

小半径曲线内轨波磨外轨无波磨原因的研究

李英

(商丘师范学院 信息技术学院, 河南 商丘 476000)

摘要: **目的** 研究铁路小半径曲线线路内轨有波磨而外轨无波磨的原因。**方法** 根据轮轨系统摩擦自激振动导致钢轨波磨的观点, 建立了由车轮、钢轨和轨枕组成的轮轨系统摩擦自激振动模型。在模型中, 车轮与钢轨接触几何关系使用车辆通过 $R=350\text{ m}$ 曲线时的 SIMPACK 车辆动力学仿真计算获得的数值, 钢轨与轨枕、轨枕与道床之间的连接用弹簧和阻尼单元组来模拟。应用复特征值方法对该模型发生摩擦自激振动的趋势进行了数值分析。**结果** 小半径曲线内轨和车轮的接触角较小, 在饱和蠕滑力(即摩擦力)作用下容易发生摩擦自激振动, 因而容易出现波磨; 外轨和车轮因为接触角较大, 在饱和蠕滑力作用下不容易发生摩擦自激振动, 因而极少出现波磨。数值预测结果与波磨发生的实际情况一致。**结论** 轮轨蠕滑力饱和以及轮轨接触角是引起小半径曲线内外轨波磨差异的两个主要因素, 其中轮轨蠕滑力饱和(即轮轨滑动)是决定性因素, 如果轮轨蠕滑力不饱和, 则轮轨系统就不会发生摩擦自激振动, 因而就不会出现波磨。

关键词: 波磨; 磨损; 轮轨系统; 摩擦振动

中图分类号: TH117 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-3660(2017)08-0134-06

DOI: 10.16490/j.cnki.issn.1001-3660.2017.08.022

Causes of low Rail Corrugation and Little high Rail Corrugation in Minor Radius Curve Route

LI Ying

(School of Information Technology, Shangqiu Normal University, Shangqiu 476000, China)

ABSTRACT: The work aims to study causes of inner rail corrugation and little outer rail corrugation in minor radius curve route. A frictional self-induced vibration model was established for wheel-rail system consisting of a wheel, a rail and several sleepers was established based upon the opinion that rail corrugation was caused by frictional self-induced vibration of the wheel-rail system. In the model, the contact geometrical relationship between the wheel and rail was set to values from SIMPACK vehicle dynamics simulating calculation when a vehicle passed through a $R=350\text{ m}$ curve, connections between steel rail and sleeper, sleeper and ballast bed were simulated with two different springs and damping element groups. Generation tendency of frictional self-induced vibration was analyzed numerically for the model in complex eigenvalue method. As contact angle between low rail and wheel was small in minor-radius curve, the frictional self-induced vibration might easily took place under the effects of saturated creep force (i.e., frictional force), hence corrugation might easily occurred; as contact angle between high rail and wheel was big, the frictional self-induced vibration might not easily took place under the effects of saturated creep force (i.e., frictional force), hence corrugation seldom occurred. Numerical prediction results were consistent with actual

收稿日期: 2017-03-01; 修订日期: 2017-04-05

Received: 2017-03-01; **Revised:** 2017-04-05

基金项目: 国家自然科学基金(51275429)

Fund: Supported by the National Natural Science Foundation of China (51275429)

作者简介: 李英(1981—), 女, 硕士, 实验师, 研究方向为振动仿真。

Biography: LI Ying(1981—), Female, Master, Experimentalist, Research focus: vibration simulation.

situation of corrugation. Saturation of creep force and contact angle between the wheel and rail are two main factors leading to difference between inner rail and outer rail in minor-radius curve. Saturation of creep force, which suggests that the wheel slips on the rail, is the decisive factor. If the wheel-rail creep force is not saturated, frictional self-induced vibration will not occur in the wheel-rail system, thus no rail corrugation occurs as well.

