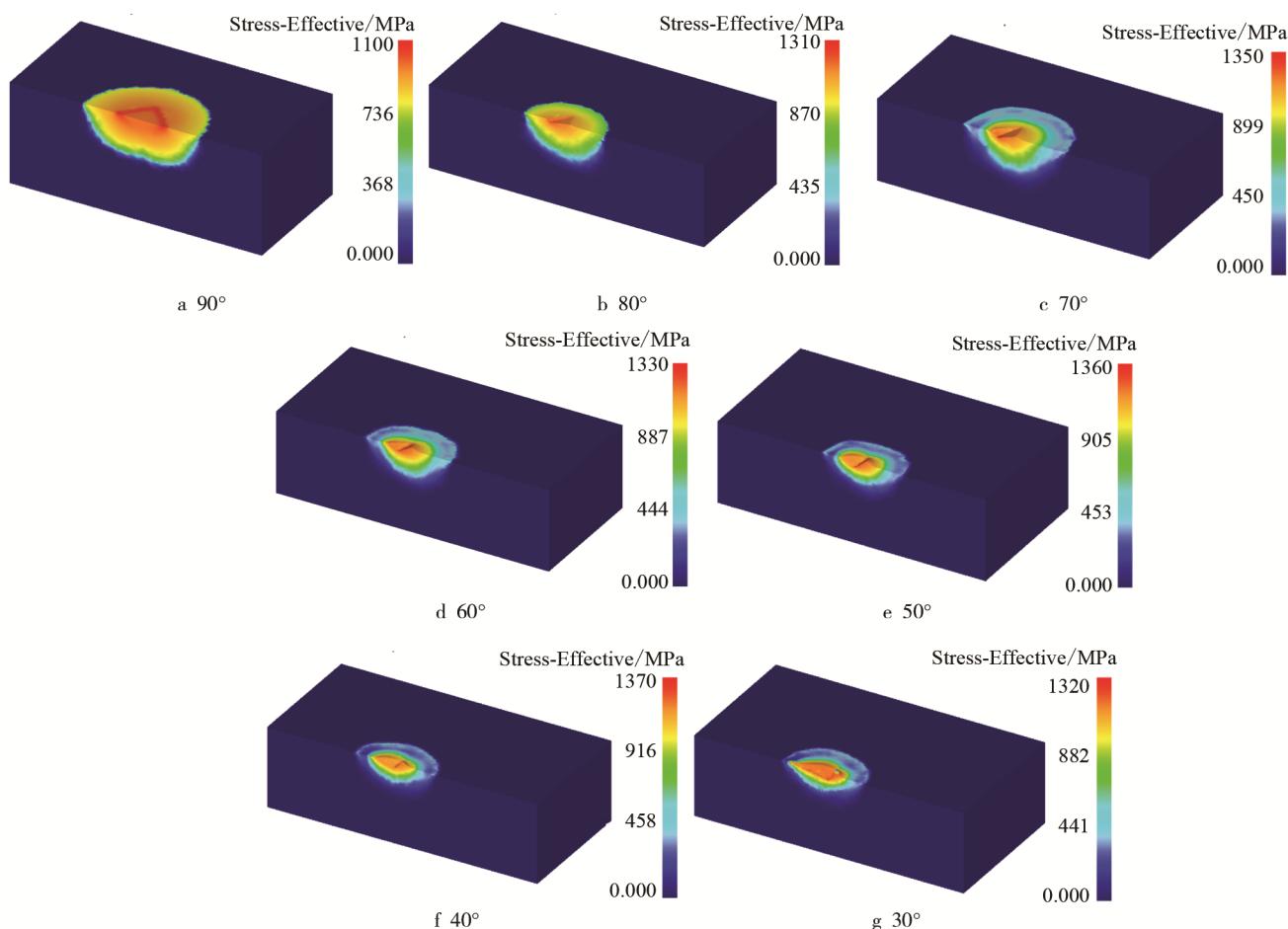


图4 不同冲击角度下的等效应力云图(剖面图)  
Fig.4 Equivalent stress cloud maps at different impact angles (profile)

