

# 温度对超声清洗中空化泡动力学特性的影响

庞昊斐, 祝锡晶, 王璟, 袁志伟

(中北大学 机械与动力工程学院, 太原 030051)

**摘要:** 目的 为了更合理地利用超声清洗中的空化效应。方法 以清洗区单空化泡为研究对象, 基于能量守恒原理, 建立了空化泡的动力学模型。数值模拟了环境温度、声压幅值、超声频率和超声振幅对清洗区空化泡动力学特性的影响。结果 当温度从 0 °C 升高到 80 °C 时, 空化泡溃灭时间由 579.36  $\mu\text{s}$  缩短到 181.43  $\mu\text{s}$ 。高温下空化泡的膨胀速度更快, 50 °C 时空化泡的最大膨胀幅值为 51.27, 此时空化强度最大。随着声压幅值的增大, 空化泡的运动由近似于稳态空化的多周期振荡转变为只经过一次膨胀压缩后溃灭, 最大膨胀幅值也由此先减小, 后近似于线性增大, 溃灭时间先变短, 后稳定在 150  $\mu\text{s}$  左右。随着频率的增大, 空化泡的最大膨胀幅值变小, 溃灭时间变长, 振幅的扰动作用对空化泡半径变化和溃灭时间的影响很小。结论 不同温度下空化泡的动力学特性相似, 声压幅值的增大和超声频率的降低均有助于提升空化效应, 换能器的振动对邻近液体中空化泡的扰动作用可忽略。

**关键词:** 超声清洗; 温度; 空化泡; 动力学; 数值模拟; 膨胀幅值; 溃灭时间

**中图分类号:** TB559 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-3660(2016)08-0150-06

**DOI:** 10.16490/j.cnki.issn.1001-3660.2016.08.025

## Effect of Temperature on the Dynamics of Cavitation Bubble on Ultrasonic Cleaning

PANG Hao-fei, ZHU Xi-jing, WANG Jing, YUAN Zhi-wei

(School of Mechanics and Power Engineering, North University of China, Taiyuan 030051, China)

**ABSTRACT:** **Objective** To make better use of the cavitation effect of ultrasonic cleaning. **Methods** The dynamic model of cavitation bubble in cleaning area was established on the basis of energy conservation principle. The effects of temperature, acoustic amplitude, ultrasound frequency and ultrasonic amplitude on cavitation bubble dynamics in the cleaning area were simulated numerically. **Results** The collapse time of cavitation bubble reduced from 579.36  $\mu\text{s}$  to 181.43  $\mu\text{s}$  when the temperature rose from 0 °C to 80 °C. The expansion rate of cavitation bubble was fast at high temperature and the cavitation intensity reached the maximum at 50 °C, of which the maximum of expansion amplitude of cavitation bubble reached 51.27. With the increase of acoustic amplitude, the motion of cavitation bubble changed from multi period oscillation like steady cavitation to only one expansion compression phase. And the maximum of expansion amplitude decreased first and then increased linearly. Besides, the collapse time shortened first and subsequently became stable at about 150  $\mu\text{s}$ . With the increase of ultrasound frequency,

收稿日期: 2016-05-10; 修订日期: 2016-06-04

Received: 2016-05-10; Revised: 2016-06-04

基金项目: 国家自然科学基金 (51275490, 50975265)

Fund: Supported by the National Natural Science Foundation of China (51275490, 50975265)

作者简介: 庞昊斐 (1990—), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为超声加工、超声清洗。

Biography: PANG Hao-fei (1990—), Male, Master graduate student, Research focus: ultrasonic machining, ultrasonic cleaning.

通讯作者: 祝锡晶 (1969—), 男, 博士, 教授, 主要研究方向为精密与特种加工等。

Corresponding author: ZHU Xi-jing (1969—), Male, Doctor, Professor, Research focus: precision and special processing.

cy, the maximum of amplitude expansion decreased, and the collapse time shortened. The disturbance of amplitude had little influence on the cavitation bubble radius and the collapse time. **Conclusion** The dynamic characteristics of cavitation bubble motion are similar at different temperatures. A better cavitation effect can be acquired when choosing higher acoustic amplitude and lower ultrasound frequency. Vibration of transducer has negligible effect on the cavitation bubble in nearby liquid.