KEY WORDS: corrugation; wear; wheel-rail system; frictional vibration

为了解决城市交通拥堵问题,我国大中型城市都在建设地铁运输系统。由于受到地面建筑物基础的影响,绝大部分地铁线路都存在曲线半径 $R \leq 350$ m 的路段。在这些小半径 ($R \leq 350$ m) 线路路段上的钢轨内轨,几乎百分之百发生波磨。对一条新投入使用的地鐵线路,波磨出现的时间少则 2~3 个月,多则 1~2 年。钢轨一旦出现波磨,则该波磨就难以消除,即使将出现波磨的钢轨更换成新钢轨,也很快在原来出现波磨的地方产生新的波磨。波磨会引起严重的轮轨噪声以及地面建筑物的低频振动,影响乘客的乘坐舒适性。波磨是世界性问题,世界各国的地铁线路都存在或多或少的波磨问题。由于现代地铁轨道结构设计的多样化,如采用科隆蛋减振扣件、套靴轨枕、梯形轨枕和浮置板道床等,地铁波磨的形式多样化,而且比以往更严重。例如,采用科隆蛋减振扣件的轨道原本是为了减轻轮轨振动对线路周围地质结构的传递,但科隆蛋扣件线路的波磨比以往任何波磨都严重,波深较大,不但在小半径曲线线路上出现,而且在直线线路上也会出现。相对于采用普通短轨枕的线路来说,出现严重波磨的科隆蛋扣件实际减振效果好了多少,甚至更差。现在有些地铁公司为了永久解决科隆蛋扣件的严重波磨问题,不得已用其他形式的轨枕代替科隆蛋扣件,但更换工作量十分繁重。

科隆蛋扣件出现的麻花状波磨在中外文献上少有报道,我国是在使用科隆蛋扣件的钢轨出现大规模严重波磨时,才注意到这种麻花状波磨。在科隆蛋扣件应用之前,设计者未能预测到钢轨波磨的严重性,因为现有的波磨理论还不成熟,不能有效地预测一些波磨问题。现有的波磨理论大致可以分为两类^[1-3]:

(1) 钢轨工作表面粗糙度引起的轮轨相互作用和振动导致波磨^[4-7]; (2) 轮轨粘着振动导致波磨^[8-11]。其中绝大部分的研究者接受第一种理论^[12-17]。这两种波磨理论与线路的曲线半径都没有关系,都无法满意地解释如下最普遍的波磨现象:在 $R \leq 350$ m 的曲线线路内轨几乎百分之百产生波磨,但同一曲线的外轨则百分之九十九以上没有波磨;当 $R \geq 800$ m 时,曲线的内、外轨百分之九十九以上没有波磨。由此可见,现有的波磨理论存在不可忽视的缺陷。最近,国内外学者提出了波磨成因的一些新观点^[18-19],其中陈光雄教授^[18]提出的轮轨摩擦自激振动引起钢轨波磨的观点可以

解释大部分波磨现象。本文就应用轮轨摩擦自激振动引起波磨的观点,研究小半径曲线的波磨问题,研究结果显示轮轨蠕滑力饱和和轮轨接触角对小半径曲线的钢轨波磨有重要影响。

1 地铁车轮-钢轨系统摩擦自激振动模型

1.1 地铁车轮-钢轨系统模型

现代地铁线路普遍使用混凝土整体道床,由于整体道床的质量和尺寸都比钢轨和车轮大得多,为了减少建模和计算工作量,本文建立的模型仅包括车轮、钢轨和轨枕。图 1a 是建立的轮-轨系统有限元模型,图 1b 和图 1c 是曲线外轨和内轨对应的轮轨接触几何关系。图中, W 为轮重, N_L 和 N_R 分别为外轨车轮和内轨车轮与钢轨之间的法向作用力, δ_L 和 δ_R 分别为外轨车轮和内轨车轮的接触角, F_L 和 F_R 分别为外轨车轮和内轨车轮的横向蠕滑力, C_{LR} 和 C_{VR} 分别为扣件的横向和垂向阻尼, K_{LR} 和 K_{VR} 分别为扣件的横向和垂向弹簧刚度, C_{LS} 和 C_{VS} 分别为道床作用在轨枕上的横向和垂向阻尼, K_{LS} 和 K_{VS} 分别为道床作用在轨枕上的横向和垂向弹簧刚度。

