

运用塑性指数进行密封材料的摩擦学设计

董沫辰¹, 宫经珠², 吕晋军¹, 董光能³

(1.西北大学 化学与材料科学学院, 西安 221116; 2.西安应用光学研究所, 西安 100089;
3.西安交通大学 现代设计及转子-轴承系统教育部重点实验室, 西安 710049)

摘要: **目的** 摩擦副的选配是一个十分复杂的问题, 目前还没有一个通用的规范。机械端面密封材料副也是一个典型的摩擦副, 其选择与所要密封的介质有关, 密封材料副涉及高硬度材料(如硬质合金)及软质材料(如浸渍石墨、浸渍巴氏合金等)。材料选择范围大, 材料性能差异也大, 其内在本质并不清楚。旨在提出一种方法, 为摩擦副材料的选择与表面设计提供依据。**方法** 分析了 G-W 模型塑性指数的局限性, 考虑了摩擦副硬度的匹配性, 并以一对摩擦副系统的有效硬度代替 G-W 模型塑性指数中较软配副材料的硬度。同时采用因存在摩擦力导致真实接触面积增大的修正粘着理论对 G-W 模型塑性指数进行了修正, 以期能够适应摩擦等复杂接触工况, 并引入摩擦系数。**结果** 塑性指数的区分度增大, 反映了摩擦副的硬度匹配性, 同时体现了与磨损率的相关性。**结论** 对非超硬材料配副, 系统的塑性指数越大, 磨损率也越大。

关键词: 摩擦副; 机械密封; 塑性指数; 磨损率; 接触

中图分类号: TH117.1 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-3660(2017)04-0180-06

DOI: 10.16490/j.cnki.issn.1001-3660.2017.04.029

Tribology Design of Sealing Materials Using Plastic Index

DONG Mo-chen¹, GONG Jing-zhu², LYU Jin-jun¹, DONG Guang-neng³

(1.School of Chemistry & Materials Science, Northwest University, Xi'an 221116, China; 2.Xi'an Institute of Applied Optics, Xi'an 100089, China; 3.Key Laboratory of the Education Ministry for Modern Design and Rotor-Bearing System, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

ABSTRACT: Friction pair selection for sealing face is a complex issue and no general specification has been proposed yet. The pair of mechanical face sealing materials, as a typical friction pair, shall be selected based on sealed media. The pair of sealing materials involved high hardness materials (such as cemented carbides) and soft materials (such as impregnated graphite and Babbitt alloy). A wide range of materials was available, performance of materials varied a lot and intrinsic nature was not understood. The paper aims to propose a method and provide basis for selection and surface design of friction pair materials. Limitations of plastic index from G-W model were analyzed. Hardness matching of friction pair was considered, system hardness of a friction pair was used to substitute hardness of softer material in the plastic index from G-W model. Meanwhile, modified adhesive theory (in which real contact area could be increased by friction force) was applied to modify the plastic index from G-W model, so as to adapt to complex contact conditions such as friction and introduce friction coefficient. The modified plastic index can be discriminated easily, and it can reflect the hardness matching of friction pair and correlation with wear rate. Generally, non-superhard materials with high plastic index are of higher wear rate; and the high plastic index is in direct proportion to

收稿日期: 2016-09-17; 修订日期: 2016-12-23

Received: 2016-09-17; Revised: 2016-12-23

作者简介: 董沫辰(1994—), 女, 研究方向为材料化学。

Biography: DONG Mo-chen(1994—), Female, Research focus: materials chemistry.

通讯作者: 董光能(1965—), 男, 博士, 教授, 研究方向为摩擦学材料。

Corresponding author: DONG Guang-neng(1965—), Male, Doctor, Professor, Research focus: tribo-materials.

high wear rate.

