

表面失效及防护

## 基于概率统计方法对钢轨疲劳裂纹路径的研究

李孝滔<sup>1</sup>, 李煦<sup>1</sup>, 曹世豪<sup>2</sup>, 文良华<sup>1</sup>, 江晓禹<sup>1</sup>

(1. 西南交通大学 力学与工程学院, 成都 610031;

2. 西南交通大学 土木工程学院, 成都 610031)

**摘要:** **目的** 利用有限元软件 ANSYS 对车轮滚过裂纹过程进行分析, 确定轮轨接触疲劳裂纹的扩展方向。**方法** 基于最大周向应力判据, 用概率统计的方法对车轮滚过裂纹过程中, 不同角度初始裂纹可能的扩展角度进行分析。车轮滚过裂纹过程中, 用可能扩展角度的均值作为裂纹的扩展方向计算裂纹扩展路径。**结果** 用概率坐标纸拟合出的相关系数均大于 98.5%, 说明裂纹可能的扩展角度符合威布尔分布的可能性超过 98.5%。当裂纹长度小于 700  $\mu\text{m}$  时, 裂纹可能的扩展角度基本符合威布尔分布; 当裂纹长度达到 800  $\mu\text{m}$  时, 裂纹尖端的等效应力强度因子 ( $K_{\text{eff}}$ ) 出现 4 个峰值; 当裂纹长度达到 1200  $\mu\text{m}$  时, 第 3 个峰值载荷处裂纹尖端的  $K_{\text{eff}}$  超过了材料的断裂韧性, 此时裂纹会向行车相反的方向急剧地扩展。**结论** 对于不同角度初始裂纹, 其扩展角度基本符合威布尔分布; 整个裂纹路径的趋势与实验测得的裂纹路径有较好的一致性, 车轮滚过裂纹过程中, 用裂纹可能扩展角度的均值作为裂纹的扩展方向可行。

**关键词:** 轮轨接触; ANSYS; 概率统计; 最大周向应力判据; 威布尔分布; 裂纹扩展路径

**中图分类号:** TG113.25; U211.5 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-3660(2015)11-0071-08

**DOI:** 10.16490/j.cnki.issn.1001-3660.2015.11.012

## Rail Fatigue Crack Path Based on Probabilistic and Statistical Method

LI Xiao-tao<sup>1</sup>, LI Xu<sup>1</sup>, CAO Shi-hao<sup>2</sup>, WEN Liang-hua<sup>1</sup>, JIANG Xiao-yu<sup>1</sup>

(1. School of Mechanics and Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China;

2. School of Civil Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

**ABSTRACT:** **Objective** The process of wheel rolling over crack was analyzed by the finite element software ANSYS, in order to predict the propagation direction of the wheel-rail contact fatigue crack. **Methods** Based on the maximum circumferential stress criterion, the possible propagation direction of initial crack with different angles during the process was analyzed using probabilistic

收稿日期: 2015-08-18; 修订日期: 2015-09-10

Received: 2015-08-18; Revised: 2015-09-10

**基金项目:** 国家自然科学基金(11472230); 国家自然科学基金重点项目(U1134202/E050303); 四川省青年科技创新团队(2013TD0004)

**Fund:** Supported by the National Natural Science Foundation of China (11472230), the National Natural Science Foundation of China Key Project (U1134202/E050303) and Sichuan Provincial Youth Science and Technology Innovation Team (2013TD0004)

**作者简介:** 李孝滔(1991—), 男, 湖南人, 硕士研究生, 主要从事轮轨接触疲劳和断裂力学方面的研究。

**Biography:** LI Xiao-tao(1991—), Male, from Hunan, Master graduate student, Research focus: wheel/rail contact fatigue and fracture mechanics.

**通讯作者:** 江晓禹(1965—), 男, 贵州人, 教授, 主要从事复合材料力学和固体接触力学方面的研究。

**Corresponding author:** JIANG Xiao-yu(1965—), Male, from Guizhou, Professor, Research focus: composite mechanics and solid contact mechanics.

and statistical method. The crack propagation path was calculated using the average propagation angle as the direction of crack propagation during the process of wheel rolling over crack. **Results** The correlation coefficient fitted by the probability paper was all higher than 98.5%, indicating that the possibility that the possible crack propagation direction was in line with the Weibull distribution was higher than 98.5%. The possible crack propagation direction was almost in line with the Weibull distribution when the crack length was less than 700  $\mu\text{m}$ . The equivalent stress intensity factor  $K_{\text{eff}}$  of crack tip began to show four peaks when the crack length reached 800  $\mu\text{m}$ . The crack propagated abruptly in the opposite direction of the train running as the crack length reached 1200  $\mu\text{m}$  when the  $K_{\text{eff}}$  of crack tip at the 3rd peak load exceeded the fracture toughness of the material. **Conclusion** For initial crack with different angles, the crack propagation direction was almost in line with Weibull distribution. The whole trend of the crack path was in agreement with the experimental crack path, which proved the feasibility of using the average propagation angle as the crack propagation direction.

