

# 基于热效应的结构化分形表面的弹流压性能分析

韩翔

(徐州工程学院 江苏省大型工程装备检测与控制重点实验室, 江苏 徐州 221018)

**摘要:** **目的** 研究结构化分形表面的热弹流润滑性能随分形维数及结构参数的变化规律。**方法** 建立结构化分形表面的热弹流压模型并无量纲化, 然后运用多重网格法编程求解。通过对多种工况下的摩擦面间的最大压力、最小膜厚和摩擦因数进行比较分析, 揭示结构参数和分形参数对结构化分形表面动压润滑性能的影响。**结果** 随着结构深度的增加, 最小膜厚减小, 最大压力和固体界面温度增大。摩擦因数-结构深度曲线有最小值, 但不同分形维数下的摩擦因数-结构深度曲线的最小值发生处的结构深度值相同。结构深度相同时, 最大压力和固体界面温度随维数的增大而减小, 平均摩擦因数则增大。最小膜厚-结构密度曲线和摩擦因数-结构密度曲线都存在最小值, 最大压力-结构密度和固体界面温度-结构密度曲线有最大值。结构密度相同时, 最大压力和固体界面温度随分形维数的增大而减小, 摩擦因数则随之增大。**结论** 分形维数越大, 摩擦副表面的摩擦因数越大, 但摩擦因数-结构深度和摩擦因数-结构密度曲线都有最小值。

**关键词:** 热效应; 结构; 分形表面; 弹流润滑; 润滑特性

**中图分类号:** TH117 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-3660(2017)12-0141-06

**DOI:** 10.16490/j.cnki.issn.1001-3660.2017.12.023

## EHL Analysis of Textured Fractal Surface Based on Thermal Effect

HAN Xiang

(Jiangsu Provincial Key Laboratory of Large Engineering Equipment Detection and Control, Xuzhou Institute of Technology, Xuzhou 221018, China)

**ABSTRACT:** The work aims to study the variation of thermal elastohydrodynamic lubrication (EHL) property of textured surface with fractal dimension and texture parameters. Based on the thermal effect, the EHL model of the textured surface was established and nondimensionalized and solved in the method of multigrid programming. The effects of texture parameters and fractal parameters on hydrodynamic lubrication property of the textured fractal surface were revealed based upon comparative analysis of the maximum pressure, the minimum film thickness and friction factor between friction surfaces under various working conditions. With the increase of texture depth, the minimum film thickness decreased, the maximum pressure and solid interface temperature increased, and there was the minimum in friction coefficient-texture depth curve. Although fractal dimensions were different, the minimum of the friction factor-texture depth curve appeared in the same texture depth. When texture depth was constant, the maximum pressure and solid interface temperature decreased while the average friction coefficient increased as the dimension increased. There were minimums in the minimum film thickness-texture density curve and friction

收稿日期: 2017-05-08; 修订日期: 2017-06-30

**Received:** 2017-05-08; **Revised:** 2017-06-30

**基金项目:** 江苏省科技支撑计划 (BE20120044); 江苏省产学研前瞻性联合研究项目 (BY2014029)

**Fund:** Supported by the Key Technologies R & D Program of Jiangsu Province (BE20120044), and the Prospective Joint Research Program of Jiangsu Province (BY2014029)

**作者简介:** 韩翔 (1971—), 男, 博士, 副教授, 主要研究方向为机械产品可靠性与性能仿真及数字化设计。

**Biography:** HAN Xiang (1971—), Male, Doctor, Associate professor, Research focus: reliability and performance simulation and digital design of mechanical products.

coefficient-texture density curve. There were maximums in the maximum pressure-texture density and the solid interface temperature-texture density curve. When texture density was the same, the maximum pressure and solid interface temperature decreased while the friction coefficient increased as the fractal dimension increased. The larger the fractal dimension is, the larger the friction coefficient of the friction pair surface is, but there are minimums in both the friction factor-texture depth and friction factor-texture density curve.