KEY WORDS: friction pair; mechanical seal; plastic index; wear rate; contact

机械密封的泄漏大约有 80%~95%是由于密封端面摩擦副造成的^[1]。当密封流体介质中无硬质颗粒时,摩擦副的动环和静环可选用一硬一软材料配对使用,如石墨/硬质合金或石墨/合金钢等。当密封流体介质中含有硬质颗粒时,如含粉尘的气体、含结晶体的反应釜中介质,必须选用硬对硬材料配对使用,如硬质合金/硬质合金,因为这时考虑的主要是摩擦副的抗磨粒磨损性能^[2]。

决定密封端面材料组合的主要因素是:密封介质的性质(沸点、温度、黏度、腐蚀性、含固体颗粒等)、流体压力、端面平均周速和 pV 值及端面的摩擦系数。如何在设计阶段引入摩擦学约束,确保密封的可靠性,似乎还带有很强的经验性,这种情况增加了密封副表面与其结构设计的难度。密封其实是个接触摩擦问题,磨损与塑性变形有关,而塑性指数反映了一对配副发生接触的状态,即弹性、塑性或弹塑性接触。本文试图从塑性指数角度为密封表面选材、制造提供依据。

1 塑性指数及其局限性

Greenwood 和 Williamson^[3]把两个粗糙表面(E_1 、 R_1 、 E_2 、 R_2)接触的问题,简化成一个具有 E^* 和 R^* 的粗糙表面与一个光滑刚性表面相接触的问题,创造性地提出采用塑性指数来表征接触状态,如公式(1):

$$\psi = \left(\frac{E^*}{H} \right) \left(\frac{\sigma^*}{R^*} \right)^{1/2} \quad (1)$$

式中: σ^* 为系统表面粗糙度,即平均均方根偏差 $\sigma^* = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$; E^* 为系统弹性模量,有 $1/E^* = (1 - \nu_1^2)/E_1 + (1 - \nu_2^2)/E_2$, 其中 ν 为泊松比; R^* 为系统曲率半径,有 $1/R^* = 1/R_1 + 1/R_2$; H 通常取两表面中较软者的压入硬度,与其屈服应力 σ_{xy} 有关,通常近似地取 $H \approx \sigma_{xy}$ 。

当 $\psi < 0.6$ 时,无论施加多大的载荷,总是弹性接触; $\psi > 1$ 时,无论施加多小的载荷,总是塑性接触; $0.6 < \psi < 1$ 时,既有弹性接触,又有塑性接触。1972 年 Akin^[4]修改了塑性指数的上下限,认为 $\psi < 0.6$ 时,两接触物体处于弹性接触状态; $0.6 < \psi < 10$ 时,既有弹性接触,也有塑性接触; $\psi > 10$ 时,塑性接触。吴承伟和郑林庆^[5]研究发现,之所以出现不同塑性指数的临界值是因为表面微凸体的接触性能不同,表面变形性能与比值 k (横向曲率半径和纵向曲率半径的比值)有关。当 $k=1$ 时, ψ 的临界值为 1。这是因为 Greenwood

和 Williamson 在定义塑性指数时假定接触面为球形,它是 $k=1$ 时的一种特殊情况,实际中,大多数接触面为椭圆形。Greenwood 和 Tripp^[6]把两个粗糙表面的接触等价成一个光滑刚性平面和一个具有系统弹性模量、系统曲率半径、表面粗糙度的粗糙表面。Hutchings^[7]研究表明,对于金属接触面, ψ 的范围通常在 0.1~100 之间,只有极光滑的表面,微凸体的接触才有可能处于弹塑性之间。在工程实际中,接触多处于金属表面间,因此多数微凸体处于塑性接触状态。

塑性指数公式(1)中所包含的 E^*/H 项和 σ^*/R^* 项分别反映了材料的机械性能以及材料表面的几何特征。利用塑性指数可判定一对接触副是处于弹性接触状态,还是处于塑性接触状态,可以通过改变这些参数来人工构造表面,从而进行摩擦学设计。

1.1 G-W 模型塑性指数的局限性

G-W 模型的塑性指数概念是在 Hertz 接触^[8]的基础上提出的,是静态地考虑问题。G-W 模型中只考虑配副两表面中较软者的压入硬度,即较软者对系统性能的影响大。这个思想对摩擦学的发展产生了深远的影响,后来的 Archard 磨损公式也取决于较软者的压入硬度^[9]。在实际工作中,磨损并非发生在较软的摩擦副一方,较硬的配副也会磨损,所以(1)式中的硬度需要修正,要考虑一对摩擦副的硬度。马江波等^[10]认为配副的硬度差由 4HRC 提高到 8HRC,软面磨损率降低 30%,硬面则降低 6%。王黎钦等认为^[11]在高速轴承、高速密封和高速滚动导轨等摩擦面上出现一类特殊的磨损现象——硬度相差较大的两摩擦面配副容易产生剧烈磨损,而且较硬的摩擦件表面磨损远远超过较软的摩擦偶件表面。这些实例表明,G-W 模型仅考虑较软配副的硬度是不够的,具有明显的局限性。