**KEY WORDS:** ultrasonic cleaning; temperature; cavitation bubble; dynamics; numerical simulation; expansion amplitude; collapse time

超声清洗是最早将功率超声应用在工业领域的一项技术, 由于其具有低成本和高效能的特点, 现已广泛应用于半导体工业<sup>[1]</sup>、纺织清洗<sup>[2]</sup>、食品加工<sup>[3]</sup>、医疗器械<sup>[4]</sup>等行业。超声清洗利用超声空化的破坏作用和使流体边界层厚度减小<sup>[5]</sup>等特性, 将物体表面的污物层剥离, 以达到清洗的目的。所谓超声空化, 是指当作用在液体介质中的超声波局部声强高于空化阈值时引起的一种强声现象<sup>[6-7]</sup>, 往往伴随着空化泡的非线性振动、瞬时高温高压以及空化泡溃灭时释放的冲击波和微射流等效应<sup>[8-9]</sup>。

在超声清洗中, 为了提高空化效应, 保证清洗效果和效率, 需要针对不同的清洗环境选择合适的参数。探讨超声空化机理和空化泡的运动规律是进一步研究空化效应的基础。Rayleigh 于 1917 年建立了首个不可压缩流体中单个球形空化泡的动力学模型, 得到经典的 Rayleigh-Plesset 方程<sup>[10]</sup>。随后, 众多学者针对不同的空化环境对 Rayleigh 方程进行了修正。Lind S J 等<sup>[11]</sup>为研究非球形空化泡的运动特性, 建立了粘弹性流体中的空化泡模型。Brujan E A<sup>[12]</sup>利用简化非线性奇摄动的方法建立了可压缩流体中空化泡的动力学方程。吴强等<sup>[13]</sup>基于 Keller-Miksis 方程, 研究了水下压力对声空化释放能量和溃灭功率的影响。

目前, 在涉及温度对空化效应影响的超声清洗研究文献中, 都是在假定声压、频率等因素不变的情况下进行讨论。为了进一步探究环境温度与其他参数之间的相互关系, 本文从空化泡动力学的角度进行讨论, 建立清洗区空化泡的动力学模型, 采用数值模拟的方法对影响空化泡动力学特性的重要参数进行分析。

## 1 理论模型

### 1.1 超声清洗区单空化泡的动力学模型

超声清洗过程实际上是空化云或空化泡群作

用的结果, 与理论上的单泡空化相比, 泡群中空化泡运动变化的周期性下降<sup>[14]</sup>, 但空化泡的运动模式都为反复膨胀压缩的周期性振荡, 单泡与泡群运动特性的差异不大。为简化模型, 以单空化泡为研究对象进行建模和计算。

本文对空化泡假设如下: 气泡在径向和旋转运动中始终保持球形; 忽略气泡自身质量; 气泡内气体近似为理想气体; 假设泡内蒸气压在空化周期内始终保持恒定; 液体不可压缩; 考虑液体的粘滞性和表面张力; 气泡和液体无质量交换及热交换。那么, 空化泡运动过程能量守恒, 合外声压  $p$  对气泡所做的功最终转化为气泡的动能, 得到:

$$2\pi R^3 \rho \dot{R}^2 = - \int_{R_0}^R p \cdot 4\pi R dR \quad (1)$$

式中:  $R$  为空化泡的瞬时半径;  $\dot{R}$  为空化泡泡壁运动的速度;  $\rho$  为液体密度;  $R_0$  为空化泡的初始半径。  $p$  可通过空化泡内压  $p_{in}$  和外压  $p_{out}$  确定, 表达式为:

$$p = p_{out} - p_{in} = p_0 + \frac{2\sigma}{R} + p_a \sin(2\pi ft) - p_g - p_v \quad (2)$$