**KEY WORDS:** thermal effect; texture; fractal surface; elastohydrodynamic lubrication; lubrication property

近年来,粗糙表面的热弹流润滑性能引起了很多学者的兴趣。在研究中,有的将零件表面粗糙度视为连续波状分布,讨论粗糙度对油膜压力、厚度及温度的影响<sup>[1-2]</sup>;有的通过基于平均流量模型的广义 Reynolds 方程,来研究表面粗糙度对热弹流润滑的影响<sup>[3-5]</sup>。通过文献对比发现,在已公开发表的研究中,作为影响摩擦性能的重要因素——表面粗糙度并没有统一的表征形式。零件表面粗糙度若有其他表征形式,其对摩擦性能的影响值得探究。文献研究表明,有些加工表面的微观结构具有明显的分形特征<sup>[6]</sup>,用分形几何表达微结构具有一定的合理性和客观性。由于表面微结构对材料的接触阻力、摩擦磨损等性能有较大影响<sup>[7]</sup>,因此作为对已有弹流润滑研究的补充,对基于分形特征表达的零件表面粗糙度的热弹流特性进行研究具有一定的必要性。另外,理论研究和实践表明,在零件表面加工出的微结构具有改善零件润滑和摩擦磨损性能等优点<sup>[8-11]</sup>,学者们从改变表面织构的形状或其参数等方面,考察了其对零件运动副摩擦学性能的影响<sup>[12-14]</sup>。

综合上述两方面,本文在已有 Reynolds 方程的基础上,将粗糙表面的分形表达与表面微结构结合起来,建立了关联表面分形特性的油膜膜厚方程,通过数值计算的方法进行摩擦副间的热弹流润滑性能研究。

## 1 表面几何特征表达

### 1.1 织构化分形表面的模拟

采用 W-M 函数(式(1))<sup>[15]</sup>对具有分形特征的粗糙表面进行模拟。

$$z(x) = G^{(D-1)} \sum_{n=n_1}^{\infty} \frac{\cos(2\pi\gamma^n x)}{\gamma^{(2-D)n}} \quad (1)$$

式中:  $z(x)$  为粗糙表面轮廓高度;  $x$  为轮廓的测量坐标;  $G$  为轮廓特征长度尺度系数;  $D$  为轮廓的分形维数,  $1 < D < 2$ ;  $\gamma^n$  为空间频率的模,对应粗糙表面波长的倒数,  $\gamma > 1$ ;  $n_1$  为起始频率指数,与粗糙表面轮廓的最低截断频率相对应;  $n$  为频率指数。

### 1.2 表面织构模型

由于在粗糙表面上用激光加工的微坑近似于球

面,本文研究分形表面上球面凹坑对热弹流润滑的影响。假定凹坑最大深度为  $h_p(x)$ , 半径为  $r_p$ , 凹坑在表面上的分布密度为  $s_p$ , 控制单元边长为  $2r_1$ , 模型如图 1 所示。则有:

$$r_1 = \frac{r_p}{s_p} \quad (2)$$

在分形表面上加入织构,就可以得到所要求的特征表面。

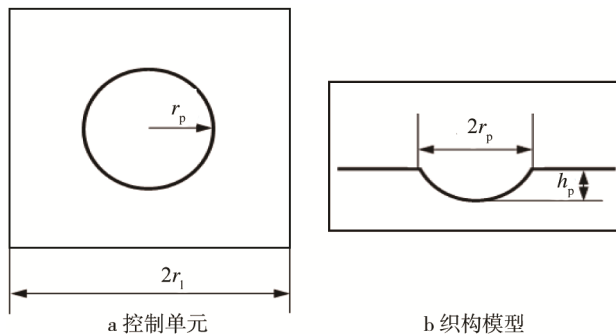


图 1 织构模型

Fig.1 Model of texture: (a) control unit, (b) texture model

## 2 织构化分形表面的热弹流润滑模型

Reynolds 方程为:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\rho h^3}{\eta} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \right) = 12u_s \frac{\partial(\rho h)}{\partial x} \quad (3)$$

式中:  $p$  为油膜压力;  $h$  为油膜厚度;  $u_s$  为卷吸速度;  $\eta$  为润滑油黏度;  $\rho$  为润滑油密度。Reynolds 方程的边界条件为: 入口区  $p(x_{in}) = 0$ , 出口区  $p(x_{out}) = \frac{dp(x_{out})}{dx} = 0$ 。

