

【特约稿】

# 载荷时变对齿轮齿条弹流润滑的影响

徐彩虹, 王优强, 张同钢, 王立梅

(青岛理工大学 机械工程学院, 山东 青岛 2665201)

**摘要:** **目的** 通过对传动过程中压力和膜厚的计算, 提高齿轮齿条机构润滑性能, 降低齿轮齿条传动过程中的磨损。**方法** 简化齿轮齿条传动过程载荷图谱, 运用简化的实际载荷曲线, 建立齿轮齿条啮合过程的弹流润滑计算模型, 对齿轮齿条啮合过程中的瞬态弹流润滑问题进行研究。考虑啮合过程中单、双齿啮合时不同的载荷, 计算一个啮合周期沿啮合线上的中心压力、中心膜厚、最大压力、最小膜厚以及啮入点、节点、啮出点压力和膜厚, 还有双齿啮合区转换为单齿啮合区、单齿啮合区转换为双齿啮合区前后瞬时的压力和膜厚。压力求解采用多重网格法, 弹性变形采用多重网格积分法, 得到了齿轮齿条传动机构的瞬态弹流润滑完全数值解。**结果** 载荷突然升高引起中心压力突然升高, 中心膜厚最大值出现在双齿啮合区与单齿啮合的临界点。啮合线上最小膜厚和最大压力出现了波动。计算得出啮入瞬时膜厚最薄, 润滑状况较差。**结论** 沿啮合线各瞬时压力与膜厚不断变化, 载荷突变引起的压力突变应通过提高轮齿强度等方式防止表面疲劳破坏的产生。整个啮合过程中, 啮入点为危险点。

**关键词:** 齿轮齿条; 瞬态; 弹性流体动力润滑; 压力; 膜厚; 单双齿啮合

**中图分类号:** TH117.2 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-3660(2017)06-0077-07

**DOI:** 10.16490/j.cnki.issn.1001-3660.2017.06.012

## Influence of Load Time-varying on Elastohydrodynamic Lubrication of Gear Rack

XU Cai-hong, WANG You-qiang, ZHANG Tong-gang, WANG Li-mei

(School of Mechanical Engineering, Qingdao University of Technology, Qingdao 266520, China)

**ABSTRACT:** The work aims to improve lubrication performance of gear rack mechanism and reduce wear during transmission process of gear rack by calculating pressure and film thickness during transmission process. Load map of gear rack transmission process was simplified, a simplified actual load curve was used, and a calculation model of elastohydrodynamic lubrication was built for gear-rack meshing process, so as to study transient elastohydrodynamic lubrication during gear-rack meshing process. Different load between single and double teeth during meshing process was considered to calculate central pressure, central film

收稿日期: 2016-10-23; 修订日期: 2017-04-02

Received: 2016-10-23; Revised: 2017-04-02

基金项目: 国家自然科学基金 (51575289)

Fund: Supported by the National Natural Science Funds Fund (51575289)

作者简介: 徐彩虹 (1990—), 女, 硕士研究生, 主要研究方向为齿轮齿条弹流润滑。

Biography: XU Cai-hong (1990—), Female, Master, Research focus: EHL of gear rack.

通讯作者: 王优强 (1970—), 男, 博士, 教授, 主要研究方向为轴承与齿轮的摩擦学与表面工程。

Corresponding author: WANG You-qiang (1970—), Male, Doctor, Professor, Research focus: tribology and surface engineering of bearings and gears.

thickness, maximum pressure and minimum film thickness along meshing line in a meshing cycle, pressure and film thickness at the engaging-in point, node, engaging-out point, transient pressure and film thickness when double teeth meshing zone converted to a single tooth meshing zone, and single tooth meshing zone converted to a double teeth meshing zone. Multi-grid method was applied to calculate the pressure, multi-grid integration method was applied to calculate elastic deformation, complete numerical solutions were obtained for the transient elastohydrodynamic lubrication of gear-rack transmission mechanism. Sudden increase in central pressure was caused by sudden increase in the load, the maximum values of the central film thickness were present at the critical point between the double teeth meshing zone and the single tooth meshing. The minimum film thickness and maximum pressure fluctuated on the meshing line; transient film thickness was the thinnest and lubrication condition was poor during engaging-in. The pressure and film thickness along the meshing line change constantly; sudden change in pressure caused by that in load by improving strength of gear teeth to prevent occurrence of surface fatigue damage. Throughout the meshing process, the engaging-in point is a dangerous point.