**KEY WORDS:** wheel-rail contact; ANSYS; probability and statistics; the maximum circumferential stress criterion; the Weibull distribution; crack growth path

疲劳是钢轨在使用过程中的主要破坏形式之一<sup>[1-2]</sup>,钢轨表面疲劳裂纹扩展行为的研究是疲劳分析一个重要部分。对于 I—II 复合型裂纹扩展方向的确定,很多学者提出了相关的理论。Erdogan 和 Sih<sup>[3]</sup>提出了最大周向应力理论,Sih<sup>[4]</sup>提出了最小应变能密度因子理论,Palaniswamy 和 Knauss<sup>[5]</sup>提出了最大能量释放率理论,Richard<sup>[6]</sup>提出了一个经验判据。这些理论通常用于比例单调加载的情况,不能直接用来确定轮轨接触疲劳裂纹的扩展方向。对于随机载荷作用下裂纹扩展方向的确定,通常做法是在裂纹尖端分别建立一段相对于主裂纹无穷小的不同方向的支裂纹,认为裂纹的扩展方向为支裂纹  $K_I$  最大的方向、 $\Delta K_I$  最大的方向或者  $\Delta K_{\text{eff}}$  最大的方向。很多研究者利用这种方法来判断裂纹扩展角度<sup>[7-12]</sup>。在裂纹尖端建立支裂纹的方法解决了复杂随机载荷作用下裂纹扩展方向的问题,但是计算量大。车轮的滚动造成裂纹扩展的加载路径与常规疲劳实验不同,扩展角度存在不确定性,因此,本文采用概率统计的方法确定裂纹扩展角度,并初步论证用可能扩展角度的均值作为裂纹扩展角度的合理性。

## 1 基本理论

### 1.1 最大周向应力理论

最大周向应力理论用来判断裂纹扩展方向,认为裂纹将向周向拉应力最大的方向扩展。

对于 I—II 复合型裂纹,其尖端的应力分量如图 1 所示。

1963 年 Erdogan 和 Sih 提出了最大周向应力<sup>[3]</sup>。

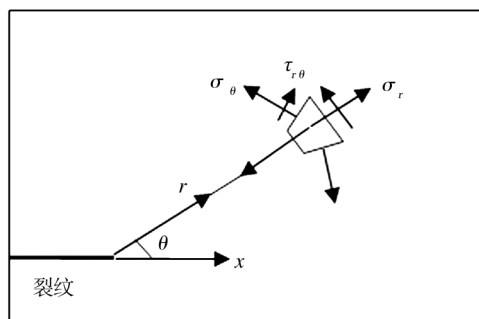


图 1 裂纹尖端应力的极分量

Fig. 1 Polar coordinate components of stress at the crack tip

他们认为裂纹将向周向拉应力(即  $\sigma_\theta$  最大)的方向扩展。利用这个假设可以得出裂纹的扩展角度:

$$\begin{cases} \theta = 2 \tan^{-1} \left[ \frac{1}{4} \frac{K_I}{K_{II}} - \frac{1}{4} \sqrt{\left( \frac{K_I}{K_{II}} \right)^2 + 8} \right] & K_{II} > 0 \\ \theta = 2 \tan^{-1} \left[ \frac{1}{4} \frac{K_I}{K_{II}} + \frac{1}{4} \sqrt{\left( \frac{K_I}{K_{II}} \right)^2 + 8} \right] & K_{II} < 0 \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $K_I$  和  $K_{II}$  分别为张开型和滑开型裂纹尖端的应力强度因子;  $\theta$  为裂纹扩展角度,规定  $\theta$  逆时针为正,顺时针为负。在裂纹尖端建立 1/4 节点的奇异性单元和一个  $x$  轴与裂纹共线,以及  $y$  轴与裂纹面垂直的局部坐标,如图 2 所示,根据位移外推法计算出裂纹尖端的应力强度因子,见式(2)—(4)<sup>[13]</sup>:

$$\begin{cases} K_I = \frac{\mu}{\kappa+1} \sqrt{\frac{2\pi}{L}} [4(v_b - v_d) + v_e - v_c] \\ K_{II} = \frac{\mu}{\kappa+1} \sqrt{\frac{2\pi}{L}} [4(u_b - u_d) + u_e - u_c] \end{cases} \quad (2)$$

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (3)$$

$$\kappa = \begin{cases} 3-4\nu & \text{平面应变} \\ (3-\nu)/(1+\nu) & \text{平面应力} \end{cases} \quad (4)$$

式中:  $E$  为弹性模量,  $\nu$  为泊松比,  $L$  为单元长度,  $u_i$  和  $v_i$  为各节点在局部坐标下  $x$  方向和  $y$  方向的位移, 如图2所示。

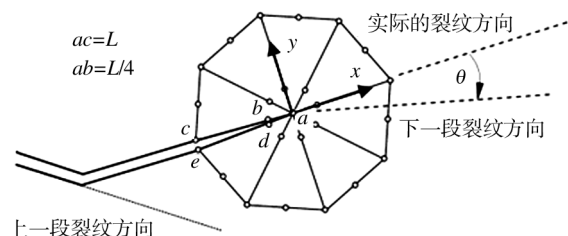


图2 裂纹尖端1/4节点单元

Fig. 2 Quarter-point elements at the crack tip

## 1.2 威布尔分布

威布尔分布由 W · Weibull 于 1951 年提出。由于形状参数的存在, 威布尔分布在曲线拟合上具有很大的优势, 因此在工程中被广泛应用。

威布尔分布密度概率函数的定义见式(5), 累加概率函数见式(6)。

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\beta}{\alpha} (x-\gamma)^{\beta-1} \exp\left[-\frac{(x-\gamma)^\beta}{\alpha}\right] & x \geq \gamma \\ 0 & x < \gamma \end{cases} \quad (5)$$

$$F(x) = \begin{cases} 1 - \exp\left[-\frac{(x-\gamma)^\beta}{\alpha}\right] & \gamma < x < \infty \\ 0 & \end{cases} \quad (6)$$