属于平面接触,接触面积很大,应力分布均匀,冲蚀坑深度很浅,在粒子四周形成的挤出凸台高度仅有0.00136 mm。在70°冲蚀时,由于粒子尖角的冲击作用,在靶材表面形成最大的冲蚀坑深度为0.01211 mm。随着冲蚀角度变小,冲蚀坑深度变浅,即垂直分力的撞击效果减弱,同时水平分力的犁削作用增强,冲蚀粒子对靶材以微切削和犁沟形层为主。随着冲蚀角度的减小,冲蚀坑变得狭长,在冲蚀坑两侧及

前端有材料堆积,且冲蚀坑前端的变形层高度逐渐增加,当冲蚀角度降到40°时,变形层高度达到最大值0.01985 mm。

由于粒子冲蚀靶材表面时会发生能量交换,冲蚀磨损源于接触表面间能量的耗散,而冲蚀角度的变化会对能量耗散过程产生一定影响。从图6可以

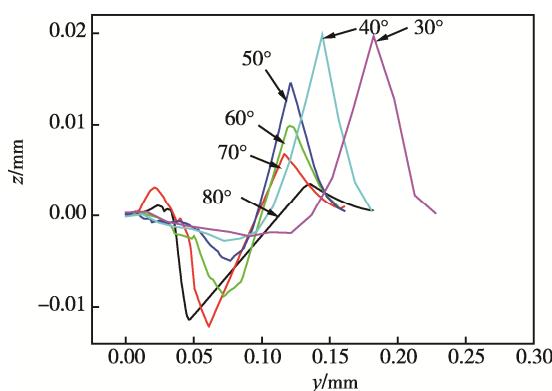


图5 不同冲蚀角度下冲蚀坑截面轮廓  
Fig.5 Section profile of erosion pit at different impact angles

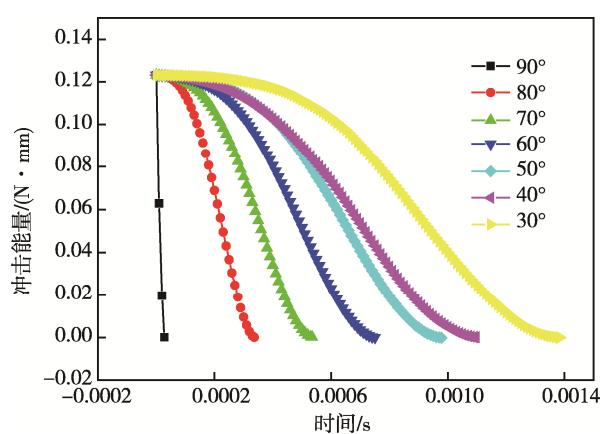


图6 不同冲蚀角度下粒子能量变化  
Fig.6 Energy change curve of particle at different impact angles

看出, 当冲击角度为 90° 时, 冲击能量消耗最快, 冲击能量主要转变为弹性波和冲击压痕的塑性功。随着冲击角度逐渐减小, 主要通过形成犁沟和切削沟槽消耗粒子的大部分动能, 而粒子做切向运动时需要一定时间克服靶材对它的摩擦阻力, 因此冲击能量的耗散速率下降。

### 3.2 冲击速度的影响

速度是影响颗粒冲蚀最重要的因素, 为了研究冲

击速度的影响规律, 粒子冲击角度取 40°, 等效粒径为 0.2 mm, 速度分别取 10、20、30、40、50 m/s。图 7 为不同冲击速度下的等效应力云图, 可以看出, 随着冲击速度的增加, 最大等效应力单调增大, 冲击速度从 10 m/s 增加到 50 m/s 时, 最大等效应力从 1200 MPa 增加到 1360 MPa, 最大等效应力出现在冲击粒子前端材料堆积接触区, 由于颗粒动能与冲蚀速度存在幂指数关系, 颗粒动能越大, 材料内通过塑性变形转换为非弹性能的能量越高。