**KEY WORDS:** gear rack; transient; EHL; pressure; film thickness; single and double teeth meshing

齿轮齿条机构是现代机械中应用广泛的传动机构,具有传动结构简单、传动精度高(可达 0.1 mm)、可无限长度对接延续、传动速度可以很高等优点,适用于大载荷、工况恶劣的环境中,可以实现圆周运动与直线运动之间的转换,被广泛运用于转向机构中。国内外学者对渐开线直齿轮、渐开线斜齿轮弹流润滑数值模拟的研究较多。王优强等<sup>[1]</sup>对直齿轮瞬态弹流润滑进行了数值分析。王优强、衣雪娟等<sup>[2]</sup>考虑表面纵向粗糙峰,对渐开线直齿轮瞬态微观热弹流润滑进行了数值分析。王文中等<sup>[3]</sup>对渐开线斜齿轮非稳态弹流润滑进行了数值模拟。贾小攀等<sup>[4]</sup>对渐开线斜齿轮瞬态弹流润滑的影响做了数值研究。以上都是关于渐开线直齿轮、斜齿轮弹流润滑模型的研究,对于齿轮齿条传动机构弹流润滑方面的研究还较少见。在齿轮齿条传动过程中,不同啮合点处的综合曲率半径、卷吸速度和齿面所受载荷都会沿着啮合线随时间变化,因此,在传动过程中,机构的油膜压力、膜厚等润滑参数都随时间变化。此外,齿轮齿条传动机构的曲率半径、卷吸速度等参数与直齿轮、斜齿轮传动存在许多不同,所以有必要对齿轮齿条传动过程中的润滑状况进行分析。齿轮齿条机构的瞬态弹流润滑数值解较稳态弹流润滑数值解更符合工程实际<sup>[5-18]</sup>。

本文应用多重网格技术,考虑瞬态效应,求得齿轮齿条机构的非稳态弹流润滑完全数值解。

## 1 齿轮齿条轮廓曲线及相关参数计算

### 1.1 齿轮齿条啮合原理

在齿轮齿条传动机构中,齿条等同于基圆半径为无穷大的齿轮,齿廓曲线的渐开线简化为直线,如图

1 所示,其理论啮合线  $N_1N_2$  与齿轮基圆相切于  $N_1$ ,由于齿条的基圆为无穷大,所以啮合线与齿条基圆的切点  $N_2$  在无穷远处。齿轮 1 与齿条 2 齿廓在任何位置啮合时,啮合点都应在理论啮合线  $N_1N_2$  上。

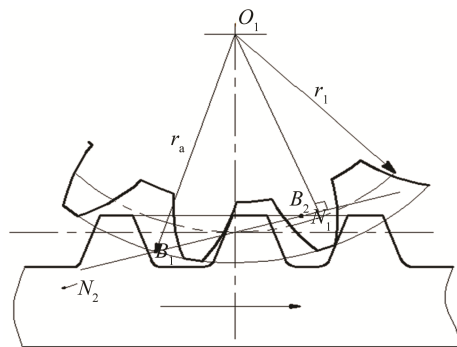


图 1 齿轮齿条传动机构啮合原理  
Fig.1 Meshing principle of gear rack transmission

### 1.2 齿轮齿条副啮合点当量曲率半径与卷吸速度

齿轮齿条传动与齿轮传动相比,齿轮齿条传动无论是否标准安装,啮合角都与分度圆的压力角相等。在图 2 中,点  $P$  为节点,齿轮推动齿条沿啮合线啮合。齿条齿顶线和齿轮齿顶圆与理论啮合线的交点分别为  $B_2$ 、 $B_1$ ,即在理论啮合线内的  $B_1B_2$  为齿轮齿条传动机构的实际啮合线。几何参数如图 2 所示。

若  $K$  为啮合点,综合曲率半径为  $R$ ,则:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (1)$$

其中,  $R_1 = N_1K$ ,  $R_2 = N_2K$ 。由于齿条基圆无穷大,故其值为无穷大。所以,综合曲率半径:

$$R=R_{b1}\tan\alpha+S \quad (2)$$

卷吸速度:

$$u=\frac{(u_1+u_2)}{2} \quad (3)$$

其中,  $u_1=n\pi R/30$ ,  $u_2=n\pi ds\sin\alpha/60$ ,  $S=n\pi R_{b1}(t-t_0)$ ,  $n$  为齿轮转速,  $\alpha$  为齿轮分度圆的压力角,  $d$  为齿轮分度圆直径,  $t_0$  为啮入点到节点的时间,  $R_{b1}$  为齿轮基圆半径。因此节点处的  $S$  为 0,  $R_1=R_{b1}\tan\alpha-S$ ,  $R_2=N_2K$ 。