使用 SIMPACK 动力学软件对地铁车辆通过小半径曲线进行仿真计算,可知当地铁车辆通过 $R \leq 350$ m 的曲线线路时,车辆每个转向架的导向轮对的内轮和外轮的蠕滑力都饱和,即都等于摩擦力。

图 1a 车轮-钢轨系统的运动方程可写成如下的矩阵形式^[18]:

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = F \quad (1)$$

式中: M 、 C 、 K 分别为车轮-钢轨系统的质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵; u 、 \dot{u} 和 \ddot{u} 分别为车轮-钢轨系统在惯性坐标系平衡位置发生的摩擦自激振动的位移、速度和加速度; F 为作用在车轮-钢轨系统的外力。在没有线路不平顺和简谐外力 F 的作用下,方程 (1) 所描述的轮轨系统不会出现振动。但当轮轨蠕滑力饱和,即等于摩擦力时,有如下的摩擦力关系:

$$F_f = N\mu = k(u_{wn} - u_m)\mu \quad (2)$$

式中: μ 为轮轨之间的动摩擦系数; N 为轮轨接触法向力; u_m 为轮轨接触点处钢轨的法向位移; u_{wn}

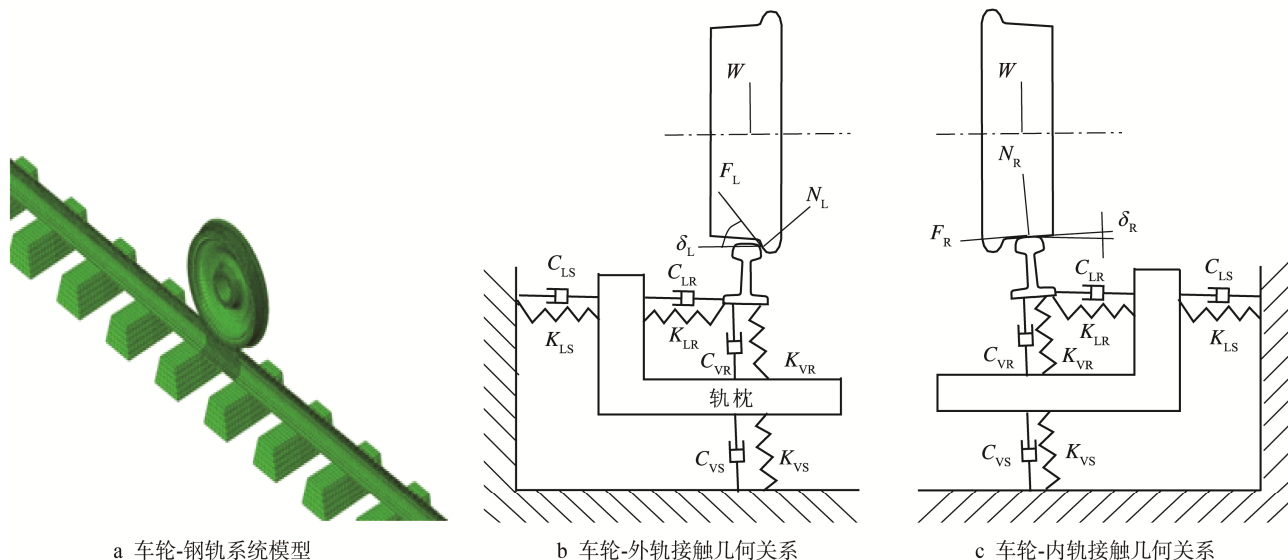


图1 车轮-钢轨系统摩擦自激振动模型

Fig.1 Friction-induced vibration model of the wheel-rail system: (a) model of the wheel-rail system, (b) contact geometry relationship between the wheel and high rail, (c) contact geometry relationship between the wheel and low rail