式中:  $p_0$  为液体静压力;  $\sigma$  为液体的表面张力系数;  $p_a$  为声压幅值;  $f$  为超声频率;  $p_g$  为泡内气体压力;  $p_v$  为液体的饱和蒸气压。在空化泡振荡过程中, 可认为其膨胀阶段为等温膨胀, 收缩阶段为绝热收缩<sup>[15]</sup>, 则泡内气体压力  $p_g$  的表达式为:

$$p_g = p_g(R_0, t_0) \cdot \left( \frac{V_0}{V} \right)^k = \left( p_0 + \frac{2\sigma}{R_0} - p_v \right) \left( \frac{R_0}{R} \right)^{3k} \quad (3)$$

式中:  $k$  为泡内气体的绝热指数。

将式 (2)、(3) 代入式 (1) 中, 并考虑液体的粘滞性, 得到清洗区单空化泡的动力学模型为:

$$R\ddot{R} + \frac{3}{2}\dot{R}^2 = \frac{1}{\rho} \left[ \left( p_0 + \frac{2\sigma}{R_0} - p_v \right) \left( \frac{R_0}{R} \right)^{3k} + p_v - p_0 - p_a \sin(2\pi ft) - \frac{2\sigma}{R} - \frac{4\eta\dot{R}}{R} \right] \quad (4)$$

式中： $\ddot{R}$ 为空化泡泡壁运动的加速度； $\eta$ 为液体的粘滞系数。

## 1.2 数值模拟与初始条件

采用四阶 Runge-Kutta 方法对式(4)进行数值模拟，初始条件为： $t=0$ 时， $R=R_0$ ， $dR/dt=0$ 。选择水作为超声清洗的液体环境，不同温度下水的参数见表1。设空化泡的初始半径  $R_0=10\text{ }\mu\text{m}$ ，液体静压力  $p_0=101\text{ }325\text{ Pa}$ ，泡内气体绝热指数  $k=1.4$ 。

表1 不同温度下水的参数

Table 1 Parameters of water at different temperatures

$\theta/^\circ\text{C}$	$\rho/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	$\sigma/(\times 10^{-3}\text{ N}\cdot\text{m}^{-1})$	$\eta/(\times 10^{-3}\text{ Pa}\cdot\text{s})$	$p_v/\text{Pa}$
0	999.841	75.62	1.7878	611
20	998.203	72.75	1.0042	2338
50	988.040	67.90	0.5492	12 344
80	971.800	62.60	0.3550	47 373

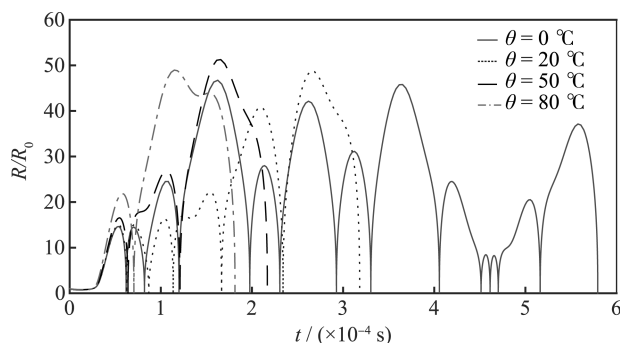
## 2 结果与讨论

讨论不同温度环境下空化泡的运动变化规律。当水的温度升高时：表面张力系数  $\sigma$  下降，空化阈值降低；粘滞系数  $\eta$  减小，空化更容易发生；饱和蒸气压  $p_v$  变大，空化效应减弱。由此可见，环境温度对空化作用的影响是众多参数共同作用的结果，单一参数的定性分析并不全面，因此需要综合各参数进行数值的定量计算。