能量方程为:

$$c_p \rho \left( u_x \frac{\partial T}{\partial x} + u_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) = k \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} - \frac{T}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial T} \left( u_x \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \eta \left( \frac{\partial u_x}{\partial z} \right)^2 \quad (4)$$

式中:  $c_p$  为润滑油比热容;  $u_x$ 、 $u_z$  分别为润滑油  $x$ 、 $z$  方向的流速;  $T$  为油膜温度;  $k$  为润滑油的热传导系数。能量方程的下边界条件如式(5), 上边界条件如式(6)。

$$T(x, 0) = \frac{k}{\sqrt{\pi \rho_1 c_1 k_1 u_1}} \int_{-\infty}^x \frac{\partial T}{\partial z} \bigg|_{x,0} \frac{ds}{\sqrt{x-s}} + T_0 \quad (5)$$

$$T(x, h) = \frac{k}{\sqrt{\pi \rho_2 c_2 k_2 u_2}} \int_{-\infty}^x \frac{\partial T}{\partial z} \bigg|_{x,h} \frac{ds}{\sqrt{x-s}} + T_0 \quad (6)$$

式(5)中:  $\rho_1$ 、 $c_1$ 、 $k_1$ 、 $u_1$  分别为下界面的密度、比热容、热传导系数、速度。式(6)中:  $\rho_2$ 、 $c_2$ 、 $k_2$ 、 $u_2$  分别为上界面的密度、比热容、热传导系数、速度;  $T_0$  为初始温度。

带有球面凹坑结构的分形表面的润滑油膜厚方程为:

$$h(x) = \begin{cases} h_0 & |x-r_1| > r_p \\ h_0 + h_d(x) & |x-r_1| \leq r_p \end{cases} \quad (7)$$

式中:  $h(x)$  为两个分形表面间  $x$  处的实际油膜厚度;  $h_0$  为非结构表面处油膜厚度, 是分形表面结构的函数;  $h_d(x)$  为  $x$  处结构凹坑的深度,  $h_d(x) = h_p - r_p + \sqrt{r_p^2 - (x-r_1)^2}$ 。显然, Reynolds 方程通过膜厚方程与分形表面相关联起来了。

对于上、下表面速度方程, 若滑滚比为  $s$ , 则有:

$$\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2}(2+s)u_s \\ u_2 = \frac{1}{2}(2-s)u_s \end{cases} \quad (8)$$

其他条件还包括: 油膜的粘度-温度-压力方程(如式(9)), 密度-温度-压力方程(如式(10)), 载荷平衡方程(如式(11))。

$$\eta = \eta_0 \exp\{(\ln \eta_0 + 9.67)[(1 + \frac{p}{p_0})^z (\frac{T-138}{T_0-138})^{-1.1} - 1]\} \quad (9)$$

$$\rho = \rho_0 [1 + (\frac{0.6p}{1+1.7p} + D_0(T-T_0))] \quad (10)$$

$$\int_{x_0}^{x_e} p dx = w \quad (11)$$

式中:  $\eta_0$  为润滑油初始黏度;  $z$  为粘压系数;  $p_0$  为初始压力;  $\rho_0$  为润滑油初始密度;  $D_0$  为润滑油温度密度系数;  $w$  为外载荷。

### 3 数值计算

对上述方程进行量纲一化时, 定义的量纲参数

有: 坐标  $X = \frac{x}{b}$ , 膜厚  $H = \frac{hR}{b^2}$ , 压力  $P = \frac{p}{p_H}$ , 载荷

$W = \frac{w}{ER}$ , 凹坑半径  $R_p = \frac{r_p}{b}$ 。其中  $R$  是当量曲率半径,  $b$  是 Hertz 接触区半宽,  $E$  是材料综合弹性模量。

数值计算时, 先分别以 Hertz 接触压力和均匀温度场作为初始压力和温度, 计算膜厚、黏度和密度; 然后代入 Reynolds 方程, 用多重网格法求解新压力

分布, 对前一次的压力分布进行迭代修正; 之后代入能量方程求温度。利用新的温度修正黏度和密度, 再迭代求解压力, 反复此过程, 直至两次迭代得到的压力差十分接近, 迭代结束。最后求得最终的压力分布、含弹性变形的膜厚和温度分布。