式中:  $\gamma$  为位置参数;  $\beta$  为形状参数,  $\beta$  取不同的值, 可得到正偏、负偏和对称的概率密度函数;  $\alpha$  为尺度参数, 反映分布的分散情况。

数据是否服从威布尔分布, 可以用概率坐标纸法进行判断<sup>[14]</sup>。对式(6)做变换可以得到式(7):

$$\frac{1}{1-F(x)} = \exp\left[\frac{(x-\gamma)^\beta}{\alpha}\right] \quad (7)$$

两边同时取两次自然对数:

$$\ln\left[\ln \frac{1}{1-F(x)}\right] = \beta \ln(x-\gamma) - \ln\alpha \quad (8)$$

对于式(8), 令:

$$Y_i = \ln\left[\ln \frac{1}{1-F(x_i)}\right], \quad X_i = \ln(x_i - \gamma) \quad (9)$$

如果  $(X_i, Y_i)$  呈直线分布, 则数据服从威布尔分布。

## 1.3 非参数 bootstrap 方法

非参数 bootstrap 方法是指相继地、独立地从原始样本中取多个 bootstrap 样本, 然后利用这些样本对总

体分布进行统计判断的一种方法。

对于已知一个容量为  $n$  的来自某一分布的数据样本, 且总体分布情况未知的问题, 可以用 bootstrap 方法对总体分布进行统计推断。设:

$$x = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \quad (10)$$

$x$  是来自总体为  $F$  的一个已知样本, 相继地、独立地从此样本用放回抽样的方法得到  $B$  个相同样本容量的 bootstrap 样本, 求出每一个样本的均值, 自小到排序:

$$\omega_{(1)} \leq \omega_{(2)} \leq \dots \leq \omega_{(B)} \quad (11)$$

记:

$$k_1 = \left\lceil B \times \frac{\alpha}{2} \right\rceil, \quad k_2 = \left\lceil B \times \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) \right\rceil \quad (12)$$

那么就可以得到均值的置信度为  $1-\alpha$  的 bootstrap 置信区间:

$$\left( \bar{X} - \omega_{(k_2)} \frac{S}{\sqrt{n}}, \bar{X} - \omega_{(k_1)} \frac{S}{\sqrt{n}} \right) \quad (13)$$

式中:  $\bar{X}$  为样本的均值,  $S$  为样本的标准差。

## 2 结果与分析

### 2.1 裂纹扩展角度的统计分析

在滚动接触疲劳下, 车轮滚过裂纹过程中, 钢轨表面裂纹的扩展角度具有不确定性。因此, 需要用随机抽样的方法, 对扩展角度进行统计分析, 确定裂纹扩展角度的分布特点。

本次研究采用的材料为 U71Mn 钢, 其力学性能<sup>[15-17]</sup>如下: 弹性模量 210 GPa, 泊松比 0.3, 屈服极限 550 MPa, 切向模量 21 GPa, 门槛值  $2.2 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{0.5}$ , 断裂韧性  $47 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{0.5}$ 。

建立高为 176 mm, 长为 1000 mm, 初始裂纹在钢轨上表面中间, 长度为 100  $\mu\text{m}$ , 地面全约束的有限元模型, 整体和裂纹尖端局部的有限元模型如图3所示。

轮轨接触疲劳裂纹属于 I—II 复合型裂纹, 用等效应力强度因子  $K_{\text{eff}}$  来表示  $K_I$  和  $K_{II}$  的共同作用<sup>[6]</sup>, 见式(14):

$$K_{\text{eff}} = \frac{K_I}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{K_I^2 + 4(1.155K_{II}^2)} \quad (14)$$

陈朝阳等<sup>[18]</sup>对各剥离掉块样品纵断面上的裂纹角度进行了测量统计, 在起始阶段, 裂纹扩展的角度多为  $30^\circ \sim 65^\circ$ 。因此, 分别计算车轮滚过裂纹过程初始裂纹角度(规定裂纹的初始角度为裂纹与钢轨表面

行车方向的夹角)为 $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$ , 裂纹尖端等效应力因子 $K_{\text{eff}}$ 的变化情况如图4所示。

图4是轮轨接触疲劳过程中一个典型的随机载荷谱段。可以看出在此过程中,出现了两个幅值相差不大的峰。载荷谱中出现了高幅值的载荷,由于超载迟滞效应,出现波峰后的裂纹扩展速率将变得很低,低应力幅值对裂纹扩展影响很小,在迟滞效应作用下更加突出,因此工程上一般去掉低应力幅值的载荷段<sup>[19]</sup>。