把(1)式中的硬度 H 记为 H^* ,称为系统的有效硬度。考虑到一对摩擦副材料的综合作用^[12],材料的硬度为 $\sigma_{xy} < H < 2.8\sigma_{xy}$,当配副表面的曲率半径差别较大时,建议有效硬度为:

$$\frac{1}{H^*} = \left(\frac{1}{H_{SR}} + \frac{2}{H_{LR}} \right) \quad (2)$$

式中: H_{SR} 为较小曲率半径表面的硬度; H_{LR} 为较大曲率半径表面的硬度。当两材料的表面曲率半径相似时,有效硬度为:

$$\frac{1}{H^*} = \left(\frac{2}{H_{SR}} + \frac{2}{H_{LR}} \right) \quad (3)$$

G-W 模型没有考虑摩擦时摩擦力的粘着部分和变形部分的相互作用而引起塑性指数的变化。由于存在切向力, 实际接触面积和接触点的变形都取决于法向载荷产生的压应力 σ 和摩擦产生的切应力 τ 的联合作用, 出现了摩擦过程中因切向力导致结点长大的现象。

1.2 塑性指数的修正

根据 Bowden 和 Tabor 的修正粘着理论^[13], 在切向力的作用下, 材料发生屈服是法向力 W 和切向力 F 共同作用的结果, 按照应力合成, 则有:

$$\sigma_n^2 + \alpha\tau^2 = \sigma_k^2 \quad \text{即} \quad \left(\frac{W}{A_{rp}}\right)^2 + \alpha\left(\frac{F}{A_{rp}}\right)^2 = \sigma_k^2 \quad (4)$$

式中: σ_n 为法向应力; σ_k 为复合应力; A_{rp} 为真实接触面积。当 $\tau=0$ 时, 为无滑动的静接触状态, 则切向力应为零。粘着结点的最大应力为材料的屈服极限 σ_{xy} , $\sigma_k = \sigma_{xy}$, 则:

$$\left(\frac{W}{A_{rp}}\right)^2 + \alpha\left(\frac{F}{A_{rp}}\right)^2 = \sigma_{xy}^2 \quad (5)$$

单个微凸体接触时, 最大应力为 σ_{\max} , 代入式(5)得:

$$\left(\frac{W}{A_{rp}}\right)^2 + \alpha\left(\frac{F}{A_{rp}}\right)^2 = \sigma_{\max}^2 \quad (6)$$

又 $F = \mu W$, 得法向应力 σ_n :

$$\sigma_n = \frac{\sigma_{\max}}{\sqrt{1 + \alpha\mu^2}} \quad (7)$$

其对应的法向接近量 δ ^[3]:

$$\delta = \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \frac{\sigma_{\max}^2 R}{1 + \alpha\mu^2 E^2} \quad (8)$$

对式(8)进行整理, 考虑一对摩擦副, 代入系统弹性模量 E^* 和系统曲率半径 R^* , 并在两边同乘系统表面粗糙度 σ^* 进行无量纲化得到:

$$\frac{\sigma^*}{\delta} = \left(\frac{2}{\pi}\right)^2 (1 + \alpha\mu^2) \frac{E^{*2}}{\sigma_{\max}^2} \cdot \frac{\sigma^*}{R^*} \quad (9)$$

对式(9)开方, 并用系统的有效硬度 H^* 近似代替 σ_{\max} , 并考虑一定的裕度, 得修正后的塑性指数为 φ :

$$\varphi = (1 + \alpha\mu^2)^{1/2} \left(\frac{E^*}{H^*}\right) \left(\frac{\sigma^*}{R^*}\right)^{1/2} = (1 + \alpha\mu^2)^{1/2} \psi \quad (10)$$