## 4 结果分析和讨论

本文结果分析和讨论中采用的部分工况参数为:

$\gamma=1.5$ ,  $n=1\sim 1000$ ,  $G=1.0\times 10^{-2}$ ,  $E=2.21\times 10^{-11}$  Pa,  $R=0.05$  m, 载荷  $w=2.0\times 10^5$  N,  $u_s=1.5$  m/s,  $s=0.25$ , 量纲一化起点坐标  $X_{in}=-4.6$ , 量纲一化终点坐标  $X_{out}=1.4$ ,  $T_0=303$  K,  $\rho_0=890$  kg/m<sup>3</sup>,  $c_p=2000$  J/(kg·K),  $\eta_0=0.05$  Pa·s,  $c_1=c_2=470$  J/(kg·K),  $D_0=-0.00065$  K<sup>-1</sup>。

### 4.1 结构化分形表面热弹流润滑性能分析

图 2 和图 3 是在  $D=1.2$ 、 $r_p=100$   $\mu$ m、 $h_p=2$   $\mu$ m、 $s_p=0.2$  时取得的。由图 2 可知, 与经典等温弹流润滑的压力分布曲线不同, 此处有多次压力峰, 而油膜分布曲线则几乎没有变化, 说明界面几何状况对润滑油的热弹流压力分布有较为显著的影响。图 3 表明, 运动速度大的固体表面温度比运动速度低的固体表面温度稍低, 但差别不大。

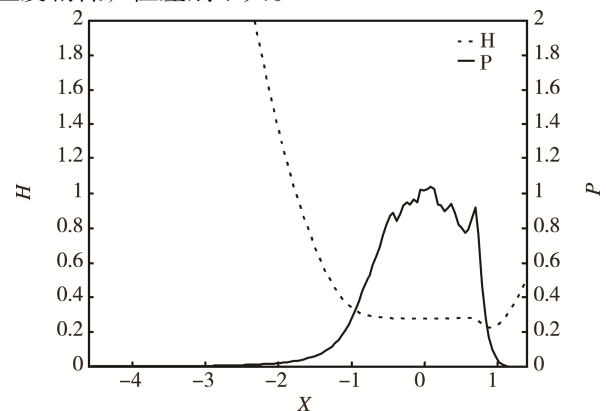


图 2 无量纲压力  $P$ - $X$  和膜厚  $H$ - $X$  分布  
Fig.2 Dimensionless pressure  $P$  and film thickness  $H$  vs.  $X$

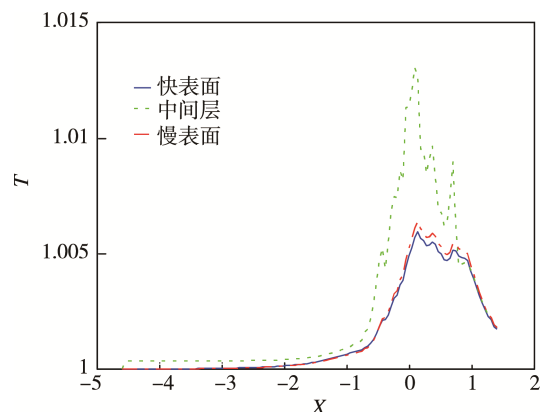


图 3 无量纲温升  $T$ - $X$  分布  
Fig.3 Dimensionless temperature rise  $T$  vs.  $X$

将图 3 和图 2 进行对比分析,发现固体界面的温度分布曲线和压力分布曲线相似,即在压力出现峰值的地方,界面温度也出现峰值。但二者也有明显的区别:压力曲线的压力在进口区和出口区与环境压力相同,即  $p=0$ ,而界面温度曲线的出口温度比环境温度高很多。出现这种现象的原因是:图 2 中出口区油膜厚度比进口区油膜厚度小,所以出口区的油膜受剪切的程度比进口区油膜受剪切的程度要大,所以产生的热量更多。另外,进入出口区的润滑油是热油,而进入进口区的润滑油是冷油,这也会使其温度升高。