对裂纹可能的扩展角度进行统计分析,以初始裂纹 $30^\circ$ 的情况为例,截除低应力幅值的载荷段,剩余载荷段如图5a所示。将剩余载荷段内所有可能扩展的

角度作为总体,需要从中抽取一部分个体作为样本进行研究。为了保证样本对总体的代表性,在剩余载荷段内,采用等距抽样,即每个载荷步之间车轮都是滚过相同的距离。应用最大周向应力判据计算初始角度为 $30^\circ$ 的裂纹在剩余载荷段中每个载荷步裂纹的扩展角度;提取出如图2所示裂纹尖端节点 $b, c, d$ 和 $e$ 在局部坐标下 $x$ 和 $y$ 方向的位移,根据式(2)计算 $K_{\text{I}}$ 和 $K_{\text{II}}$ 的值,然后根据式(1)计算裂纹扩展角度。为了处理数据的便利,先对 $-\theta$ 进行分析,其变化情况如图5b所示。

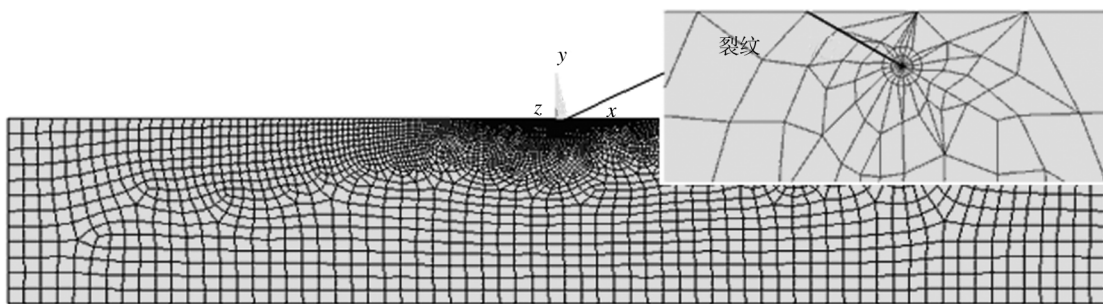


图3 整体和裂纹尖端局部的有限元模型

Fig. 3 Whole and local finite element model

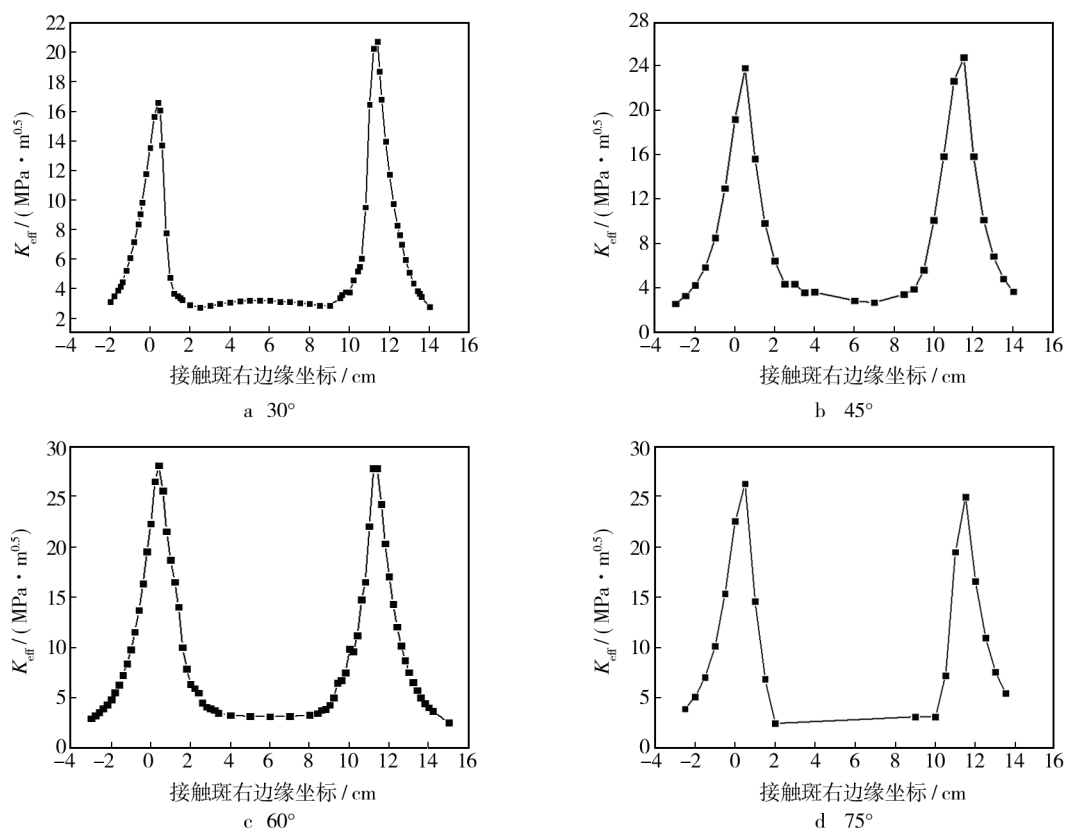


图4 不同角度裂纹其尖端 $K_{\text{eff}}$ 的变化情况

Fig. 4 Changes of  $K_{\text{eff}}$  at tip of crack with different angles

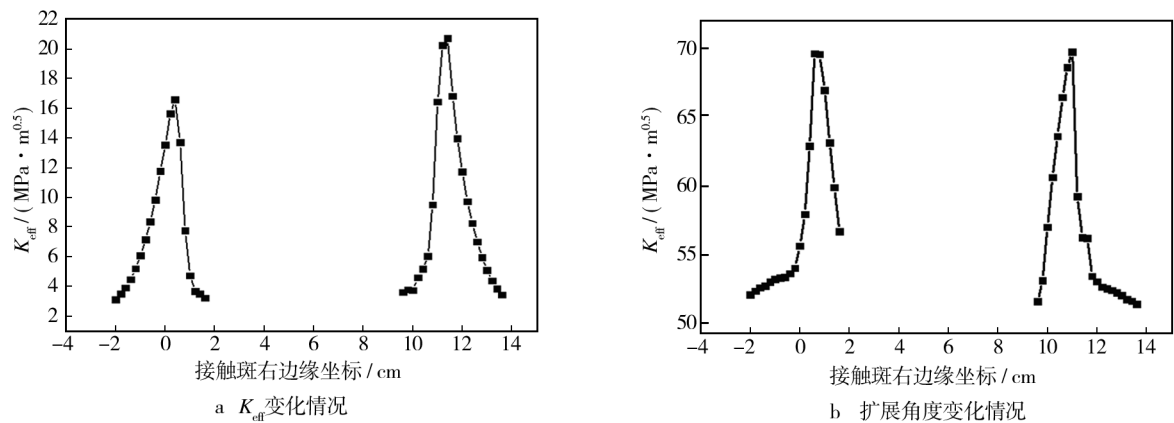


图 5 剩余载荷段中  $K_{\text{eff}}$  和扩展角度的变化

Fig.5 The changes of  $K_{\text{eff}}$  and crack propagation direction in remaining load segment

为了检验车轮滚过裂纹过程中,裂纹可能的扩展角度是否服从威布尔分布,制作威布尔分布的概率坐标纸,在概率坐标纸上画出  $(X_1, Y_1)$  并拟合成直线。通过不断调整位置参数  $\gamma$  使得相关系数最大,当  $\gamma = 50.365$  时,拟合效果最好,如图 6 所示。

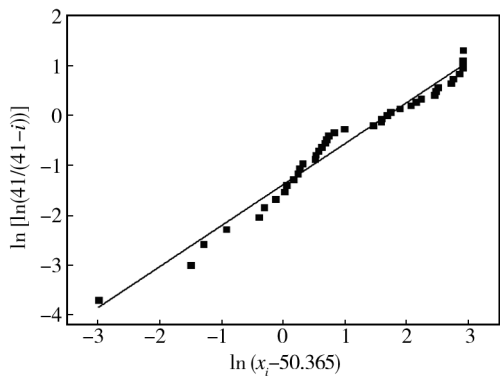


图 6 概率坐标纸 X-Y 曲线

Fig.6 Probability coordinate paper X-Y curve