式中: H^* 为系统的有效硬度, 由式(2)或式(3)定义; μ 为摩擦系数。对大多数材料 $\sigma_{xy} = 5\tau_b$, 所以 $\alpha \approx 25$ 。实际工作中通常为 $\alpha < 25$ 。实际上, α 的精确值对结点增长的影响不大。当 $\mu=0$ 时, 即两接触面之间没有滑动时, 回到 G-W 模型定义的塑性指数

$$\varphi = \psi = \left(\frac{E^*}{H^*}\right) \left(\frac{\sigma^*}{R^*}\right)^{1/2}。$$

由此可见, 修正后的塑性指数不仅反应了材料的机械性能和材料的表面特征, 还反应了摩擦过程中切向力——摩擦系数的影响, 可以用来表征润滑对摩擦磨损的

影响。另外, 这不仅可以用来判断无相对滑动的静接触状态, 也可以判断有滑动存在下的动接触状态。

2 试验

根据具体机械端面的密封工况选用硬/软摩擦副——硬质合金/石墨为密封材料。密封摩擦副采用:

(1) 硬 (GCr15) 对软 (石墨) 配对使用; (2) 硬对硬材料 (YG-6A/YG15) 配对使用。各材料的机械性能及表面参数如表 1 所示。试验前, 对密封材料的端面进行研磨抛光。

表 1 材料的机械性能及表面参数

Tab.1 Mechanical properties and surface parameters of materials

Seal material	Young's module E/GPa	Hardness (HB)/ MPa	Surface roughness $Ra/\mu\text{m}$
Graphite B1	2.67	63.6	0.1
Graphite M2	3.40	81.0	0.1
Bearing steel GCr15	210	6180	0.1
Cemented carbide YG-6A	600	13800	0.6
Cemented carbide YG15	570	10600	0.2

2.1 参数测量

运用修正后的塑性指数设计系统的摩擦学行为。根据公式(10)有:

$$\varphi = \left(\frac{E^*}{H^*}\right) \left[\frac{\sigma^* (1 + \alpha\mu^2)}{R^*}\right]^{1/2} \quad (11)$$

其中的未知参数测量方法如下:

1) 表面参数的测量。用 AMBION-XP PROFILER 型原子力显微镜测试销和盘试样磨损前后的表面。探针直径为 $1.0 \mu\text{m}$, 在每个试样的表面, 分别随机选取 $2 \text{ mm} \times 2 \text{ mm}$ 测量范围, 对于较小试样选取 $1 \text{ mm} \times 1 \text{ mm}$ 测量范围。试验测得表面微凸体高度分布的标准偏差、表面粗糙度并得到形貌图, 用三点法计算峰顶平均曲率半径^[14]。

2) 弹性模量的测量。每种材料取 3 个试样在 WDW-1000 型微机控制电子万能试验机上做压缩试验, 加载速度设为 2 mm/min , 绘制出应力-应变曲线如图 1 所示。曲线弹性变形阶段的直线斜率即为弹性模量 E 的值。取 3 个试样的平均值作为该材料的弹性模量值。

3) 布氏硬度的测量。试验所用石墨销端面较小, 且由于石墨对光不敏感, 无法得到清晰的压痕, 所以不能直接测得其硬度值。由于布氏硬度 HB 和弹性模量之间存在一个对应关系^[15] (见(12)式), 由 E 即可近似求得布氏硬度。

$$E \approx 0.42 \times 10^2 \text{ HB} \quad (12)$$

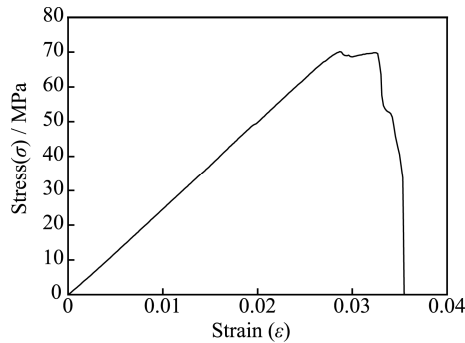


图 1 石墨 B1 试件的应力应变曲线
Fig.1 Stress-strain curve of Graphite B1 sample

2.2 摩擦磨损试验

摩擦磨损在自制销盘式试验机上进行。根据式（1），为了减少塑性接触，所有试样均抛光处理，即减小粗糙度 σ ，同时增大微凸体顶端半径 R ，使之“钝化”，并使表面轮廓平坦。