## 4.2 织构参数对热弹流润滑的影响

为了便于比较不同织构深度和密度参数对分形表面热弹流润滑的影响,在数值计算时控制单元的长度保持不变。

### 4.2.1 织构深度 $h_p$ 的影响分析

图 4—7 是在  $s_p=0.2$  时取得的。图 4 表明,在同一分形维数下,最小膜厚随织构深度的增大而减小。产生这种现象的原因是,由于流入摩擦面间的润滑油的量是一定的,随着织构深度的增大,流入织构中的润滑油增多,导致最小膜厚减小。同时,图 4 还表明,分形维数变化对最小膜厚的大小影响较小。

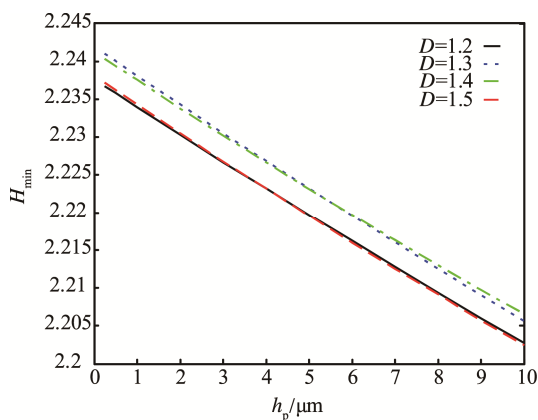


图 4 无量纲最小膜厚  $H_{\min}$ - $h_p$  分布  
Fig.4 Dimensionless minimum film thickness  $H_{\min}$  vs.  $h_p$  distribution

图 5 表明,在同一分形维数下,最大压力随织构深度的增加而增大。由图 5 还可看出,在相同的织构深度下,随着维数的增大,油膜最大压力减小。因为随着分形维数的增大,粗糙表面的幅值减小,高度均值也减小,表面变得愈光滑<sup>[2]</sup>,使得摩擦面的支承面积增大,在外载荷一定的情况下,支承面上的最大压力减小,即分布压力变化的幅值减小,系统稳定。

图 6 表明,固体界面温度随织构深度的增大而提高,这与图 4 中最小膜厚随织构深度的增大而减小的原因一致。图 6 中,固体界面温度随维数变化的波动情况与最大压力随维数变化的波动情况基本相同,但

当分形维数较大、织构深度  $h_p > 6 \mu\text{m}$  时,温度变化速率增大。结合图 4 究其原因此时膜厚减小,进入织构的热油数量增多,导致界面温度增高,这也说明了织构深度对高维表面温度的影响较大。

图 7 表明,在相同的织构深度下,摩擦因数随分形维数的增大而增大。因为随着分形维数的增大,界

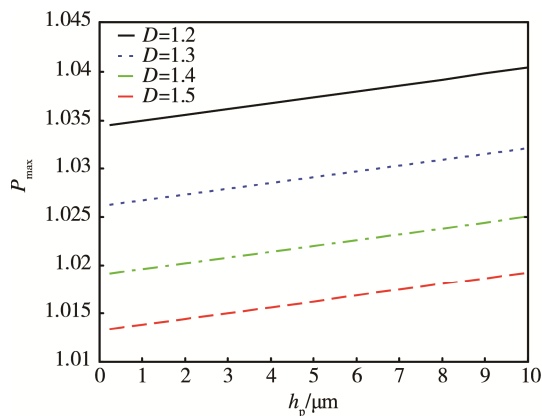


图 5 无量纲最大压力  $P_{\max}$ - $h_p$  分布  
Fig.5 Dimensionless maximum pressure  $P_{\max}$  vs.  $h_p$  distribution

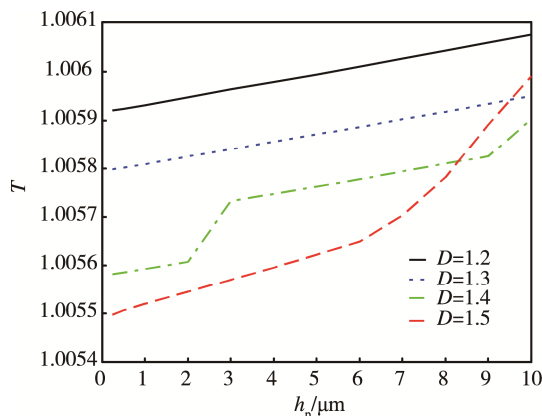


图 6 无量纲界面温度  $T$ - $h_p$  分布  
Fig.6 Dimensionless interface temperature  $T$  vs.  $h_p$  distribution