图 6 拟合的直线方程为  $y = 0.8225x - 1.3761$ , 相关系数为 0.986 意味着总体的扩展角度有很大可能性服从威布尔分布。利用此方法可以分别对初始角度为  $45^\circ$ ,  $60^\circ$  和  $75^\circ$  的裂纹进行统计分析,见表 1。

表 1 不同初始角度的裂纹其扩展角度的分布情况  
Tab.1 Distribution of crack propagation direction for crack with different initial angles

裂纹角度 /(°)	相关 系数	均值 /(°)	均值的置信度为 95% 的 bootstrap 置信区间/(°)
30	0.986	-57.298	(-58.8, -55.2)
45	0.987	-57.63	(-59.8, -52.6)
60	0.985	-49.49	(-54.1, -42.2)
75	0.992	-34.06	(-37.9, -32.9)

从表 1 可以看出,初始裂纹角度为  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$  和  $75^\circ$  时,相关系数都接近 1,因此,对于不同初始角度的裂纹,车轮滚过裂纹过程,裂纹扩展角度都可以认为服从威布尔分布。

2.2 裂纹扩展路径计算结果与分析

车轮滚过裂纹过程中,裂纹尖端每时每刻的载荷在发生变化,每个时刻可能的扩展角度也随之发生变化。裂纹扩展角度是整个过程每个时刻载荷综合作用的结果,假设裂纹扩展角度由这一过程的均值确定,利用此假设计算裂纹扩展路径,并和实验结果对比以证明合理性。

采用 U71Mn 钢,建立高为 176 mm,长为 1000 mm,初始裂纹在钢轨上表面中间,角度为  $30^\circ$ ,长度为 100  $\mu\text{m}$ ,地面全约束的有限元模型。裂纹扩展路径的计算流程如图 7 所示。

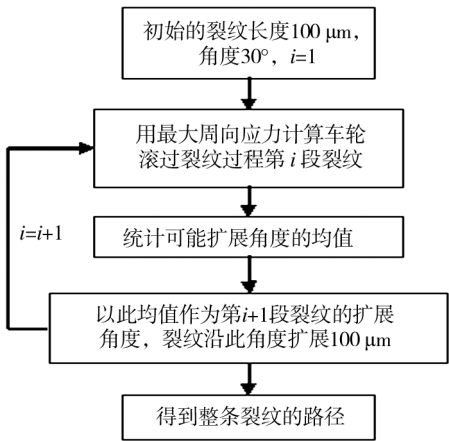


图 7 裂纹扩展路径的计算流程

Fig.7 Flow chat of calculating crack growth path



根据图7的操作步骤,计算得到前7段裂纹,每一段裂纹的相关情况见表2。

表2 裂纹(1—7)尖端  $K_{\text{eff}}$  最大值、相关系数、扩展角度均值以及置信区间

Tab. 2 The maximum value of  $K_{\text{eff}}$ , correlation coefficient, average value of propagation angle and confidence interval