为轮轨接触点处车轮的法向位移； k 为轮轨接触等效弹簧的刚度。轮轨接触斑所有节点的摩擦力写成矩阵形式为：

$$F_f = K_f u \quad (3)$$

将式(3)代入方程(1)就变成：

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + (K - K_f)u = \Delta F \quad (4)$$

式中： ΔF 为作用在系统的外力合力。方程(4)的特征方程为：

$$[M\lambda^2 + \lambda C + (K - K_f)]\phi = 0 \quad (5)$$

由于刚度矩阵 $K - K_f$ 是一个非对称矩阵，其特征值 $\lambda_i = \beta_i + i\omega_i$ 有可能出现正实部。车轮-钢轨系统运动方程(4)的一般解为：

$$u(t) = \sum \{\phi_i\} \exp(\beta_i + i\omega_i)t \quad (6)$$

式中： $\{\phi_i\}$ 为特征向量。由式(6)可见，如果轮轨系统有一个或多个实部为正的 eigenvalue，此时车轮-钢轨系统就会发生摩擦自激振动，即不需要连续不断的线路不平顺输入或者简谐外力作用，车轮-钢轨系统只需要一个脉冲力的激励，就能产生持续不断的自激振动。

波磨的形成是波长固定机理和材料损伤机理共同作用的结果，研究者已经验证波磨的波长与轮轨摩擦功的变化频率相同^[1-3]。文献[18]已解释了轮轨摩擦自激振动引起钢轨波磨的原因。因此，后续分析主要以轮轨系统的摩擦自激振动作为分析内容，并且认为波磨的频率与摩擦自激振动的频率相同。

1.2 模型参数

本研究选取车轮踏面为 LM 型磨耗形踏面，轨底坡=1/40，钢轨和轮对的弹性模量 $E=2.1 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$ ，

钢轨和轮对的密度 $=7.8 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ，轮重 $W=50\ 000 \text{ N}$ ，钢轨为 60 kg/m 钢轨，钢轨长度 $L=46 \text{ m}$ ，轨枕之间的距离 $l_s=625 \text{ mm}$ ，每个扣件的垂向刚度 K_{VR} 为 10~100 MN/m、横向刚度 K_{LR} 为 7~50 MN/m，每个扣件的垂向阻尼 C_{VR} 为 500~2500 Ns/m、横向阻尼 C_{LR} 为 350~2000 Ns/m，每个轨枕和轨道板之间的垂向和横向刚度分别为 $K_{VS}=89 \text{ MN/m}$ 、 $K_{LS}=50 \text{ MN/m}$ ，每个轨枕和轨道板之间的垂向和横向阻尼分别为 $C_{VS}=8980 \text{ Ns/m}$ 、 $C_{LS}=4000 \text{ Ns/m}$ ，轮轨间的摩擦系数 $\mu=0.4$ 。

2 结果及分析

2.1 小半径曲线内外钢轨波磨发生趋势

用 SIMPACK 车辆动力学软件分析车辆通过小半径曲线线路时，导向轮对的外轮接触角 δ_R 为 $18.6^\circ \sim 38.2^\circ$ ，内轮接触角 δ_L 为 $1.50^\circ \sim 1.53^\circ$ 。在此条件下，分别对内轮-钢轨系统和外轮-钢轨系统的摩擦自激振动发生趋势进行复特征值分析，并用等效阻尼比来评价摩擦自激振动发生的趋势。等效阻尼比的数值小于零时，系统才会发生摩擦自激振动，而且数值越小，系统发生摩擦自激振动的趋势越大。等效阻尼比 ζ 按式(7)计算。