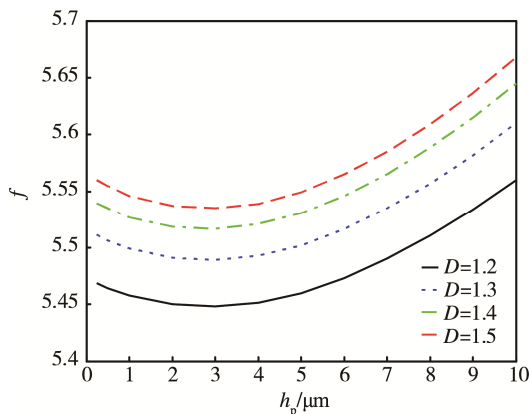


图 7 摩擦因数  $f$ - $h_p$  分布  
Fig.7 Friction coefficient  $f$  vs.  $h_p$

面载荷的支承面增大,使得压力均匀化,从而导致摩擦因数增大。图中曲线还表明,在同一分形维数下,摩擦因数随结构深度的增大都是先减小后增加,有最小值,且最小值对应的结构深度均相同。

#### 4.2.2 结构密度 $s_p$ 的影响分析

图 8—11 是在  $h_p=2\ \mu\text{m}$  时取得的。图 8 中的曲线说明,在同一分形维数下,最小膜厚随结构密度的增加而先减小后增大,曲线存在最小值,但不同分维曲线的最小值处对应的结构密度值不同。曲线有最小值的原因是,随着结构密度的增加,凹坑面积逐渐增加,在流入一定量润滑油的情况下,流入结构中的润滑油增多,从而导致最小膜厚减小。当结构密度过大时,凹坑总面积增大,使得载荷支承面积减小,这样在载荷不变的工况下,支承面发生沉陷变形,从而挤出凹坑中的润滑油,导致最小膜厚增加。

图 9 表明,在同一分形维数下,最大压力随结构密度的增加而先增大后减小,存在最大值。产生这种现象的原因是随着结构密度的增大,即凹坑面积增大,动压效果明显。当密度过大时,相邻两个结构产

生的动压在其间发生干涉,前一个结构油膜出口区产生的动压被后一个结构入口区油膜所抑制,使得油膜中的最大压力减小。结构密度相同时,最大压力随分形维数的增大而降低。

图 10 表明,固体界面温度的变化规律与图 9 中最大压力的变化规律相似。图 11 表明,结构密度相同时,随着分形维数的增大,摩擦因数增大,因为随着分形维数的增大,界面的载荷支承面增大,使得压力均匀化,从而导致摩擦因数增大。从图中曲线还可以看出,在任一分形维数对应的摩擦因数分布曲线下,都有一个最小值,且最小值发生时的结构密度都相同。

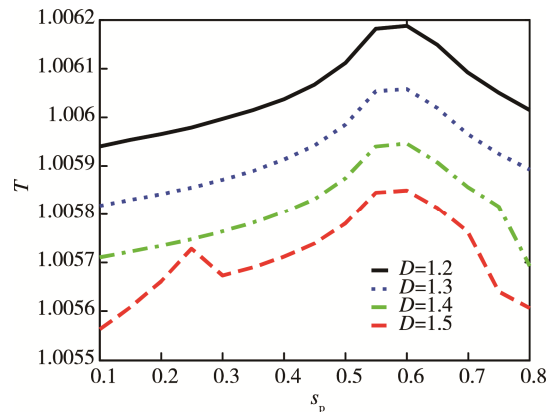


图 10 无量纲界面温度  $T$ - $s_p$  分布  
Fig.10 Dimensionless interface temperature  $T$  vs.  $s_p$  distribution