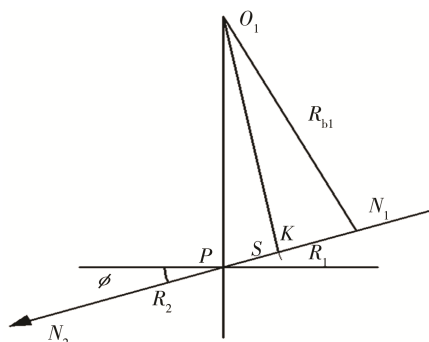


图 2 齿轮齿条机构的传动几何参数

Fig.2 Transmission geometry parameters of gear rack mechanism

## 2 弹流润滑数值计算的基本方程

运算过程中各方程内的无量纲量定义如下:

$X=x/b$ ,  $\bar{P}=P/P_H$ ,  $\bar{\eta}=\eta/\eta_0$ ,  $\bar{\rho}=\rho/\rho_0$ ,  $\bar{t}=tu_0/b$ ,  $W=w_0/(ER_0)$ ,  $C_{Rt}=R/R_0$ ,  $U=\eta_0 u_0/(ER_0)$ ,  $C_{Wt}=w/w_0$ ,  $C_{ut}=u/u_0$ ,  $\bar{h}=hR_0/b^2$ 。其中  $w_0$  为参考载荷,  $P_H$  为最大 Hertz 压力,  $b$  为参考载荷作用下的 Hertz 接触半宽。

无量纲化 Reynolds 方程为<sup>[8]</sup>:

$$\frac{\partial}{\partial X}[\varepsilon \frac{\partial \bar{P}}{\partial X}] = \frac{d(\bar{\rho} C_{ut} \bar{h})}{dX} + \frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho} h) \quad (4)$$

式中:  $\varepsilon = \frac{\bar{\rho} \bar{h}^3}{\eta \lambda}$ ;  $\lambda = \frac{3}{4} \pi^2 \frac{U}{W^2}$ ;  $\bar{P}$  为无量纲油膜

压力;  $\bar{h}$  为无量纲油膜厚度;  $X$  为无量纲接触区坐标;  $\bar{\rho}$  为无量纲润滑油密度;  $W$  为无量纲载荷;  $U$  为无量纲卷吸速度;  $C_{ut}$  为速度时变系数。

假设齿轮齿面与齿条齿面都光滑, 则考虑表面弹性变形的无量纲膜厚方程为:

$$\bar{h}(X, \bar{t}) = \bar{h}_0(\bar{t}) + \frac{X^2}{2C_{Rt}} - \frac{1}{\pi} \int_{X_{in}}^{X_{out}} P(X') \ln|X - X'| dX' \quad (5)$$

式中:  $h_0$  为中心膜厚;  $C_{Rt}$  为综合曲率半径时变系数;  $X_{in}$ 、 $X_{out}$  分别为计算域的起点和终点坐标, 且  $P(X_{in})=P(X_{out})=0$ ;  $E$  为齿轮与齿条材料的综合弹性模量。

粘压关系采用 Roelands 粘压关系<sup>[8]</sup>, 其无量纲形式为:

$$\bar{\eta} = \exp\{(\ln \eta_0 + 9.67)[(1 + 5.1 \times 10^{-9} P_H \bar{P})^{Z_0} - 1]\} \quad (6)$$

式中:  $\eta_0$  为润滑剂环境黏度;  $Z_0$  为 Roelands 粘压系数;  $P_H$  为赫兹压力。

无量纲密压关系公式为:

$$\bar{\rho} = 1 + (0.6 \times 10^{-9} P_H \bar{P}) / (1 + 1.7 \times 10^{-9} P_H \bar{P}) \quad (7)$$

齿轮齿条传动过程中的无量纲载荷方程为:

$$\int_{X_{in}}^{X_{out}} \bar{P}(X, \bar{t}) dX = \pi / 2 C_{Wt}(\bar{t}) \quad (8)$$

其中,  $C_{Wt}(\bar{t})$  为载荷时变系数。啮合区内齿间载荷分配采用动载荷谱的形式, 假设沿时间变化的分段动态载荷采用的载荷图谱如图 3 所示。

$$C_{Wt}(\bar{t}) = \begin{cases} 1/3 + (1/3)[(\bar{t} - \bar{t}_a)/(\bar{t}_b - \bar{t}_a)] & (\bar{t}_a \leq \bar{t} \leq \bar{t}_b) \\ 1.0 & (\bar{t}_b < \bar{t} < \bar{t}_d) \\ 2/3 - (1/3)[(\bar{t} - \bar{t}_d)/(\bar{t}_e - \bar{t}_d)] & (\bar{t}_d \leq \bar{t} \leq \bar{t}_e) \end{cases} \quad (9)$$