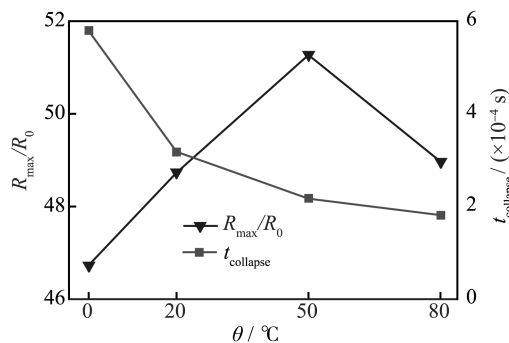
### 2.1 温度对超声清洗空化的影响

选择  $f=20\text{ kHz}$ ， $p_a=151\text{ }987.5\text{ Pa}$ ， $\theta=0、20、50、80\text{ }^\circ\text{C}$ ，计算结果如图1所示。空化泡在对应温度下的最大膨胀幅值  $R_{\max}/R_0$  分别为46.73、48.73、51.27、48.97，溃灭时间  $t_{\text{collapse}}$  分别为579.36、318.21、216.92、181.43  $\mu\text{s}$ 。从图1a可以看出，在空化泡的首个膨胀压缩相， $R/R_0$  曲线的斜率和  $R/R_0$  最大值都随着温度的升高而增大，因此高温下空化泡的膨胀速度更快。此后，空化泡进入周期性振荡阶段，随着温度的升高，单个膨胀压缩相时间变长，但振荡周期次数减少，分别为13次、6次、3次、2次。从图1b可以看出，温度从  $0\text{ }^\circ\text{C}$  升高到  $80\text{ }^\circ\text{C}$  的过程中，空化泡溃灭时间变短，但缩短的趋势随着温度

的升高而变缓。 $R_{\max}/R_0$  随着温度的升高先增大后减小， $0\text{ }^\circ\text{C}$  时最小， $50\text{ }^\circ\text{C}$  时达到最大。由此可见，在所设其他参数不变的情况下， $\theta=50\text{ }^\circ\text{C}$  时的空化强度最大。此结果也与王刚等<sup>[16]</sup>实验测得的最佳清洗温度接近。



a  $R/R_0$ 随 $t$ 的变化曲线



b  $R_{\max}/R_0$ 和 $t_{\text{collapse}}$ 随 $\theta$ 的变化

图1 温度对空化泡运动规律的影响

Fig.1 Effect of temperature on bubble motion: a) the change curve of  $R/R_0$  along with  $t$ , b) the value of  $R_{\max}/R_0$  and  $t_{\text{collapse}}$

### 2.2 不同温度下声压幅值对空化的影响

选择  $f=20\text{ kHz}$ ， $p_a=131\text{ }722.5\sim 2\text{ }026\text{ }500\text{ Pa}$ ， $\theta=0、20、50、80\text{ }^\circ\text{C}$ ，计算结果如图2所示。可知在相同的声压幅值下，环境温度的差异导致了空化泡的  $R_{\max}/R_0$  和溃灭时间的不同，但不同温度下空化泡随声压幅值变化的规律相似。当声压幅值较小（如  $p_a=131\text{ }722.5\text{ Pa}$ ）时， $R_{\max}/R_0$  分别在  $80\text{ }^\circ\text{C}$  和  $50\text{ }^\circ\text{C}$  下取到最大值和最小值，此温度也恰好对应着溃灭时间的最小值和最大值。在该声压幅值下，空化泡经过多个周期的振荡后溃灭， $R_{\max}$  出现在最后的膨胀压缩相，空化泡溃灭时间较长。当声压幅值从  $131\text{ }722.5\text{ Pa}$  增大到  $506\text{ }625\text{ Pa}$  时，不同温度下空化泡的  $R_{\max}/R_0$  均减小到40左右，溃灭时间都明显缩短。在声压幅值从  $506\text{ }625\text{ Pa}$  继续增大到  $2\text{ }026\text{ }500\text{ Pa}$  的过程中， $R_{\max}/R_0$  近似于线性增长，溃灭时间不再变短，而是稳定在  $150\text{ }\mu\text{s}$  左右。这

是因为随着声压幅值的增大, 空化泡在交替正负压相下受到声压的压缩和拉伸作用均被加强, 使得空化泡在只经过一次膨胀压缩后便溃灭。由此可见, 在不同的环境温度下, 选择较高的声压幅值有利于提高空化效应。但若选择的声压幅值太大, 在声压由负压相变为正压相时, 由于空化泡膨胀惯性的增大而不利于压缩和溃灭。此外, 声压幅值的增大也意味着声强的增大, 因此增加了超声波发生器的功率损耗, 这并不利于设备的维护。