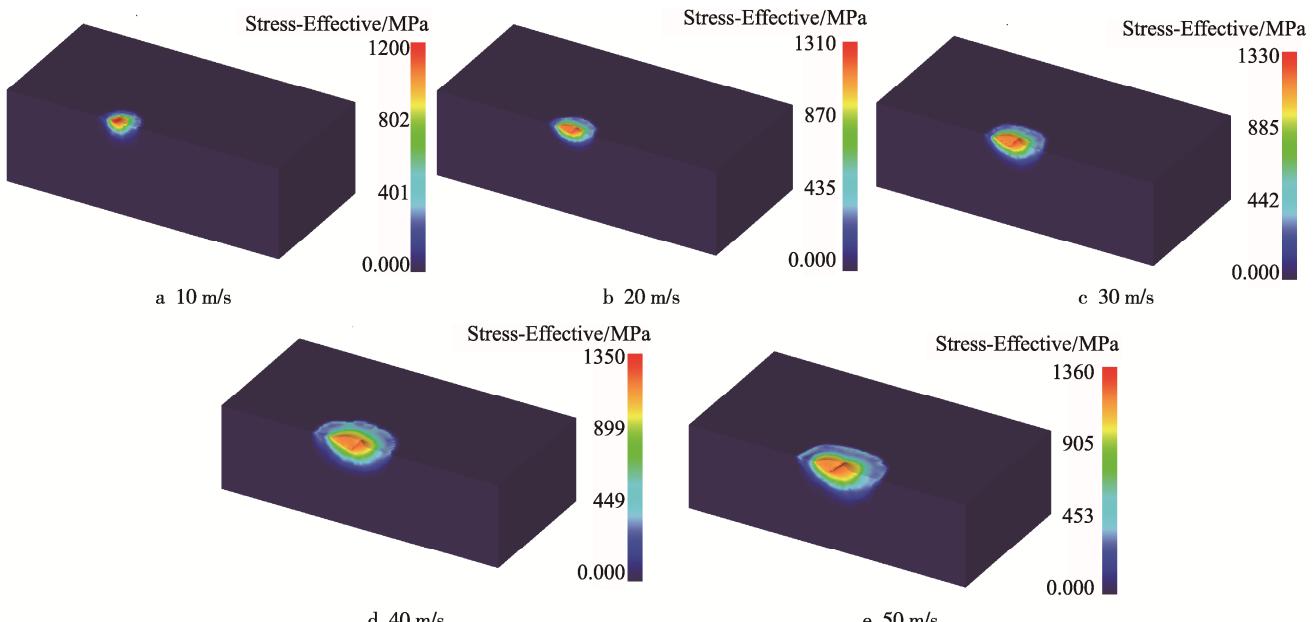


图 7 不同冲击速度下的等效应力云图(剖面图)

Fig.7 Equivalent stress cloud maps at different impact velocities (profile)

图 8 为不同冲击速度下冲蚀坑的截面轮廓, 由前面的分析可知, 冲击角度为 40° 时, 冲击粒子对靶材的破坏主要以微切削和犁沟形唇为主。从图 8 可以看出, 冲击速度越大, 冲击能量越大, 材料的塑性变形量越大, 撞击时产生的破坏力也越大。随着冲击速度的增加, 冲击坑深度变化不大, 但冲蚀坑长度增加, 冲击

粒子前端的堆积材料明显增多, 变形唇片高度随冲击速度的增大而增大, 从 10 m/s 冲击时的 0.00287 mm 增加到 50 m/s 时的 0.02241 mm。