根据 Archard 磨损公式，加载载荷应小于配副中较软材料的布氏硬度的 1/3，即应使初始接触为弹性接触。选取转速为 200~400 r/min，这样可以减小摩擦热导致的温升对摩擦的影响。

摩擦系数由试验机上的力传感器测得的摩擦力与载荷之比得到。磨损率是指稳定磨损阶段单位滑动距离单位载荷时的磨损量（体积磨损量或质量磨损量）。为便于比较，本文使用体积磨损率，单位为 $\text{mm}^3/(\text{N}\cdot\text{m})$ 。试样在磨合期结束后，进入稳定磨损期，运行 500~1000 m。对耐磨性好的硬质合金，短期内其磨痕浅，难以清晰观察，则可延长运行距离至 2000 m，以使磨损量增大到可测量的程度。磨损试验结束后，用无水乙醇棉球擦拭试样并干燥保存。采用 TR-200 轮廓仪（时代公司）测出磨痕形貌，记录轮廓曲线，计算体积磨损率（图 2）。

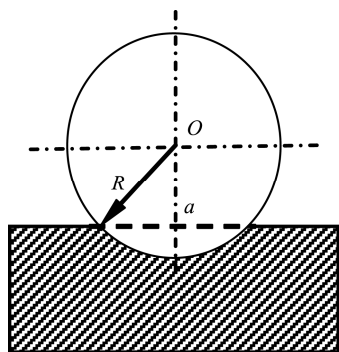


图 2 由磨痕计算磨损体积示意
Fig.2 Schematic of wear volume calculation

磨损体积 V 为：

$$V = l(R^2 \arcsin \frac{a}{2R} - \frac{a\sqrt{4R^2 - a^2}}{4})$$
 (13)

式中： V 为磨损体积， mm^3 ； R 为球半径， mm ；

a 为磨痕宽度， mm ； W 为载荷， N ； l 为磨痕圆周长， m 。

体积磨损率为：

$$k = \frac{l(R^2 \arcsin \frac{a}{2R} - \frac{a\sqrt{4R^2 - a^2}}{4})}{Ws}$$
 (14)

式中： k 为体积磨损率， $\text{mm}^3/(\text{N}\cdot\text{m})$ ； W 为载荷， N ； s 为磨程， m 。

针对不同的摩擦副材料分别选取如表 2 所示的试验条件。

表 2 摩擦配副材料的干摩擦试验条件
Tab.2 Dry friction conditions of materials

Seal material	Rotary speed $n/(\text{r}\cdot\text{min}^{-1})$	Load P/MPa	Duration time/min
B1/GCr15	300	4.50	50
M2/YG15	350	2.50	90
YG-6A/YG15	350	1.80	30

3 结果与讨论

软材料和较硬材料配副上试样为石墨 B1 销，下试样为 GCr15 盘；软材料和硬材料配副上试样为石墨 M2 销，下试样为硬质合金 YG15 盘；硬材料和硬材料配副上试样为硬质合金 YG-6A 销，下试样为硬质合金 YG15 盘。试验前后用原子力显微镜测试各试样端面的外形轮廓及表面参数。摩擦磨损试验前后，系统的机械性能、表面参数及塑性指数如表 3—5 所示。因软/较硬配副的表面曲率半径相近，表 3 中的 H^* 采用式（3）计算，因软/硬、硬/硬配副的表面曲率半径相差较大，表 4、表 5 中的 H^* 采用式（2）计算。

表 3 软/较硬配副磨损前后系统的机械性能、表面形貌参数及塑性指数

Tab.3 Mechanical properties, surface parameters and plastic index of tribo-system

B1/GCr15	E^*/GPa	H^*/MPa	$\sigma^*/\mu\text{m}$	$R^*/\mu\text{m}$	μ	φ
Original	5.69	31.67	0.99	163.64	14.01	
Worn surface	5.69	31.67	0.70	158.33	0.21	17.34

表 4 软/硬配副磨损前后系统的机械性能、表面形貌参数及塑性指数

Tab.4 Mechanical properties, surface parameters and plastic index of tribo-system