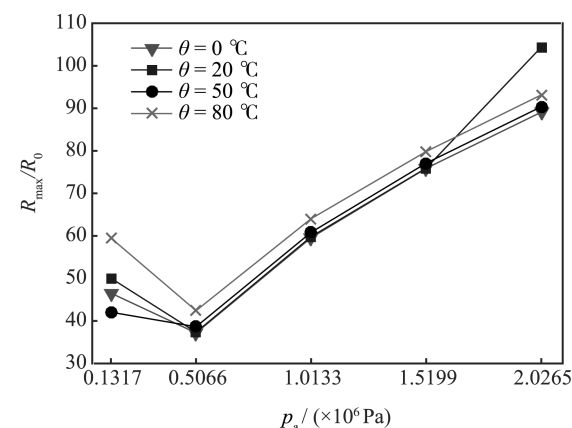
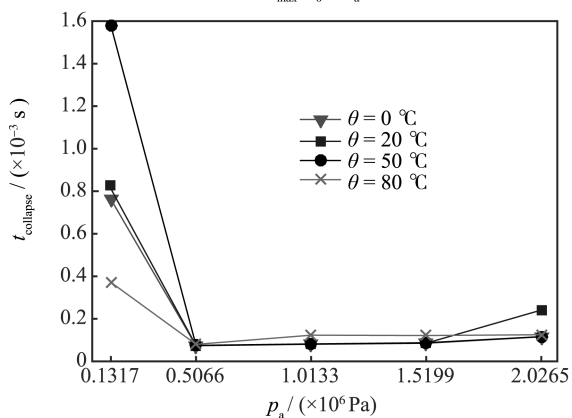
a  $R_{\max}/R_0$  与  $p_a$  的关系b  $t_{\text{collapse}}$  与  $p_a$  的关系

图 2 声压幅值对空化泡运动规律的影响

Fig.2 Effect of acoustic amplitude on bubble motion: a) the relationship between  $R_{\max}/R_0$  and  $p_a$ , b) the relationship between  $t_{\text{collapse}}$  and  $p_a$

### 2.3 不同温度下超声频率对空化的影响

选择  $f=20 \sim 100 \text{ kHz}$ ,  $p_a=202\ 650 \text{ Pa}$ ,  $\theta=0, 20, 50, 80^\circ \text{C}$ , 计算结果如图 3 所示。可知  $\theta=0, 20, 50^\circ \text{C}$  时, 空化泡的最大  $R_{\max}/R_0$  均发生在  $f=20 \text{ kHz}$ , 而  $\theta=80^\circ \text{C}$  时的最大  $R_{\max}/R_0$  发生在  $f=40 \text{ kHz}$ 。  $\theta=20, 50, 80^\circ \text{C}$  时, 空化泡的最短溃灭时间均发生在  $f=20 \text{ kHz}$ , 而  $\theta=0^\circ \text{C}$  时的最短溃灭时间发生在  $f=40 \text{ kHz}$ 。在相同的超声频率下, 环境温度的差异导致了空化

泡的  $R_{\max}/R_0$  和溃灭时间的不同, 并且在某些频率 (如  $f=80 \text{ kHz}$ ) 下差值较大。此外, 观察  $R_{\max}/R_0$  和溃灭时间随超声频率变化的曲线发现,  $\theta=0^\circ \text{C}$  和  $\theta=80^\circ \text{C}$  时的曲线波动幅度较大, 而  $\theta=20^\circ \text{C}$  和  $\theta=50^\circ \text{C}$  时的曲线波动幅度较小。虽然不同温度下曲线的变化幅度不同, 但从整体趋势上看, 随着频率的增大,  $R_{\max}/R_0$  变小, 溃灭时间变长。以  $\theta=50^\circ \text{C}$  下的空化泡为例,  $f=20 \text{ kHz}$  时  $R_{\max}/R_0$  最大, 为 51.14, 溃灭时间最短, 为  $216.74 \mu\text{s}$ ;  $f=100 \text{ kHz}$  时  $R_{\max}/R_0$  最小, 为 41.93, 溃灭时间最长, 为  $1854.21 \mu\text{s}$ 。这是因为随着超声频率的增大, 正负压交替变快, 空化泡来不及增长到理论最大半径便被压缩, 空化泡溃灭所需的能量不足, 振荡周期变长。因此, 低频超声有助于提高空化效应, 可根据环境温度的不同灵活选择  $20 \sim 60 \text{ kHz}$  的超声频率。然而, 低频超声已被证实会使精密零件产生蚀点, 也会对人的健康造成一定的危害, 所以在半导体等精密制造业中使用  $50 \text{ kHz}$  以上的频率较为合适。