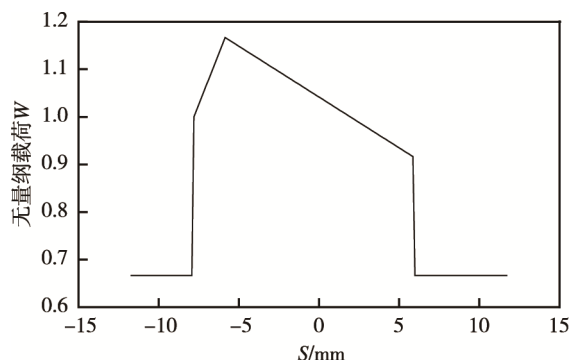


图 3 无量纲载荷沿啮合线变化

Fig.3 The dimensional loading along the meshing line

## 3 计算方法与结果分析

### 3.1 条件及相关参数

将齿轮齿条的传动模型简化成半径为  $R$  的圆柱与无限大平面之间的运动。啮合点上的载荷为沿啮合线方向的轮齿齿面法向载荷分量, 考虑单双齿啮合的影响, 无量纲载荷沿啮合线上变化如图 3 所示。进入啮合时为双齿啮合, 载荷相对较小, 前一齿脱离啮合时载荷突变到最大值, 齿轮齿条啮合处于单对轮齿啮合阶段, 最后载荷开始慢慢减小, 另一对轮齿开始参与啮合, 此时载荷突然减小, 齿轮齿条传动再次进入双齿啮合区。齿轮齿条传动过程中计算的相关参数如表 1 所示。

表 1 润滑相关参数一览表  
Tab.1 Parameters relevant with lubrication

Parameters	Value	Parameters	Value
Oil viscosity $\eta_0$ /(Pa·s)	0.075	Poisson ratio $\nu_{1,2}$	0.3
Viscosity-pressure coefficient $\alpha$ /Pa <sup>-1</sup>	$2.19 \times 10^{-8}$	Number of gear teeth $z_1$	40
Viscosity-temperature coefficient $\beta$ /K <sup>-1</sup>	0.042	Module $m$ /mm	2.5
Oil environmental density $\rho_0$ /(kg·m <sup>-3</sup> )	870	Rotate velocity of pinion $n_1$ /(r·min <sup>-1</sup> )	600
Specific heat $c$ /(J·kg <sup>-1</sup> ·K <sup>-1</sup> )	2000	Tooth width $B$ /mm	20
Heat conduction coefficient $k$ /(W·m <sup>-1</sup> ·K <sup>-1</sup> )	0.14	Gear pressure angle $\phi$ /(°)	20
Gears density $\rho_{1,2}$ /(kg·m <sup>-3</sup> )	7850	Transmitted power $P$ /kW	20
Gears specific heat $c_{1,2}$ /(J·kg <sup>-1</sup> ·K <sup>-1</sup> )	470	Addendum coefficient $h^*$	1.0
Gears heat conduction coefficient $k_{1,2}$ /(W·m <sup>-1</sup> ·K <sup>-1</sup> )	46	Teeth gap coefficient $c^*$	0.25
Young modulus $E_{1,2}/p_a$	$2.06 \times 10^{11}$	Environmental temperature $T_0$ /K	313

### 3.2 计算方法

流体定义为牛顿流体，压力求解采用多重网格法，弹性变形采用多重网格积分法。

压力的计算域为  $X_{in} \leq X \leq X_{out}$ ，计算中取  $X_{in}=-4.6$ ， $X_{out}=1.4$ ，采用 W 循环，利用多重网格法进行计算，划分网格共 6 层，每层节点数分别为 31、61、121、241、481、961。以赫兹压力为压力初值，压力分析在各层网格上均使用 Gauss-Seidel 低松弛迭代，压力的迭代方法包括压力的迭代过程和  $h_0$  的调整，且压力的迭代在每层网格上都要进行。啮入前一瞬时做稳态计算处理，从啮入点到啮出点沿实际啮合线将啮合过程划分 180 个瞬时，在每一瞬时的压力与载荷的相对误差小于  $10^{-3}$  时视为收敛。

### 3.3 结果分析与讨论

在相同传递功率与相同转速的条件下，比较齿轮齿条传动与齿轮传动的润滑情况，如图 4—7 所示。计算中心压力和中心膜厚沿啮合线变化如图 4—5 所示，可知齿轮齿条传动在刚开始啮入时中心压力出现波动，且中心膜厚较薄，这主要是因为在开始啮入时，综合曲率半径小，润滑状态差所致。在齿轮齿条传动过程中，综合曲率半径在一个啮合周期内沿啮合线逐渐变大，使润滑状况不断改善，因此，中心压力沿啮合线逐渐下降，中心膜厚逐渐上升。在主动轮齿数、模数以及转速、传递功率相同的情况下，与齿轮传动