M2/YG15	E^*/GPa	H^*/MPa	$\sigma^*/\mu\text{m}$	$R^*/\mu\text{m}$	μ	φ
Original	7.29	40.34	0.28	393.75	4.80	
Worn surface	7.29	40.34	0.23	455.48	0.24	6.35

表 5 硬/硬配副磨损前后系统的机械性能、表面形貌参数及塑性指数

Tab.5 Mechanical properties, surface parameters and plastic index of tribo-system

YG-6A/YG15	E^*/GPa	H^*/MPa	$\sigma^*/\mu\text{m}$	$R^*/\mu\text{m}$	μ	φ
Original	620.35	3829.3	0.73	149.44		11.32
Worn surface	620.35	3829.3	0.64	174.52	0.59	30.56

上述所设计的各种配副情况下磨损前后的塑性指数、摩擦系数和磨损率如表 6 所示。

摩擦磨损后, G-W 模型的塑性指数和修正的塑

性指数与磨损率的变化关系分别如图 3 和图 4 所示。

由表 6、图 3 和图 4 可知, 总的趋势是, 磨损后修正的塑性指数大于磨损前的, 也大于不考虑摩擦系数影响的 G-W 模型的塑性指数。这说明摩擦系数对塑性指数的影响较大, 只要有动摩擦存在, 就会产生塑性接触, 就有磨损的可能, 修正后的塑性指数可以用来反映摩擦磨损过程中润滑对摩擦磨损的影响。从图 3 和图 4 可以看出, 塑性指数越大, 磨损率越大。因此要使磨损率减小, 可以采取能够减小塑性指数的有效措施。

表 6 磨损前后塑性指数及磨损率
Tab.6 Plastic index and wear rate of tribo-system

Seal material	Plastic index			Wear rate of pin/(mm ³ ·N ⁻¹ ·m ⁻¹)
	Modified φ_1 for original surface	Modified φ_2 for worn surface	φ_3 (G-W model for worn surface)	
B1/GCr15	14.01	17.34	3.65	6.98×10^{-2}
M2/YG15	4.80	6.35	1.03	2.20×10^{-2}
YG-6A/YG15	11.32	30.56	3.54	4.30×10^{-2}

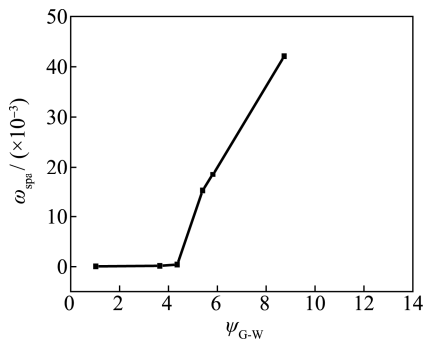


图 3 磨损后 G-W 模型的塑性指数
Fig.3 Plastic index from G-W model

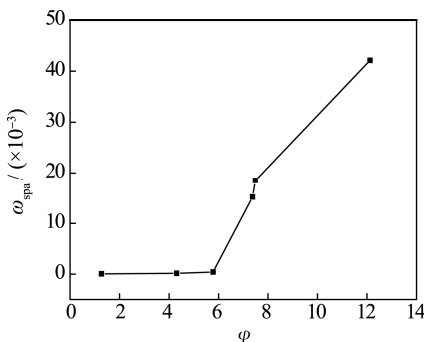


图 4 磨损后修正的塑性指数
Fig.4 Modified plastic index for worn surface

比较石墨 M2 和 YG-6A 与 YG15 配副的情况, 磨损前后, 前者的塑性指数比后者大得多。摩擦系数大, 磨损率也较大, 但并非按比例地增大, 而且在试验过程中, YG-6A 与 YG15 配副时出现很大的噪音和振动。这是因为 YG-6A 与 YG15 属于超硬材料配副, 是金属面之间的接触, 能够发生粘着, 但粘着层薄,