$$\zeta = -2R_e(\lambda) / |I_m(\lambda)| \quad (7)$$

式中： $R_e(\lambda)$ 和 $I_m(\lambda)$ 分别为摩擦自激振动系统特征方程复特征值的实部和虚部。

图2是内轮-钢轨系统在横向蠕滑力饱和条件下，其摩擦自激振动发生趋势的复特征值分析结果，可以看出此时轮轨系统有两个不稳定振动模式，不稳定振

动频率 f_i 分别为 503.2、536.8 Hz。图 3 为两个不稳定振动的模态,可以看出车轮发生了二节径和两节圆振动。通过多次试算,在 K_{VR} 为 10~100 MN/m、 K_{LR} 为 7~50 MN/m、 C_{VR} 为 500~2500 Ns/m 和 C_{LR} 为 350~2000 Ns/m 范围内的轨枕垫刚度和阻尼值,都不能消除这两个不稳定摩擦自激振动,这说明在现有的轨道参数条件下,小半径曲线内轨的波磨几乎是不可避免的。外轮-钢轨系统复特征值分析结果表明,在轮轨接触角 δ_R 为 $18.6^\circ \sim 38.2^\circ$ 时,外轮-钢轨系统都不会发生频率为 0~1000 Hz 的摩擦自激振动,即不会出现外轨波磨。至此可以解释为何地铁小半径曲线内轨几乎百分之百产生波磨而外轨几乎百分之九十九没有波磨的原因,这是因为车辆通过小半径曲线时,前、后转向架导向轮对的内轮、外轮与钢轨相互作用的蠕滑力都饱和,这个饱和蠕滑力引起内轮-钢轨系统发生摩擦自激振动,因而出现内轨波磨。由于外轮的接触角比较大,在饱和蠕滑力的作用下,外轮-钢轨系统也不会发生摩擦自激振动,因而外轨没有波磨。

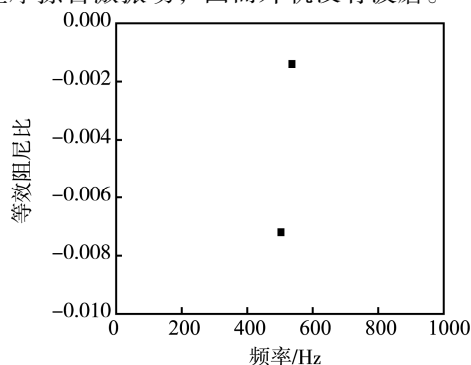


图 2 内轮-钢轨系统的摩擦自激振动分布
($R=350$ m, $K_{VR}=70$ MN/m, $K_{LR}=35$ MN/m)

Fig.2 Friction-induced vibration distribution of the wheel-low rail system

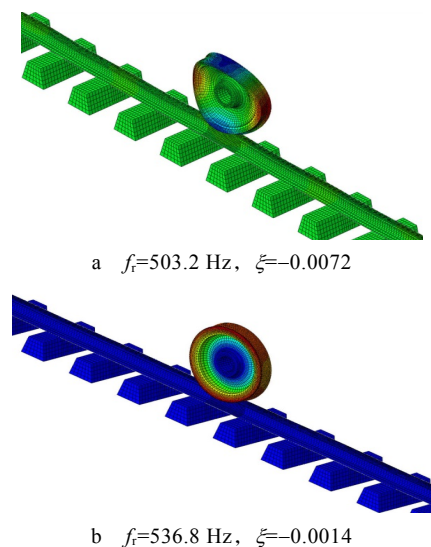


图 3 内轮-钢轨系统摩擦自激振动的模态 ($\delta_L=1.51^\circ$)
Fig.3 Friction-induced vibration modal of the wheel-low rail system