相比，齿轮齿条传动在单齿啮合区域的中心压力的下降幅度较大，这主要是因为在齿轮传动过程中，单齿啮合区的载荷不变，而齿轮齿条传动载荷在双齿啮合变为单齿啮合的瞬时，载荷达到最大，之后单齿啮合区逐渐减小，使齿轮齿条的中心压力的下降幅度大于齿轮传动的。此外，无论齿轮传动还是齿轮齿条传动，在单双齿啮合区的中心压力都沿啮合线逐渐降低，中心膜厚不断变厚，产生这种现象的原因是综合曲率半径沿啮合线逐渐变大，润滑状况不断改善所致。在单齿啮合与双齿啮合转换时刻，中心压力与中心膜厚都出现一定程度的波动，这是因为双齿啮合变为单齿啮合和单齿啮合变为双齿啮合时载荷突变，致使润滑状况不稳定而出现压力和膜厚波动。

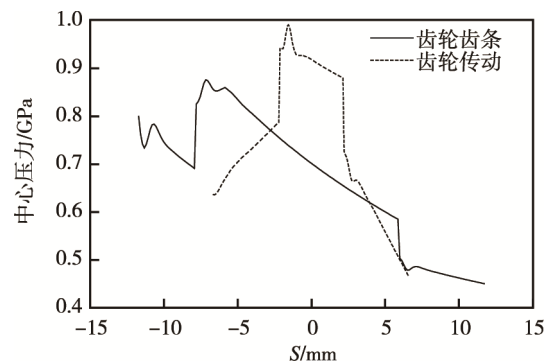


图 4 中心压力沿啮合线

Fig.4 Center pressure along the meshing line

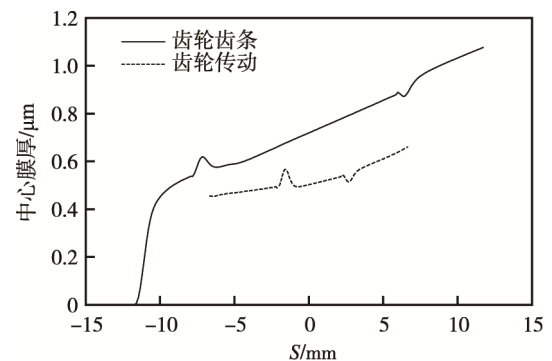


图 5 中心膜厚沿啮合线

Fig.5 Center film thickness along the meshing line

计算最小膜厚和最大压力沿啮合线变化如图 6—7 所示。在齿轮齿条传动中，最大压力沿啮合线出现一定程度的波动。导致波动产生的原因是：在整个啮合周期内，载荷沿啮合线不断变化，并且在单齿啮合与双齿啮合转换的瞬时，载荷出现突然增大或突然降低的情况。综合曲率半径沿啮合线不断增大，且与中心膜厚一样呈现逐渐上升的趋势。与齿轮传动相比，齿轮齿条传动的中心膜厚与最小膜厚都比齿轮传动的大，且齿轮传动的最小膜厚波动更明显，波动幅度更大。这主要是因为齿轮传动在啮合过程中，两运动表面的卷吸速度沿啮合线不断变化，而齿轮齿条传

动中的齿条直线运动的速度恒定, 无论标准安装压力角是否恒等于啮合角, 垂直于啮合线方向的速度不变, 因此卷吸速度变化小, 齿轮齿条传动过程中的最小膜厚与最大压力较齿轮传动更稳定。