其磨损率未必就很高。可见, 石墨 M2 与 YG15 配副的性能比 YG-6A 与 YG15 配副的更佳。

4 结论

修正后的塑性指数可以用来反映摩擦对磨损的影响, 从减小塑性指数来达到减小磨损的目的。减小塑性指数的措施有: 1) 通过选材来减小 E^* 和增大 H^* 值; 2) 采用不同的加工方法减小系统表面微凸体高度分布的标准偏差 σ^* , 增大系统微凸体曲率半径; 3) 采用润滑技术减小摩擦系数。这些工作可以通过修改塑性指数中的参数来减小磨损, 从而指导系统的摩擦学设计。

参考文献:

- [1] 顾永泉. 流体动密封(上)[M]. 北京: 中国石化出版社, 1992: 173.
GU Yong-quan. Fluid Dynamic Seal (I)[M]. Beijing: China Petrochemical Press Co., Ltd, 1992: 173.
- [2] 翟更太, 宋永忠, 宋进仁, 等. 碳/陶复合密封材料的研究[J]. 宇航材料工艺, 2001(6): 17—19.
ZHAI Geng-tai, SONG Yong-zhong, SONG Jin-ren, et al. Research on Carbon/Ceramic Sealing Composites[J]. Aerospace Materials & Technology, 2001(6): 17—19.
- [3] GREENWOOD J A, WILLIAMSON J B P. Contact of Nominally Flat Surfaces[J]. Proc Roy Soc A, 1966, 295: 300—319.
- [4] AKIN L S. An Interdisciplinary Lubrication Theory for Gears[J]. Journal of Manufacturing Science & Engineering, 1973, 95(4): 8—12.

- [5] WU Cheng-wei, ZHENG Lin-qing. A General Expression for Plasticity Index [J]. *Wear*, 1988, 121: 161—172.
- [6] GREENWOOD J A, TRIPP J H. The Contact of Two Nominally Flat Rough Surfaces[J]. *Proc Inst Mech Eng*, 1970, 185: 625—633.
- [7] HUTCHINGS I M. *Tribology: Friction and Wear of Engineering Materials*[M]. Boca Raton: CRC Press, 1992: 14—20.
- [8] 徐芝纶. 弹性力学(上)[M]. 第四版. 北京: 高等教育出版社, 2006: 228—231.
XU Zhi-lun. *Theory of Elasticity(I)*[M]. 4th Edition. Beijing: Higher Education Press, 2006: 228—231.
- [9] ARCHARD J F. Contact and Rubbing of Flat Surfaces[J]. *J Appl Phys*, 1953, 24(8): 981—988.
- [10] 马江波, 孙红. 摩擦副的硬度差对磨损寿命影响的研究[J]. 辽宁省交通高等专科学校学报, 2001, 3(1): 6—8.
MA Jiang-bo, SUN Hong. The Research into the Hardness' Difference of Material Pair Affecting the Wearing [J]. *Jouranal of Liaoning Provincial College of Communications*, 2001, 3(1): 6—8.
- [11] 王黎钦, 李秀娟, 古乐, 等. 一类极苛刻条件下的异常磨损现象——“软磨硬” [C]// 第七届全国摩擦学大会论文集(二). 福州: [出版者不详], 2002: 246—249.
WANG Li-qin, LI Xiu-juan, GU Le, et al. “Soft Wear Hard”—An Abnormal Wear Phenomenon under a Kind of Extreme Conditions[C]// *Proceedings of the 7th National Tribology Congress(II)*. Fuzhou: [s.n.], 2002: 246—249.
- [12] BRAKE M R. An Analytical Elastic-perfectly Plastic Contact Model[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2012, 49: 3129—3141.
- [13] 温诗铸, 黄平. 摩擦学原理[M]. 第 3 版. 北京: 清华大学出版社, 2008: 230—231.
WEN Shi-zhu, HUANG Ping. *Principles of Tribology* [M]. Third Edition. Beijing: Tsinghua University Press, 2008: 230—231.
- [14] 同济大学. 高等数学(上) [M]. 第 4 版. 北京: 高等教育出版社, 1996: 211.
Tongji University. *Advanced Mathematics (I)*[M]. 4th Edition. Beijing: Higher Education Press, 1996: 211.
- [15] LIU Jia-jun, ZHANG Xian-hua, ZHU Bao-ling. The Effect of a Soft Metallic Plated Layer on the Tribological Behavior of Steels under Boundary Lubrication[J]. *Tribo Trans*, 1991, 34(1): 17—22.