2.2 轨枕垫刚度对波磨的影响

地铁线路常经过人口稠密的居民区和国家行政及科研教育部门,对地铁周边的环境振动和噪声控制越来越严格,为此有些地铁线路在设计时采用了许多新技术,如轨道结构除常用的普通混凝土轨枕外,还使用了科隆蛋减振扣件、套靴轨枕、梯形轨枕和浮置板道床等。如前所述,采用科隆蛋减振扣件不能减少轮轨相互作用的力和振动对周围地质结构的传递,相反对周围环境的影响更严重。经试验测得科隆蛋减振扣件的垂向刚度 $K_{VR}=12$ MN/m,垂向阻尼 $C_{VR}=1360$ Ns/m,横向刚度 $K_{LR}=7.58$ MN/m,横向阻尼 $C_{LR}=974$ Ns/m^[15]。实测结果显示,轨枕垫的横向刚度为垂向刚度的 0.22~0.63 倍^[15]。在缺少试验资料时,可以取其横向刚度为垂向刚度的一半。

图 4 为轨枕垫垂向刚度对内轮-钢轨系统摩擦自激振动发生趋势的影响,可以看出随着轨枕垫垂向刚度的增大,轮轨系统摩擦自激振动发生趋势逐渐减小,即内轨发生波磨的趋势随轨枕垫垂向刚度的增大而逐渐减小。这就解释了地铁线路的轨枕垫刚度过小反而容易引起波磨的原因。数值计算也显示,在外轮接触角 $\delta_R=25.6^\circ$ 的条件下,外轮使用科隆蛋减振轨枕也不会发生摩擦自激振动,即外轨不会产生波磨。某地铁线路现场调查发现,科隆蛋轨枕的 $R=350$ m 曲线线路的外轨也有比内轨轻得多的波磨,作者认为可能是由于内轨出现严重波磨后没有及时打磨内轨,当轮对通过此路段时,有严重波磨的内轨引起的轮对振动传递到了外轮和外轨,因为外轮轨的蠕滑力饱和,故外轮轨的摩擦功也是波动的,因此就有可能引起外轨轻微的波磨。

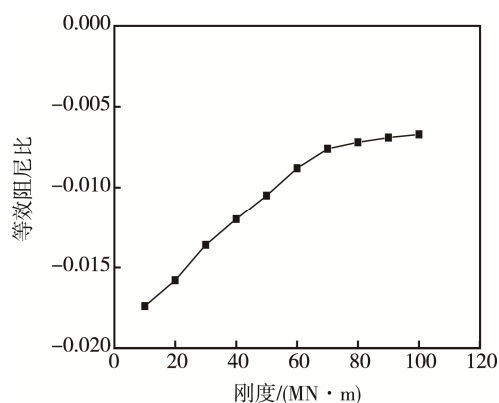


图 4 轨枕垫刚度对内轮-钢轨系统摩擦自激振动发生趋势的影响 ($R=350$ m, $f_i=502.3 \sim 505.8$ Hz)

Fig.4 Influence of the rail pad stiffness on the occurrence propensity of friction-induced vibration of the wheel-low rail system

现场调查发现,使用科隆蛋扣件的直线线路也会发生钢轨波磨,发生波磨的位置是从车站出发往前约 30~40 m 处。同时发现,在远离车站的大半径曲线或

直线地段,即使使用科隆蛋扣件也不会出现波磨。笔者认为在车站出发往前 30~40 m 处正好是列车牵引力最大的地方,在不利工况下可能出现车轮打滑,即蠕滑力等于摩擦力。车辆通过小半径曲线时,轮轨蠕滑力主要为横向蠕滑力,但在直线线路牵引条件下,轮轨蠕滑力主要为纵向蠕滑力,这是分析小半径曲线和直线等不同条件下,轮轨系统摩擦自激振动稳定性不同的地方。在直线线路蠕滑力饱和的条件下,轮轨系统的复特征值分析结果见图 5,可以看出此时轮轨系统有一个不稳定振动,其振动频率 $f_r=318.4$ Hz。对应的轮轨摩擦自激振动模态见图 6,可知直线轨道上发生的轮轨摩擦自激振动主要是车轮的 2 节径振动。