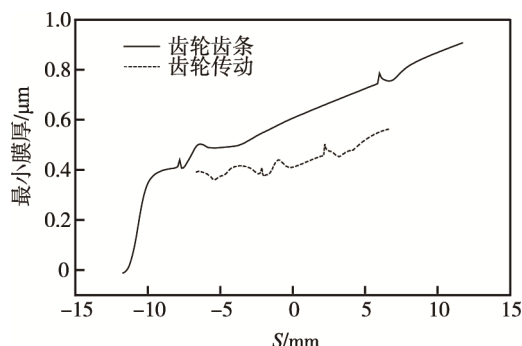


图 6 最小膜厚沿啮合线

Fig.6 Minimum film thickness along the meshing line

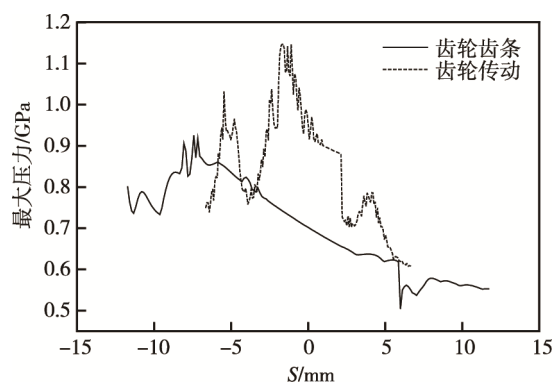


图 7 最大压力沿啮合线

Fig.7 Maximum pressure along the meshing line

计算齿轮齿条一个啮合周期上的啮入点、节点、啮出点的油膜压力与油膜厚度关系曲线如图 8—9 所示, 可以看出, 啮入点处的弹流现象不明显, 油膜压力最大且油膜厚度最薄, 节点次之, 啮出点处的油膜压力最小, 油膜厚度最厚。产生这种现象的原因是: 啮入点处的综合曲率半径最小, 润滑状态最差, 在齿轮齿条实际传动过程中, 节点处于单齿啮合区, 啮入点、啮出点处于双齿啮合区, 单齿啮合区的载荷明显

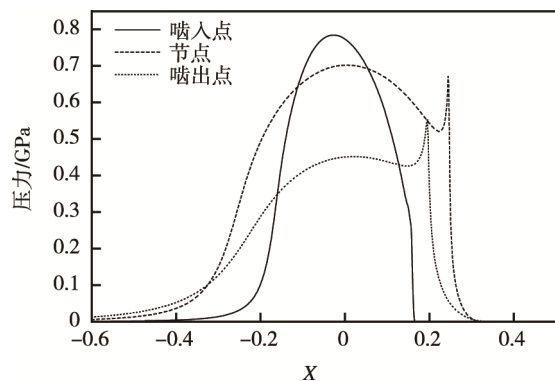


图 8 三个特殊点的压力曲线

Fig.8 Pressure curve of three special points

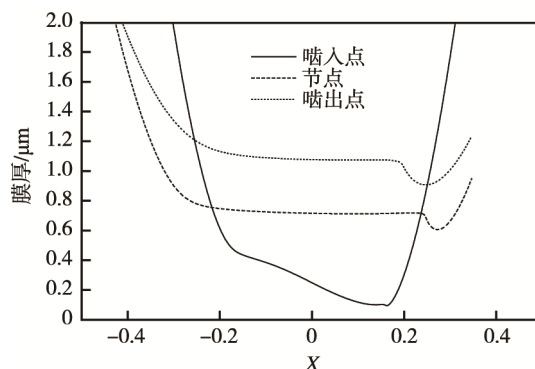


图 9 三个特殊点的膜厚曲线

Fig.9 Film thickness curve of three special points

大于双齿啮合区的载荷, 节点处的载荷明显大于啮入点和啮出点的载荷, 因此啮出点的润滑状况优于节点。所以, 啮入点为齿轮齿条啮合过程中的危险点, 齿轮齿条的瞬态弹流润滑分析比稳态解更符合工程实际。

计算齿轮齿条机构由双齿啮合变为单齿啮合前一瞬时、第一个瞬时与单齿啮合区载荷最高点的压力与膜厚比较如图 10—11 所示, 单齿啮合变为双齿啮合前一瞬时与第一个瞬时的膜厚与压力比较如图 12—13 所示。图中, 1 表示双齿啮合变为单齿啮合前一瞬时的点, 2 表示双齿啮合变为单齿啮合第一个瞬时, 3 表示单齿啮合区载荷最高点, 4 表示单齿啮合变为双齿啮合前一瞬时, 5 表示单齿啮合变为双齿啮合第一个瞬时。

由图 10—13 可以看出, 双齿啮合转变为单齿啮合导致压力升高, 单齿啮合转变为双齿啮合引起压力降低, 引起压力升高和降低都是因为单双齿交替过程中, 载荷突然升高和突然降低造成的。然而, 载荷突变对膜厚的影响较小, 这主要是因为, 在齿轮齿条啮合过程中, 载荷对膜厚的影响存在一定的滞后性, 且综合曲率半径沿啮合线逐渐增大, 可以在一定范围内补偿载荷变化对膜厚的影响。

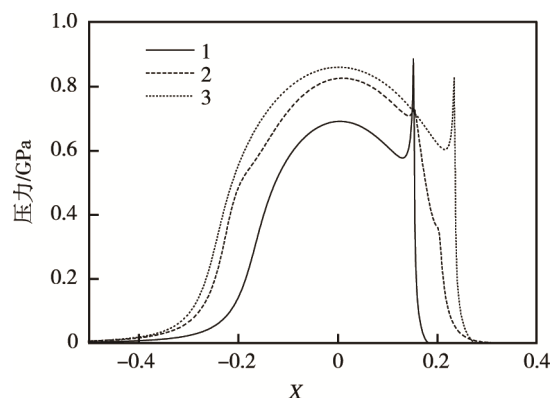


图 10 双齿啮合变单齿啮合前后压力曲线

Fig.10 The pressure curve before and after double teeth meshing changes to single tooth meshing