裂纹序号 (段)	$K_{\text{eff}}$ 最大值/ ( $\text{MPa} \cdot \text{m}^{0.5}$ )	相关系数	扩展角度的均值/ ( $^{\circ}$ )	均值的置信度为95%的bootstrap 置信区间/ $(^{\circ})$	裂纹角度 ( $^{\circ}$ )
1	20.7	0.986	-57.3	(-58.8, -55.2)	30
2	29.8	0.984	-25.6	(-37.2, -14.0)	87.3
3	34.8	0.973	35.4	(30.0, 40.8)	112.9
4	31.5	0.967	-24.4	(-33.8, -14.9)	77.5
5	30.6	0.969	24.5	(13.3, 35.8)	101.9
6	27.5	0.964	-27.7	(-39.6, -15.8)	77.4
7	23.4	0.973	15.6	(-1.2, 32.5)	105.1

从表2可以看出,前7段裂纹扩展角度基本都服从威布尔分布。扩展角度变化的幅度呈减小的趋势,说明随着裂纹长度的增长,扩展角度越来越稳定。

随着裂纹的扩展,当扩展到第8段裂纹时,在车轮滚过裂纹过程,由原来的2个峰值变成了4个峰值,如图8所示。经计算,此时裂纹扩展角度服从威布尔分布的可能性已经很小。

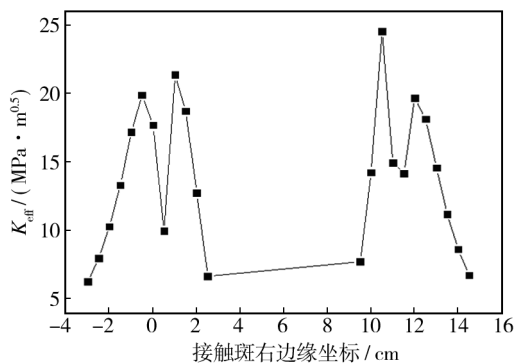


图8 第8段裂纹尖端  $K_{\text{eff}}$  的变化情况

Fig. 8 Changes of  $K_{\text{eff}}$  at the eighth crack tip

继续按照图7的计算流程计算裂纹扩展路径,8—12段裂纹的相关情况见表3。

从表3可以看出,从第8段裂纹开始,  $K_{\text{eff}}$  的最大值一直处于增大的状态;当裂纹扩展到第12段时,其尖端的等效应力强度因子  $K_{\text{eff}}$  最大值达到了47.9

表3 裂纹(8—12)尖端  $K_{\text{eff}}$  最大值、扩展角度均值以及置信区间

Tab. 3 The maximum value of  $K_{\text{eff}}$ , average value of propagation angle and confidence interval

裂纹序号 (段)	$K_{\text{eff}}$ 最大值/ ( $\text{MPa} \cdot \text{m}^{0.5}$ )	扩展角度的均值/ ( $^{\circ}$ )	均值的置信度为95%的bootstrap 置信区间/ $(^{\circ})$	裂纹角度 ( $^{\circ}$ )
8	24.6	0.4	(-18.6, 19.2)	89.5
9	30.0	1.0	(-20.5, 22.8)	89.1
10	35.7	-1.5	(-27.5, 24.1)	88.1
11	39.4	0.1	(-42.8, 43.3)	89.6
12	47.9	-68.4	(-70.4, -66.4)	89.7

$\text{MPa} \cdot \text{m}^{0.5}$ , 已经超过了材料的断裂韧性  $47 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{0.5}$ , 如图9所示。

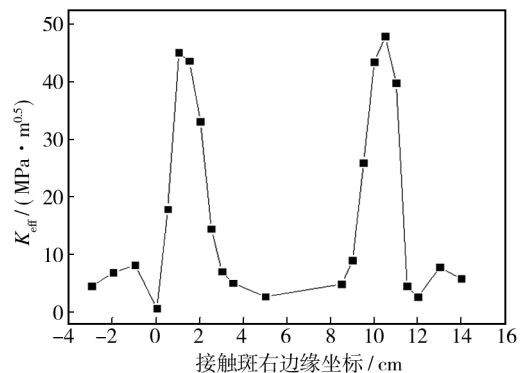


图9 第12段裂纹尖端  $K_{\text{eff}}$  的变化情况

Fig. 9 Changes of  $K_{\text{eff}}$  at the twelfth crack tip

从图9看出,裂纹尖端  $K_{\text{eff}}$  最大值出现在第3个循环内,在此循环中裂纹尖端  $K_{\text{eff}}$  最大值超过了材料的断裂韧性,裂纹将会以很快的速度扩展,此时裂纹扩展以此循环为主,另外3个循环可以忽略。

在列车的运动过程中,裂纹会不断的张开—闭合,裂纹路径上的棱角将会被磨掉。用ANSYS模拟时,裂纹的棱角会阻碍裂纹的错动,为了模拟更真实的裂纹情况,建立模型时,对裂纹进行了处理,如图10所示。