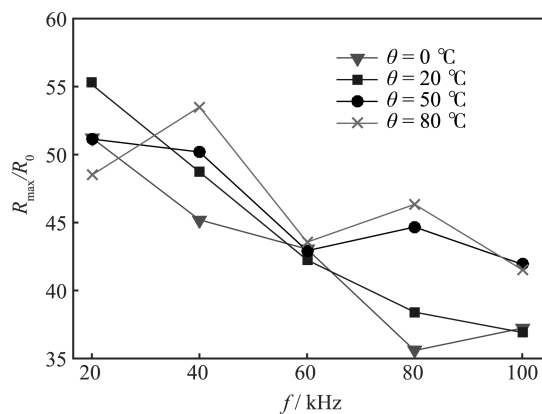
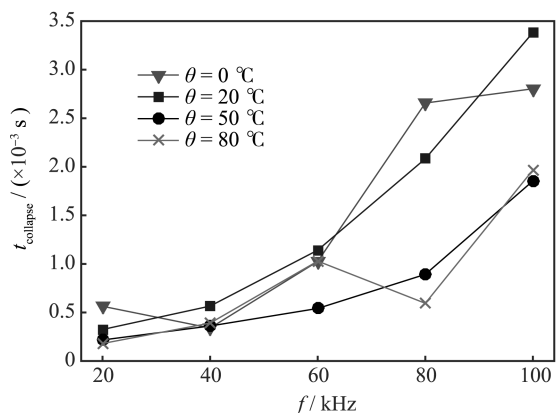
a  $R_{\max}/R_0$  与  $f$  的关系b  $t_{\text{collapse}}$  与  $f$  的关系

图 3 超声频率对空化泡运动规律的影响

Fig.3 Effect of ultrasound frequency on bubble motion: a) the relationship between  $R_{\max}/R_0$  and  $f$ , b) the relationship between  $t_{\text{collapse}}$  and  $f$

## 2.4 不同温度下超声振幅对空化的影响

在某些超声清洗的特殊应用中,为了达到良好的清洗效果,需要使换能器距离被清洗物体表面非常近,例如对金属表面氧化物、化纤喷丝板孔中污物、船舶和集装箱等重型物体表面的清洗<sup>[17]</sup>。此时,需要选择棒状聚焦式换能器或者加装超声变幅杆以将物体表面贴近声源,考虑换能器的振动对邻近液体中空化泡的扰动作用,空化泡的动能增大,式(4)将变为:

$$R\ddot{R} + \frac{3}{2}\dot{R}^2 + 6[\pi f A \cos(2\pi f t)]^2 = \frac{1}{\rho} \left[ \left( p_0 + \frac{2\sigma}{R_0} - p_v \right) \left( \frac{R_0}{R} \right)^{3k} + p_v - p_0 - p_a \sin(2\pi f t) - \frac{2\sigma}{R} - \frac{4\eta\dot{R}}{R} \right] \quad (5)$$

式中:  $A$  为超声波振幅。取超声波在水中的波速  $c=1481$  m/s, 通过声压幅值与振幅的近似关系式  $p_a=2\pi f A \rho c$  ( $p_a \propto A$ ), 可以得到: 当  $A$  分别为 1、5、10、20  $\mu\text{m}$  时, 相应  $p_a$  值均大于空化阈值, 分别为 184 411.5、922 057.5、1 844 115、3 688 230 Pa。