### 3.3 颗粒粒径的影响

颗粒粒径会影响冲蚀过程, 实际颗粒粒径不可能达到一致, 为了定量地研究颗粒粒径对冲蚀过程的影响规律, 取冲击角度为 40°, 冲击速度为 50 m/s, 等效粒径为 0.05、0.1、0.15、0.2、0.25 mm。

在冲击速度一定的情况下, 粒子的粒径越大, 动能越大, 但当粒径增大到一定程度后, 颗粒动能虽然增加, 但冲击时与靶材的接触面积也较大, 单位面积上的应力增大幅度减慢。从图 9 可以看出, 当粒径为 0.05 mm 时, 最大等效应力为 1220 MPa, 最大等效应力随粒径的增加而增大, 当粒径达到 0.15 mm 时, 最大等效应力达到最大值 1410 MPa; 当粒径超过 0.15 mm 时, 最大等效应力减小, 与许多文献报道的塑性材料的“粒径效应”相一致。

从图 10 可以看出, 随着冲击粒子粒径的增加, 冲蚀坑深度缓慢增加, 由于粒子对靶材的切削和犁沟

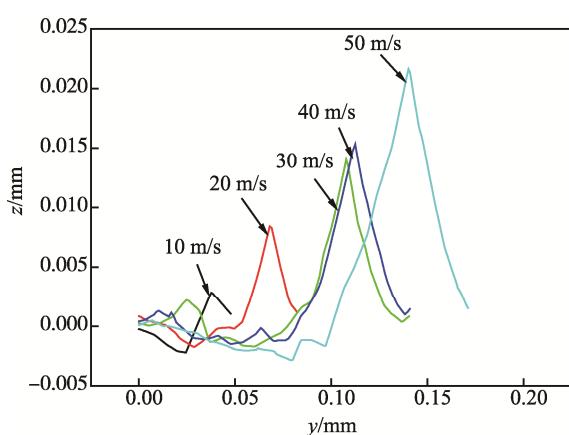


图 8 不同冲击速度下冲蚀坑截面轮廓

Fig.8 Section profile of erosion pit at different impact velocities

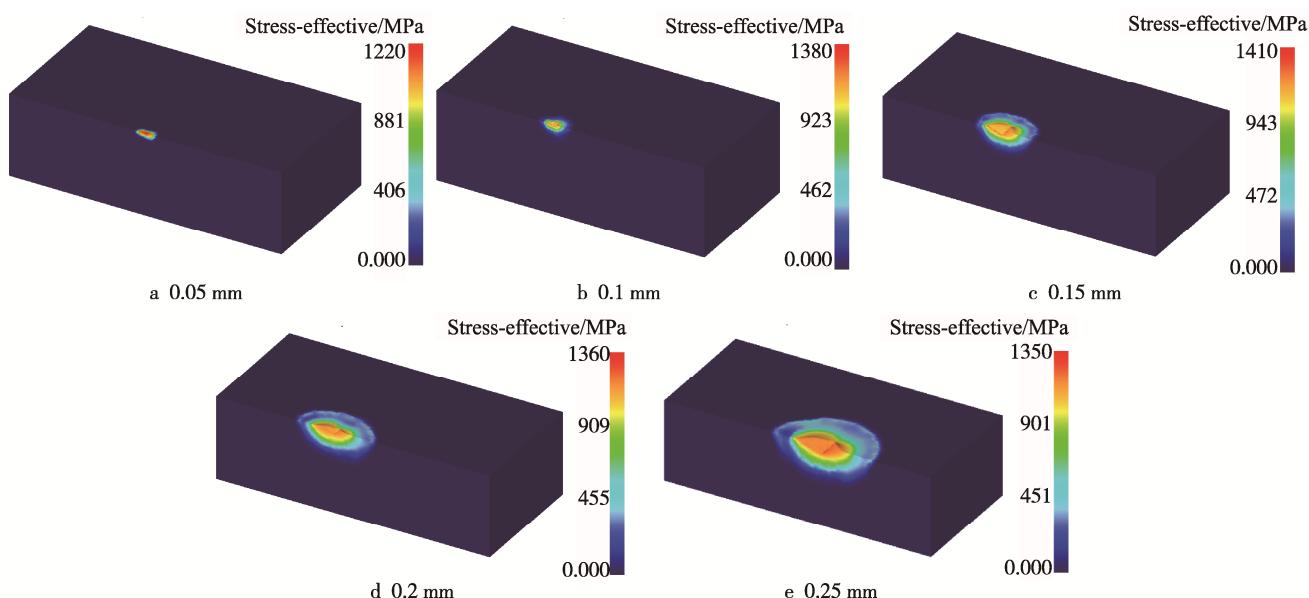


图9 不同粒径冲击下的等效应力云图(剖面图)  
Fig.9 Equivalent stress cloud maps at different particle sizes (profile)