采用图10b磨损处理后的模型继续进行裂纹扩展路径的计算,结果见表4。

通过上面的计算得到最终的裂纹扩展路径,如图11a所示。

从图11b可以看出,起始阶段裂纹的扩展方向与列车运行方向成锐角,裂纹扩展到一定程度后裂纹的

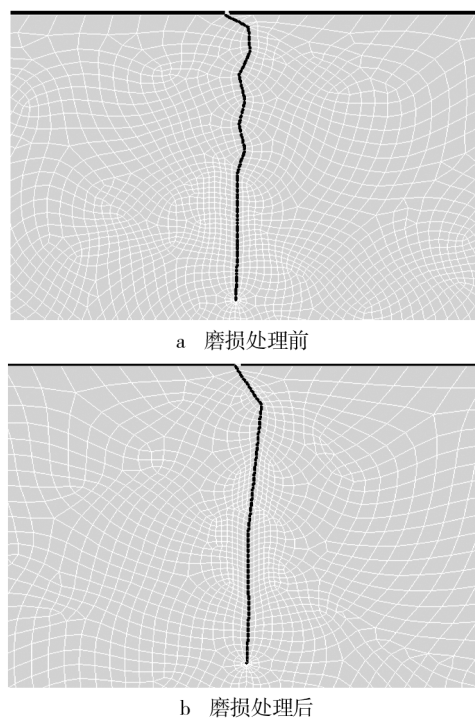


图 10 裂纹扩展路径  
Fig. 10 Crack growth path

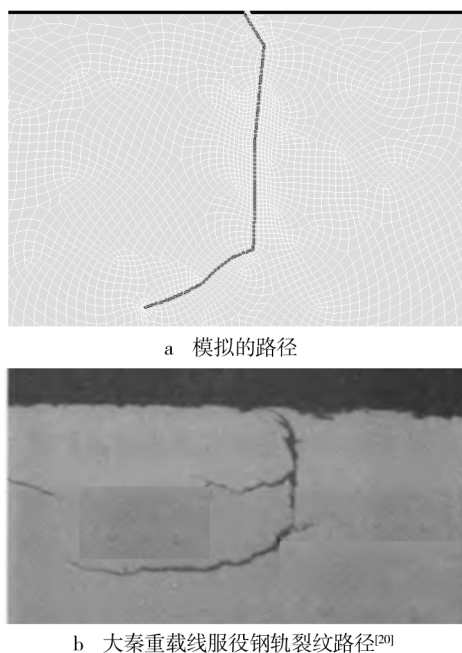


图 11 模拟的裂纹路径与实验裂纹路径对比  
Fig. 11 Comparison of simulated and experimental crack path

扩展方向与列车运行方向成  $90^\circ$  向钢轨内部扩展,最后沿与列车运行方向相反的方向扩展,这与用裂纹扩展角度的均值作为裂纹的扩展方向模拟的裂纹路径能够较好地吻合。因此,用裂纹可能扩展角度的均值作为裂纹的扩展方向是可行的。

表 4 裂纹(13—18)尖端  $K_{\text{eff}}$  最大值、扩展角度均值以及置信区间

Tab. 4 The maximum value of  $K_{\text{eff}}$ , average value of propagation angle and confidence interval

裂纹序号(段)	$K_{\text{eff}}$ 最大值/ ( $\text{MPa} \cdot \text{m}^{0.5}$ )	扩展角度的均值/ ( $^\circ$ )	均值的置信度为 95% 的 bootstrap 置信区间/ ( $^\circ$ )	裂纹角度/ ( $^\circ$ )
13	10.0	16.2	(-4.4, 37.1)	158.1
14	13.9	9.0	(-25.9, 43.8)	141.9
15	11.7	-17.9	(-51.8, 16.4)	132.9
16	15.1	-3.9	(-41.5, 34.3)	150.8
17	16.5	-4.7	(-38.6, 29.1)	154.7
18				159.4

3 结论

1) 对于初始裂纹角度为  $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$  的裂纹,车轮滚过裂纹过程,裂纹扩展角度均服从威布尔分布。 $30^\circ$  的初始裂纹,其扩展路径上前 7 段裂纹扩展角度服从威布尔分布。

2) 模拟的裂纹路径与实验裂纹路径能较好地吻合,用裂纹可能扩展角度的均值作为裂纹的扩展方向可行。

参考文献

[1] 金学松,沈志云. 轮轨滚动接触疲劳问题研究的最新进展[J]. 铁道学报,2001,23(2):92—108.  
JIN Xue-song, SHEN Zhi-yun. Rolling Contact Fatigue of Wheel/Rail and Its Advanced Research Progress[J]. Journal of the China Railway Society,2001,23(2):92—108.

[2] 刘启跃,张波,周仲荣. 铁路钢轨损伤机理研究[J]. 中国机械工程,2002,13(18):1596—1599.  
LIU Qi-yue, ZHANG Bo, ZHOU Zhong-rong. The Research of Wear Characteristics on Steel Rail[J]. China Mechanical Engineering,2002,13(18):1596—1599.

[3] ERDOGAN F, SIH G C. On the Crack Extension in Plates under Plane Loading With Transverse Shear[J]. Journal of Fluids Engineering,1963,85(4):519—525.

[4] SIH G C. Methods of Analysis and Solution of Crack Problems[M]. USA: Noordhoff International Publishing,1973.

[5] PALANISWAMY K, KNAUSS W G. Propagation of Crack under General In-plane Tension[J]. International Journal of Fracture,1972,8(1):114—117.