选择  $f=20$  kHz, 讨论在上述四种振幅情况下, 温度分别为  $\theta=20^\circ\text{C}$  和  $\theta=50^\circ\text{C}$  时空化泡的动力学变化过程, 结果如图 4 所示。在  $\theta=20^\circ\text{C}$  的情况下, 当考虑振幅的扰动作用时,  $R_{\max}/R_0$  分别为 49.86、56.31、84.88、123.6, 空化泡溃灭时间分别为 1232.06、79.66、88.83、124.42  $\mu\text{s}$ ; 忽略振幅的扰动作用时,  $R_{\max}/R_0$  分别为 49.87、56.31、84.94、123.4, 空化泡溃灭时间分别为 515.76、79.69、89.15、125.06  $\mu\text{s}$ 。在  $\theta=50^\circ\text{C}$  的情况下, 当考虑振幅的扰动作用时,  $R_{\max}/R_0$  分别为 49.01、57.39、85.94、124.7, 空化泡溃灭时间分别为 623.17、80.73、109.68、125.77  $\mu\text{s}$ ; 忽略振幅的扰动作用时,  $R_{\max}/R_0$  分别为 47.51、57.44、86.03、124.8, 空化泡溃灭时间分别为 319.44、80.76、111.37、126.33  $\mu\text{s}$ 。从图 4 可以看出, 不管是  $\theta=20^\circ\text{C}$ , 还是  $\theta=50^\circ\text{C}$  时, 考虑振幅扰动作用的  $R/R_0$  变化曲线与未考虑振幅扰动作用的  $R/R_0$  变化曲线都近乎吻合, 溃灭时间也极为相近。由此认为, 可以忽略换能器的振动对邻近液体中空化泡的扰动作用。

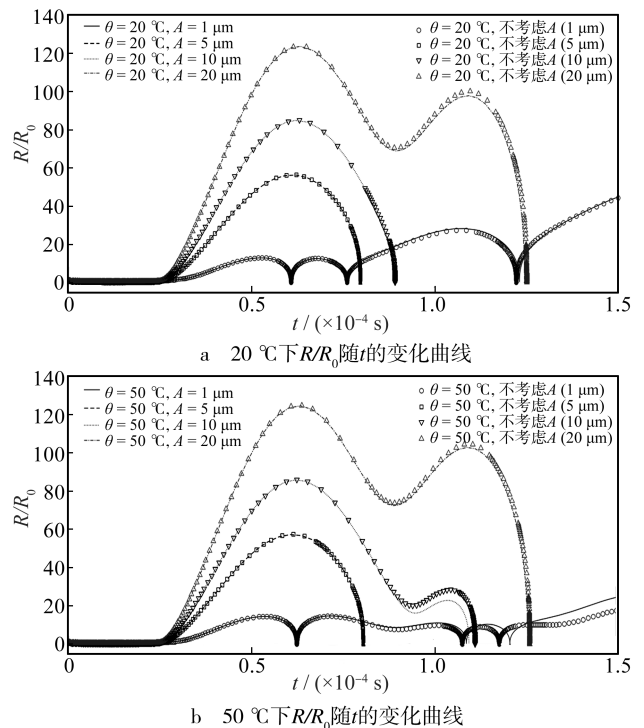


图 4 超声振幅对空化泡运动规律的影响  
Fig.4 Effect of ultrasonic amplitude on bubble motion: a) the change curve of  $R/R_0$  along with  $t$  at  $20^\circ\text{C}$ ; b) the change curve of  $R/R_0$  along with  $t$  at  $50^\circ\text{C}$

## 3 结论

1) 不同温度下的空化泡, 其动力学特性都是先缓慢生长—再压缩—再生长的周期振荡模式。随着温度的升高, 空化泡的膨胀速度更快, 溃灭也变得更加容易, 溃灭周期明显缩短, 空化强度先增大后减小, 在  $\theta=50^\circ\text{C}$  时, 空化强度最大。

2) 不同温度下的空化泡的最大膨胀幅值和溃灭时间随声压幅值变化的规律相似, 随频率变化的整体趋势大致相同。在一定范围内, 声压幅值越大, 空化强度越高, 而溃灭周期不变; 超声频率越高, 空化强度越低, 溃灭周期越长。提高声压幅值和降低超声频率有助于不同温度下空化效果的提升。

3) 超声振幅对空化泡运动的影响不大, 当被清洗物体的表面贴近超声声源时, 可以忽略换能器的振动对邻近液体中空化泡的扰动作用。

上述结论可以推广到多空化泡环境, 对不同温度下超声清洗的参数选择有一定借鉴意义。在超声清洗的实际应用中, 清洗效果还会受到清洗液配制、驻波等因素的影响, 如何在特定和变化的环境下将参数最优化以达到最佳清洗效果, 还有待进一步研