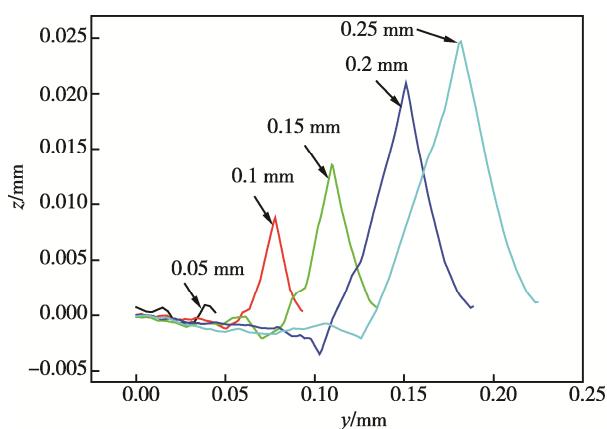


图10 不同粒径下冲蚀坑截面轮廓  
Fig.10 Section profile of erosion pit at different particle sizes

形唇作用,冲蚀坑长度不断增加,冲击粒子前端堆积材料增多,粒子前端的变形唇片高度明显增加,从粒径为0.05 mm时的0.000 929 mm增加到粒径为0.25 mm时的0.024 53 mm。

## 4 结论

1)建立了石英砂颗粒冲击20#钢的有限元冲蚀磨损动力学模拟模型,研究了颗粒大小、速度及冲击角度对材料冲击破坏特征的影响规律。

2)材料表面的最大等效应力随冲击角度先增大后减小,当冲击角度为40°时,最大等效应力达到最大。高角度冲蚀时,表现为凿坑和塑性挤出;低角度冲蚀时,以微切削和犁沟形唇为主。随着冲击角度减小,冲蚀坑变得狭长,在冲蚀坑两侧及前端有材料堆积,且冲蚀坑前端的变形唇高度逐渐增加。

3)随着冲击速度的增大,冲击能量增大,最大

等效应力单调增大,冲蚀坑深度变化不大,但冲蚀粒子前端堆积材料明显增多,变形唇片高度同时增大。

4)当颗粒粒径小于0.15 mm时,最大等效应力随粒径的增加而增大,当粒径超过0.15 mm时,最大等效应力随粒径的增加而减小。随着冲蚀粒子粒径的增加,冲蚀坑深度缓慢增加,冲蚀粒子前端堆积材料增多,变形唇片高度明显增加。