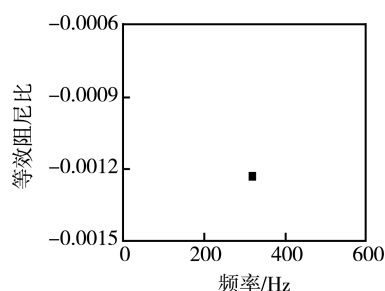


图 5 科隆蛋扣件直线线路轮轨摩擦自激振动分布

Fig.5 Friction-induced vibration distribution of the wheel-straight rail system with Cologne fasteners

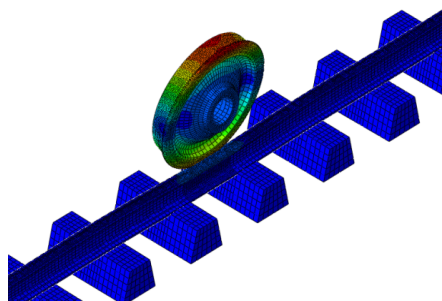


图 6 科隆蛋扣件直线线路轮轨摩擦自激振动模态

Fig.6 Friction-induced vibration modal of the wheel-straight rail system with Cologne fasteners

现场试验也发现,在此直线段发生波磨的地方用普通短轨枕代替科隆蛋扣件后,原来有波磨的地方打磨后不会出现新波磨。现讨论用普通短轨枕代替科隆蛋扣件导致波磨消失的原因。假设轮轨蠕滑力饱和,使用普通短轨枕的轨枕垫垂向刚度 $K_{VR}=40$ MN/m,横向刚度 $K_{LR}=20$ MN/m,其他条件不变,计算发现此时轮轨系统的摩擦自激振动消失了,即不会出现钢轨波磨。这个预测结果与实际的波磨试验结果一致。

2.3 轨枕垫阻尼对波磨的影响

实测轨枕垫的阻尼 C_{VR} 为 500~2500 Ns/m, C_{VL} 为 250~1250 Ns/m,取轨枕垫的阻尼 $C_{VR}=500$ Ns/m、 $C_{VL}=250$ Ns/m 和 $C_{VR}=2000$ Ns/m、 $C_{VL}=1000$ Ns/m 两组数据,计算 $R=350$ m 曲线线路内轮-钢轨系统的摩

擦自激振动发生趋势。结果显示,前者的不稳定振动频率和等效阻尼比分别为 $f_r=501.8$ Hz、 $\xi=-0.0016$ 和 $f_r=536.8$ Hz、 $\xi=-0.0012$;后者的不稳定振动频率和等效阻尼比分别为 $f_r=504.1$ Hz、 $\xi=-0.0014$ 和 $f_r=533.1$ Hz、 $\xi=-0.0013$ 。可见,轨枕垫的阻尼对轮轨摩擦自激振动的发生趋势影响不大。

3 结论

1) 在小半径曲线上,车辆转向架导向轮对的饱和蠕滑力容易引起内轨-车轮系统的摩擦自激振动,因而内轨容易发生波磨。但外轨的接触角比较大,外轨的饱和蠕滑力不能引起外轨-车轮系统的摩擦自激振动,因而外轨不容易发生波磨。

2) 轨枕垫刚度对小半径曲线钢轨波磨有比较重要的影响,轨枕垫刚度越低,钢轨出现波磨的趋势越大。

参考文献:

- [1] GRASSIE S L, KALOUSEK J. Rail Corrugation: Characteristics, Causes and Treatments[J]. Journal of Rail Rapid Transit, 1993, 207: 57-68.
- [2] OOSTERMEIJER K H. Review on Short Pitch Rail Corrugation Studies[J]. Wear, 2008, 265: 1231-1237.
- [3] SATO Y, MATSUMOTO A, KNOTHE K. Review on Rail Corrugation Studies[J]. Wear, 2002, 253: 130-139.
- [4] HEMPELMANN K, KNOTHE K. An Extended Linear Model for the Prediction of Short Pitch Corrugation[J]. Wear, 1996, 191: 161-169.
- [5] WU T X, THOMPSON D J. Vibration Analysis of Railway Track with Multiple Wheels on the Rail[J]. Journal of Sound and Vibration, 2001, 239: 69-97.
- [6] JIN X S, WEN Z F. Effect of Discrete Track Support by Sleepers on Rail Corrugation at a Curved Track[J]. Journal of Sound and Vibration, 2008, 315: 279-300.
- [7] IGELAND A, ILIAS H. Railhead Corrugation Growth Predictions Based on Nonlinear High Frequency Vehicle/Track Interaction[J]. Wear, 1997, 213: 90-97.
- [8] CLARK R A. Slip-stick Vibrations May Hold the Key to Corrugation Puzzle[J]. Railway Gazette International, 1984, 7: 531-533.
- [9] CLARK R A, SCOTT G A, POOLE W. Short Wave Corrugation—An Explanation Based on Stick-slip Vibrations[J]. Applied Mechanics Rail Transportation, 1988, 141-148.
- [10] SUN Y Q, SIMSON S. Wagon-track Modeling and Parametric Study on Rail Corrugation Initiation due to Wheel Stick-slip Process on Curved Track[J]. Wear, 2008, 265: 1193-1201.
- [11] MATSUMOTO A, SATO Y. Formation Mechanism and

- Countermeasures of Rail Corrugation on Curved Track[J]. Wear, 2002, 253: 178-184.
- [12] VADILLO G, TARRAGO J A, ZUBIAURRE G G, et al. Effect of Sleeper Distance on Rail Corrugation[J]. Wear, 1998, 217: 140-146.
- [13] BAEZA L, PALOMA V, SIMON D I. Prediction of Rail Corrugation Using a Rotating Flexible Wheelset Coupled with a Flexible Track Model and a Non-Hertzian/Non-Steady Contact Model[J]. Journal of Sound and Vibration, 2011, 330: 4493-4507.
- [14] 李伟, 杜星, 王衡禹, 等. 地铁钢轨一种波磨机理的调查分析[J]. 机械工程学报, 2013, 49(16): 26-32.
LI Wei, DU Xing, WANG Heng-yu, et al. Investigation into the Mechanism of Type of Rail Corrugation of Metro [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2013, 49(16): 26-32.
- [15] 李霞. 地铁钢轨波磨形成机理研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2012.
LI Xia. Study on the Mechanism of Rail Corrugation on Subway Track[D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2012.
- [16] 李克飞, 刘维宁, 张厚贵, 等. 地铁钢轨波浪形磨耗的研究分析[J]. 都市快轨交通, 2010, 23(2): 1-5.
LI Ke-fei, LIU Wei-ning, ZHANG Hou-gui, et al. Study and Analysis on Rail Corrugation on Metro Lines[J]. Urban Rapid Rail Transit, 2010, 23(2): 1-5.
- [17] 郭满鸿, 张学华, 沈钢. 南京地铁曲线波浪型磨耗研究[J]. 都市快轨交通, 2010, 23(4): 1-3.
GUO Man-hong, ZHANG Xue-hua, SHEN Gang. Study on the Rail Corrugation on Curved Tracks of Nanjing Metro[J]. Urban Rapid Rail Transit, 2010, 23(4): 1-3.
- [18] CHEN G X, ZHOU Z R, OUYANG H, et al. A Finite Element Study on Rail Corrugation Based on Saturated Creep Force-induced Self-excited Vibration of a Wheelset-rail System[J]. Journal of Sound and Vibration[J]. 2010, 329: 4643-4655.
- [19] KURZECK B, HECHT M. Dynamic Simulation of Friction Induced Vibrations in a Light Railway Bogie While Curving Compared with Measurement Results[J]. Vehicle System Dynamics, 2010, 48(S1): 121-138.