[6] RICHARD H A, FULLAND M, SANDER M. Theoretical Crack

- Path Prediction[J]. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 2005, 28(1/2): 3—12.
- [7] DUBOURG M C, LAMACQ V. A Predictive Rolling Contact Fatigue Crack Growth Model: Onset of Branching, Direction, and Growth-role of Dry and Lubricated Conditions on Crack Patterns[J]. *Journal of Tribology*, 2002, 124(4): 680—688.
- [8] HOURLIER F, PINEAU A. Propagation of Fatigue Cracks under Polymodal Loading[J]. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 1982, 5(4): 287—302.
- [9] BAIETTO M C, PIERRES E, GRAVOUIL A, et al. Fretting Fatigue Crack Growth Simulation based on a Combined Experimental and XFEM Strategy[J]. *International Journal of Fatigue*, 2013, 47(1): 31—43.
- [10] TROLLÉ B, BAIETTO M C, GRAVOUIL A, et al. 2D Fatigue Crack Propagation in Rails Taking into Account Actual Plastic Stresses[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2014, 123(1): 163—181.
- [11] BROUZOUIS J, EKH M. Crack Propagation in Rails under Rolling Contact Fatigue Loading Conditions Based on Material Forces[J]. *International Journal of Fatigue*, 2012, 45(3): 98—105.
- [12] BAIETTO M C, PIERRES E, GRAVOUIL A. A Multi-model X-FEM Strategy Dedicated to Frictional Crack Growth under Cyclic Fretting Fatigue Loadings[J]. *International Journal of Solids & Structures*, 2010, 47(10): 1405—1423.
- [13] ALEGRE J M, CUESTA I I. Some Aspects about the Crack Growth FEM Simulations under Mixed-mode Loading[J]. *International Journal of Fatigue*, 2010, 32(7): 1090—1095.
- [14] 高镇同, 熊峻江. 疲劳可靠性分析[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2000.
- GAO Zhen-tong, XIONG Jun-jiang. *Fatigue Reliability Analysis*[M]. Beijing: Beijing Aeronautics and Astronautics University Press, 2000.
- [15] 周小林, 向延念, 陈秀方. U71Mn 50 kg/m 普通碳素钢轨疲劳裂纹扩展速率试验研究[J]. *中国铁道科学*, 2004, 25(3): 86—90.
- ZHOU Xiao-lin, XIANG Yan-nian, CHEN Xiu-fang. Test and Study of Fatigue Fracture Propagation of U71Mn 50 kg/m Ordinary Carbon Steel Rail[J]. *China Railway Science*, 2004, 25(3): 86—90.
- [16] 曹世豪, 江晓禹, 文良华. 轴重和摩擦力对轮轨接触疲劳的影响[J]. *表面技术*, 2013, 42(6): 10—14.
- CAO Shi-hao, JIANG Xiao-yu, WEN Liang-hua. Influence of Axle Load and Friction on the Fatigue of Wheel/Rail Contact[J]. *Surface Technology*, 2013, 42(6): 10—14.
- [17] 曹世豪, 李煦, 文良华, 等. 钢轨表面裂纹扩展方向研究[J]. *表面技术*, 2014, 43(3): 37—42.
- CAO Shi-hao, LI Xu, WEN Liang-hua, et al. Influence of Axle Load and Friction on the Fatigue of Wheel/Rail Contact[J]. *Surface Technology*, 2014, 43(3): 37—42.
- [18] 陈朝阳, 张银华, 刘庆丰, 等. 朔黄铁路曲线股热处理钢轨剥离损伤成因分析[J]. *中国铁道科学*, 2008, 29(4): 28—34.
- CHEN Chao-yang, ZHANG Yin-hua, LIU Qing-feng, et al. Analysis the Damage of Heat Treated Rail on Shuohuang Railway under the Curve[J]. *China Railway Science*, 2008, 29(4): 28—34.
- [19] 酆正能, 张纪奎. 工程断裂力学[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2012.
- LI Zheng-neng, ZHANG Ji-kui. *Engineering Fracture Mechanics*[M]. Beijing: Beijing Aeronautics and Astronautics University Press, 2012.
- [20] 郭火明, 王文健, 刘腾飞, 等. 重载铁路钢轨损伤行为分析[J]. *中国机械工程*, 2014, 25(2): 269—270.
- GUO Huo-ming, WANG Wen-jian, LIU Teng-fei, et al. Analysis of Damage Behavior of Heavy-haul Railway Rails[J]. *China Mechanical Engineering*, 2014, 25(2): 269—270.

(上接第 58 页)

- [22] 刘芳, 周科朝, 李志友. 11Mo4Cr2V/42CrMo 系统摩擦副材料磨损行为的研究[J]. *摩擦学报*, 2011, 31(2): 124—130.
- LIU Fang, ZHOU Ke-chao, LI Zhi-you. Wear Behavior of 11Mo4Cr2V/42CrMo Frictional Pair[J]. *Tribology*, 2011, 31(2): 124—130.
- [23] 田伟红, 郭杨阳, 李轩鹏, 等. Ti13Nb13Zr 合金离子氮化层的摩擦磨损性能研究[J]. *表面技术*, 2015, 44(5): 58—61.
- TIAN Wei-hong, GUO Yang-yang, LI Xuan-peng, et al. Study on Friction and Wear Property of Plasma Nitride Layer on Ti13Nb13Zr Alloy[J]. *Surface Technology*, 2015, 44(5): 58—61.