## 参考文献:

- [1] 骆宋洋. 天然气集输管道弯头冲刷磨损实验研究[D]. 成都: 西南石油大学, 2017.  
LUO Song-yang. Experimental Study on the Scouring and Abrasion of Natural Gas Gathering Pipeline[D]. Chengdu: Southwest Petroleum University, 2017.
- [2] 王郭雨薇, 敬加强, 梁全胜, 等. 输气管道砂冲蚀的模拟实验[J]. 材料科学与工程学报, 2016, 34(2): 310-315.  
WANG Guo-yu-wei, JING Jia-qiang, LIANG Quan-sheng, et al. Experimental Simulation Research of Sand Erosion in Gas Pipeline[J]. Journal of Materials Science & Engineering, 2016, 34(2): 310-315.
- [3] 林铁军, 练章华, 陈世春, 等. 气体钻井中气体携岩对钻杆的冲蚀机理研究[J]. 石油钻采工艺, 2010, 32(4): 1-4.  
LIN Tie-jun, LIAN Zhang-hua, CHEN Shi-chun, et al. Study on Drill Pipe Erosion of Gas Carrying Cuttings in Gas Drilling[J]. Oil Drilling & Production Technology, 2010, 32(4): 1-4.
- [4] 练章华, 魏臣兴, 宋周成, 等. 高压高产气井屈曲管柱冲蚀损伤机理研究[J]. 石油钻采工艺, 2012, 34(1):

- 6-9.
- LIAN Zhang-hua, WEI Chen-xing, SONG Zhou-cheng, et al. Erosion Damage Mechanism of Buckled Tubing in High Pressure and High Production Gas Wells[J]. Oil Drilling & Production Technology, 2012, 34(1): 6-9.
- [5] 黄诗嵬. 天然气集输管道弯头冲蚀磨损研究[D]. 成都: 西南石油大学, 2016.
- HUANG Shi-wei. Study on Erosion and Erosion of Natural Gas Gathering Pipeline Elbow[D]. Chengdu: Southwest Petroleum University, 2016.
- [6] ISLAM M A, FARHAT Z N. Effect of Impact Angle and Velocity on Erosion of API X42 Pipeline Steel under High Abrasive Feed Rate[J]. Wear, 2014, 311: 180-190.
- [7] SELVAKUMAESAN V. Computational Model of Erosion of Oxide Layers by Impact[D]. Virginia: West Virginia University, 1994.
- [8] EITOGBY M S, ELBESTAWI M A. Finite Element Modeling of Erosive[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2005, 45(11): 1337-1346.
- [9] WENSINK H, ELWENSPOEK M C. A Closer Look at the Ductile Brittle Transition in Solid Particle Erosion[J]. Wear, 2002, 253: 1035-1043.
- [10] 郎利辉, 杨希英, 刘康宁, 等. 一种韧性断裂准则中材料常数的计算模型及其应用[J]. 航空学报, 2015, 36(2): 672-679.
- LANG Li-hui, YANG Xi-ying, LIU Kang-ning, et al. A Calculating Model of Material Constants in Ductile Fracture Criterion and Its Applications[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2015, 36(2): 672-679.
- [11] 黄建科, 董湘怀. 金属成形中韧性断裂准则的细观损伤力学研究进展[J]. 上海交通大学学报, 2006, 40(10): 1748-1753.
- HUANG Jian-ke, DONG Xiang-huai. Research Progress of Meso-damage Mechanics for Ductile Fracture Criterion in Metal Forming[J]. Journal of Shanghai Jiao Tong University, 2006, 40(10): 1748-1753.
- [12] QI H, FAN J M, WANG J, et al. Impact Erosion by High Velocity Micro-particles on a Quartz Crystal[J]. Tribology International, 2015, 82: 200-210.
- [13] 余熙莹. 对于第四强度理论的修正[J]. 广西大学学报, 2002, 27(6): 63-69.
- YU Xi-ying. The Revision of the Fourth Strength Theorem[J]. Journal of Guangxi University, 2002, 27(6): 63-69.
- [14] HUANG C, CHIOVELLI S, MINEV P, et al. A Comprehensive Phenomenological Model for Erosion of Materials in Jet Flow[J]. Power Technology, 2008 (187): 273-279.
- [15] WU S Y, CHEN Q Y, LIU K X, et al. A Front Tracking Algorithm for Hypervelocity Impact Problems with Crack Growth, Large Deformations and High Strain Rates[J]. International Journal of Impact Engineering, 2014, 74: 145-156.