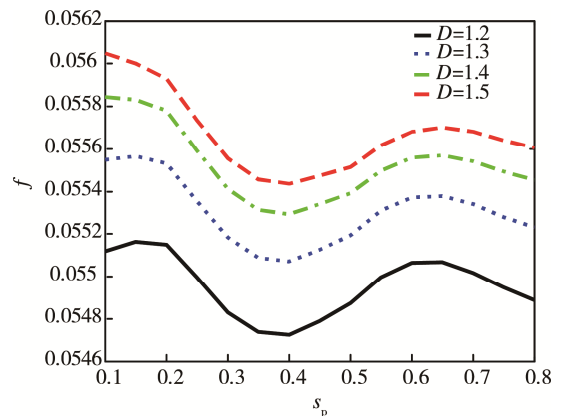


图 11 摩擦因数  $f$ - $s_p$  分布  
Fig.11 Friction coefficient  $f$  vs.  $s_p$  distribution

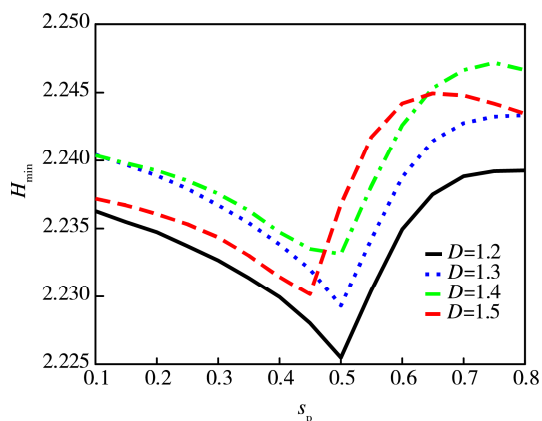


图 8 无量纲最小膜厚  $H_{\min}$ - $s_p$  分布  
Fig.8 Dimensionless minimum film thickness  $H_{\min}$  vs.  $s_p$  distribution

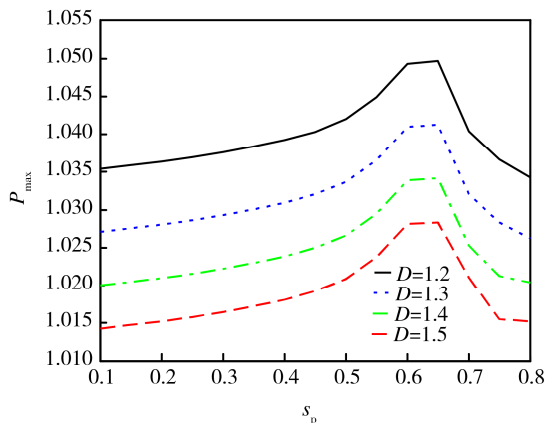


图 9 无量纲最大压力  $P_{\max}$ - $s_p$  分布  
Fig.9 Dimensionless maximum pressure  $P_{\max}$  vs.  $s_p$  distribution

## 5 结论

1) 当表面分形维数一定时,最小膜厚随结构深度的增加而减小,最大压力和固体界面温度则增大,摩擦因数曲线有最小值,且不同分形维数下的摩擦因数曲线的最小值处的结构深度值相同;当结构密度相同时,最小膜厚随分形维数的变化也有较小波动,但最大压力和固体界面温度随维数的增大而明显减小,



平均摩擦因数也明显增大。

2) 当表面分形维数一定时, 最小膜厚随织构密度的增加先减小后增大, 存在最小值; 最大压力和固体界面温度随织构密度的增加先增大后减小, 存在最大值, 相应的摩擦因数分布曲线有最小值, 与不同维数对应的摩擦因数曲线的最小值处的织构密度都相同。当织构密度相同时, 随着分形维数的增大, 摩擦因数随之增大。