究。

## 参考文献

- [1] KERN W. Evolution of Silicon Wafer Cleaning Technology[J]. Journal of the Electrochemical Society, 1990, 137(6): 1887—1891.
- [2] GOTOH K, HARAYAMA K. Application of Ultrasound to Textiles Washing in Aqueous Solutions[J]. Ultrasonics Sonochemistry, 2013, 20(2): 747—753.
- [3] PINGRET D, FABIANO-TIXIER A S, CHEMAT F. Degradation during Application of Ultrasound in Food Processing: A Review[J]. Food Control, 2013, 31(2): 593—606.
- [4] ALFA M J, NEMES R. Manual Versus Automated Methods for Cleaning Reusable Accessory Devices Used for Minimally Invasive Surgical Procedures[J]. Journal of Hospital Infection, 2004, 58(1): 50—58.
- [5] MASON T J. Ultrasonic Cleaning: An Historical Perspective[J]. Ultrasonics Sonochemistry, 2016, 29: 519—523.
- [6] LEIGHTON T G, APFEL R E. The Acoustic Bubble[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1994, 96(4): 2616.
- [7] APFEL R E. Acoustic Cavitation Prediction[J]. Journal of the Acoustical Society of America, 1981, 64(6): 1624—1633.
- [8] 莫润阳, 林书玉, 王成会. 超声空化的研究方法及进展[J]. 应用声学, 2009, 28(5): 389—400.  
MO Run-yang, LIN Shu-yu, WANG Cheng-hui. Methods of Study on Sound Cavitations[J]. Applied Acoustics, 2009, 28(5): 389—400.
- [9] BRUJAN E A, IKEDA T, MATSUMOTO Y. On the Pressure of Cavitation Bubbles[J]. Experimental Thermal & Fluid Science, 2008, 32(5): 1188—1191.
- [10] KANTHALE P, ASHOKKUMAR M, GRIESER F. Sono-luminescence, Sonochemistry ( $\text{H}_2\text{O}_2$  Yield) and Bubble Dynamics: Frequency and Power Effects[J]. Ultrasonics Sonochemistry, 2008, 15(2): 143—50.
- [11] LIND S J, PHILLIPS T N. Spherical Bubble Collapse in Viscoelastic Fluids[J]. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 2010, 165(1): 56—64.
- [12] BRUJAN E A. A First-order Model for Bubble Dynamics in a Compressible Viscoelastic Liquid[J]. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 1999, 84(1): 83—103.
- [13] 吴强, 姚澄, 朱昌平, 等. 超声清洗过程环境压力对声空化效应的影响[J]. 应用声学, 2015, 34(5): 391—397.  
WU Qiang, YAO Cheng, ZHU Chang-ping, et al. The Influence of Ambient Pressure on Acoustic Cavitation during the Process of Ultrasonic Cleaning[J]. Applied Acoustics, 2015, 34(5): 391—397.
- [14] 安宇. 硫酸中多气泡声致发光光谱[J]. 应用声学, 2013, 32(3): 205—211.  
AN Yu. Spectrum of Multi-bubble Sonoluminescence in Sulfuric Acid[J]. Applied Acoustics, 2013, 32(3): 205—211.
- [15] VICHARE N P, SENTHILKUMAR P, MOHOLKAR V S, et al. Energy Analysis in Acoustic Cavitation[J]. Industrial & Engineering Chemistry Research, 2000, 39(5): 1480—1486.
- [16] 王刚, 马平, 邱服民, 等. 光学元件超声清洗工艺研究[J]. 强激光与粒子束, 2012, 24(7): 1761—1764.  
WANG Gang, MA Ping, QIU Fu-min, et al. Optimization of Ultrasonic Cleaning of Optics[J]. High Power Laser & Particle Beams, 2012, 24(7): 1761—1764.
- [17] MAZUE G, VIENNET R, HIHN J Y, et al. Large-scale Ultrasonic Cleaning System: Design of a Multi-transducer Device for Boat Cleaning (20 kHz)[J]. Ultrasonics Sonochemistry, 2011, 18(4): 895—900.