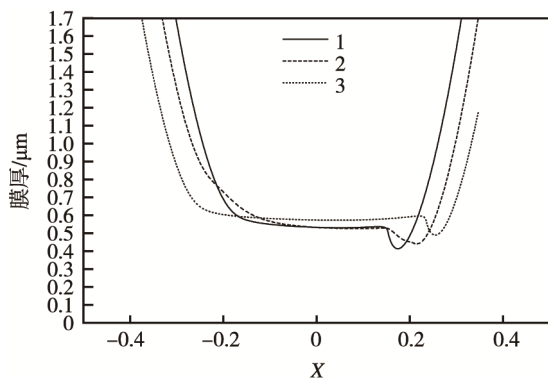


图 11 双齿啮合变单齿啮合前后膜厚曲线

Fig.11 The film thickness curve before and after double teeth meshing changes to single tooth meshing

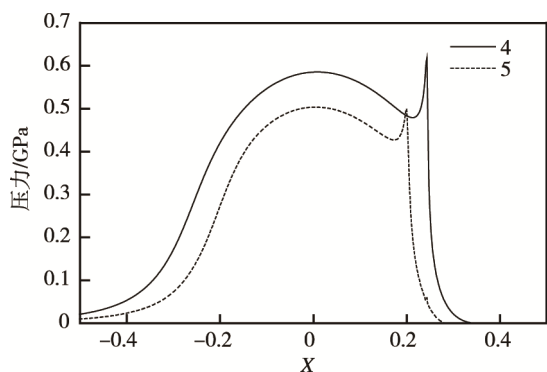


图 12 单齿啮合变双齿啮合前后压力曲线

Fig.12 The pressure curve before and after single tooth meshing changes to double teeth meshing

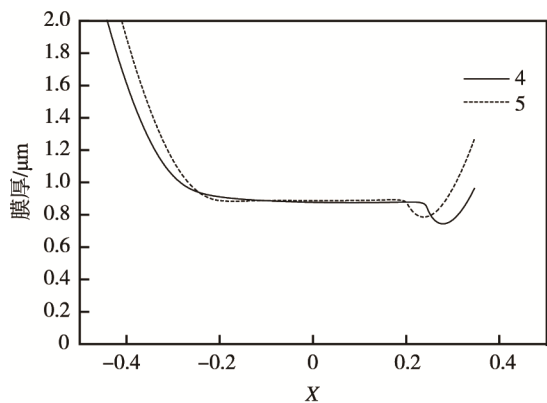


图 13 单齿啮合变双齿啮合前后膜厚曲线

Fig.13 The film thickness curve before and after single tooth meshing changes to double teeth meshing