#### 参考文献:

- [1] 董宁, 王优强, 刘前, 等. 水润滑飞龙轴承的微观热弹流润滑分析[J]. 润滑与密封, 2015, 40(1): 51-55.  
DONG Ning, WANG You-qiang, LIU Qian, et al. Thermal Micro-elastohydrodynamic Lubrication Analysis of Water-lubricated Tenmat Bearings[J]. Lubrication Engineering, 2015, 40(1): 51-55.
- [2] 刘昷丽, 王优强, 卢宪玖, 等. 渐开线斜齿圆柱齿轮的微观热弹流润滑分析[J]. 润滑与密封, 2014, 39(9): 63-68.  
LIU Bing-li, WANG You-qiang, LU Xian-jiu, et al. Micro Thermal Elastohydrodynamic Lubrication Analysis of Involute Helical Gears[J]. Lubrication Engineering, 2014, 39(9): 63-68.
- [3] 冯桂萍, 高创宽. 粗糙齿面啮合的热弹流润滑分析[J]. 太原理工大学学报, 2006, 37(1): 13-15.  
FENG Gui-ping, GAO Chuang-kuan. Thermal EHL Analysis of Rough Teeth Faces[J]. Journal of Taiyuan University of Technology, 2006, 37(1): 13-15.
- [4] 杨志强, 崔金磊, 杨沛然. 表面粗糙纹理对非牛顿热弹流润滑性能的影响[J]. 润滑与密封, 2008, 33(4): 13-16.  
YANG Zhi-qiang, CUI Jin-lei, YANG Pei-ran. Influence of Surface Roughness on the Lubricating Behavior of Elliptic EHL Contacts under Thermal Non-Newtonian Conditions[J]. Lubrication Engineering, 2008, 33(4): 13-16.
- [5] 崔金磊, 杨沛然. 两波动表面间的椭圆接触热弹流润滑数值分析[J]. 润滑与密封, 2010, 35(12): 48-52.  
CUI Jin-lei, YANG Pei-ran. Analysis on Thermal EHL of Elliptical Contacts between Two Wavy Surfaces[J]. Lubrication Engineering, 2010, 35(12): 48-52.
- [6] 葛世荣. 粗糙表面的分形特征与分形表达研究[J]. 摩擦学学报, 1997, 17(1): 73-80.  
GE Shi-rong. The Fractal Behavior and Fractal Characterization of Rough Surfaces[J]. Tribology, 1997, 17(1): 73-80.
- [7] 冯丽, 谢沛霖. 基于分形几何的表面微观形貌模拟及粘着弹性接触计算研究[J]. 润滑与密封, 2007, 32(6): 74-77.  
FENG Li, XIE Pei-lin. Simulation of Surface Micro-topography Based on Fractal Geometry and Calculating of Adhesive Elastic Contact[J]. Lubrication Engineering, 2007, 32(6): 74-77.
- [8] ETSION I, SHER E. Improving Fuel Efficiency with Laser Surface Textured Piston Rings[J]. Tribology International, 2009, 42(4): 542-547.
- [9] BLUNT L, XIAO S. The Use of Surface Segmentation Methods to Characterize Laser Zone Surface Structure on Hard Disc Drives[J]. Wear, 2011, 271(3): 604-609.
- [10] BRAUN D, GREINER C, SCHNEIDER J, et al. Efficiency of Laser Surface Texturing in the Reduction of Friction under Mixed Lubrication[J]. Tribology International, 2014, 77: 142-147.
- [11] 王静秋, 王晓雷. 表面织构创新设计的研究回顾及展望[J]. 机械工程学报, 2015, 51(23): 84-92.  
WANG Jing-qiu, WANG Xiao-lei. State of the Art in Innovative Design of Surface Texture[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015, 51(23): 84-92.
- [12] 王素华, 吴新跃, 郭静. 滑动轴承表面织构润滑理论模型[J]. 轴承, 2012(5): 56-60.  
WANG Su-hua, WU Xin-yue, GUO Jing. Theoretical Model of Lubrication for Sliding Bearings with Surface Texture[J]. Bearing, 2012(5): 56-60.
- [13] 张保森, 张凯, 周衡志. 激光表面织构结构参数对其摩擦学性能的影响[J]. 热加工工艺, 2014, 43(24): 129-132.  
ZHANG Bao-sen, ZHANG Kai, ZHOU Heng-zhi. Effect of Laser Surface Texture Structural Parameters on Tribological Properties[J]. Hot Working Technology, 2014, 43(24): 129-132.
- [14] 尹明虎, 陈国定, 高当成, 等. 3 种微织构对径向滑动轴承性能的影响[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2016, 46(1): 159-164.  
YIN Ming-hu, CHEN Guo-ding, GAO Dang-cheng, et al. Effects of Three Types of Surface Texture on the Performances of Journal Bearing[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2016, 46(1): 159-164.
- [15] MAJUMDAR A, TIEN C L. Fractal Characterization and Simulation of Rough Surfaces[J]. Wear, 1990, 136: 313-327.