## 4 结论

1) 齿轮齿条啮合过程中, 沿啮合线方向各瞬时油膜载荷、压力与油膜厚度都在不断变化, 对齿轮齿条机构的瞬态弹流润滑数值分析比稳态解更符合工程应用实际。

2) 由于齿轮齿条传动多应用于低速重载工况下, 齿轮齿条机构的润滑状态较差, 通过对齿轮齿条机构的瞬态弹流润滑进行数值分析, 能够指导工程实际,

获得机构啮合过程中的最优解, 从而得到实际啮合过程中的最佳润滑状态。

3) 啮合过程中, 载荷突变引起的压力突变应该通过提高轮齿强度、减小轮齿表面粗糙度等方式来防止轮齿表面疲劳破坏的产生。

4) 在齿轮齿条整个啮合过程中, 啮入点的膜厚最小, 因此啮入点为啮合过程中的危险点, 在进行齿轮齿条机构的润滑设计时, 应重点考虑。

## 参考文献:

- [1] 王优强, 陈舜青, 黄丙习, 等. 齿轮瞬态弹流润滑的多重网格数值分析[J]. 润滑与密封, 2004(2): 9—11.  
WANG Y Q, CHEN S Q, HUANG B X. Multilevel Technique for Transient EHL an Aalysis of Gear Transient[J]. Lubrication Engineering, 2004(2): 9—11.
- [2] 王优强, 衣雪鹃, 杨沛然. 渐开线直齿轮瞬态微观热弹流润滑分析[J]. 机械工程学报, 2007, 43(11): 142—148.  
WANG Y Q, YI X J, YANG P R. Transient Thermal Micro-elastohydrodynamic Lubrication Analysis of an Involute Spur Gear[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2007, 43(11): 142—148
- [3] 王文中, 操鸿, 胡纪滨. 渐开线斜齿轮非稳态弹流润滑数值模拟研究[J]. 摩擦学学报, 2011, 31(6): 604—609.  
WANG W Z, CAO H, HU J B. Numerical Simulation of Transient Elastohydrodynamic Lubrication of Helical Gears[J]. Tribology, 2011, 31(6): 604—609.
- [4] 贾小攀, 王文中, 赵自强, 等. 粗糙表面特征对渐开线斜齿轮瞬态弹流润滑影响的数值研究[J]. 摩擦学学报, 2013, 33(3): 1264—1269.  
JIA X P, WANG W Z, ZHAO Z Q. Numerical Study on the Effect of Surface Roughness Characteristics of Involute Helical Gear Transient Elastohydrodynamic Lubrication[J]. Tribology, 2013, 33(3): 1264—1269.
- [5] 黄兴保, 王优强. 微观形貌表征对直齿轮跑合弹流润滑的影响[J]. 润滑与密封, 2015, 40(5): 52—57.  
HUANG X B, WANG Y Q. Effect on Elastohydrodynamic Lubrication of Spur Gear Running in with Microstructure Characterization[J]. Lubrication Engineering, 2015, 40(5): 52—57.
- [6] 王优强, 刘冬伟, 李伟. 渐开线斜齿轮瞬态弹流润滑数值分析[J]. 润滑与密封, 2008(7): 20—24.  
WANG Y Q, LIU D W, LI W. Numerical Analysis of Instantaneous Elastohydrodynamic Lubrication for Helical Gear [J]. Lubrication Engineering, 2008(7): 20—24.
- [7] 杨沛然. 流体润滑数值分析[M]. 北京: 国防工业出版社, 1998.  
YANG P R. Numerical Analysis of Fluid Lubrication[M]. Beijing: National Defend Industry Press, 1998.
- [8] 温诗铸, 杨沛然. 弹性流体动力润滑[M]. 北京: 清华大学出版社, 1992.  
WENG S Z, YANG P R. Elastohydrodynamic Lubrication[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1992.
- [9] 王优强, 李洪民, 佟景伟. 齿轮传动的弹流润滑设计

- [J]. 煤矿机械, 2003(6): 3—5.  
WANG Y Q, LI H M, TONG J W. The EHL Design of Involute Spur Gear Transmission[J]. Coal Mine Machinery, 2003(6): 3—5.
- [10] 张兴权, 何广德, 郑如, 等. 齿轮齿条的接触应力研究[J]. 机械传动, 2011(7): 30—32.  
ZHANG X Q, HE G D, ZHENG R, et al. Contact Stress Analysis of Gear and Rack[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2011(7): 30—32.
- [11] 卢立新, 张和豪. 齿轮传动系统动载荷非稳态弹流润滑研究[J]. 润滑与密封, 2002, 27(1): 12—14.  
LU L X, ZHANG H H. Nonsteady Elastohydrodynamic Lubrication of Gear Transmission System under Dynamic Load [J]. Lubrication Engineering, 2002, 27(1): 12—14.
- [12] RIL M M. Correction Factor Formula to Predict the Central and Minimum Film Thickness for Shear Thinning Fluids in EHL[J]. Journal of Tribology, 2008, 130: 325—331.
- [13] LARSSON R. Transient Non-newtonian Elastohydrodynamic Lubrication Analysis of an Involute Spur Gear[J]. Wear, 1997, 207: 67—73.
- [14] 蔡莹. 变位齿轮传动热弹流润滑分析[J]. 南方冶金学院学报, 1998(1): 32—37.  
CAI Y. Analgsis and Research on the Thermal hydrodynamic Lubrication of Spur Profile Shifted Gear Transmission[J]. Journal of Southern Institute of Metallurgy, 1998 (1): 32—37.
- [15] CHRISTOPHERSON D G. A New Mathematical Method for the Solution of Film Lubrication Problems[J]. Archive Proceedings of the Institution of Mechacal Engineers, 1941, 146: 126—135.
- [16] MCEWEN E. The Effect of Variation of Viscosity with Pressure on the Load-carrying Capacity of the Oil Film Between Gear-Teeth[J]. J Inst Pet, 1952, 38(344/345): 646—672.
- [17] LIN Z G, MEDLEY J B. Transient Elastohydrodynamic Lubrication of Involute Spur Gears under Isothermal Conditions[J]. Wear, 1984, 95(2): 143—163.
- [18] 王优强, 卞荣. 连续波状粗糙度对直齿轮热弹流润滑的影响[J]. 机械工程学报, 2009, 45(8): 112—118.  
WANG Y Q, BIAN R. Influence of Surface Roughness Wave on Thermal Elastohydrodynamic Lubrication of Involute Spur Gears[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2009, 45(8): 112—118.