

# 一种改进全变差正则化的 Shearlet 自适应带钢图像去噪算法

韩英莉

(天津工业大学 机械工程学院, 天津 300387)

**摘要:** 目的 有效去除生产现场所采集的带钢图像上的混合噪声。方法 结合 Shearlet 变换具有较好的稀疏表示图像特征的性质与全变分各向异性扩散的优点, 提出一种带钢图像去噪新算法。对 Shearlet 变换分解后的图像进行硬阈值处理, 再进行 Shearlet 变换重构形成估计图像, 采用改进自适应的变差正则化的极小化迭代模型对估计图像进行迭代修正。结果 去噪后的图像具有很好的视觉效果, 避免了伪吉布斯效应的产生。在强噪水平下, 对比新模型与小波去噪, PSNR 提高了约 9 dB, 均方差降低了约 319。结论 该方法获得了较好的峰值信噪比增益, 使信号幅度有较高的保真度, 具有更好的平滑噪声和边缘保持功能。

**关键词:** 冷轧带钢; 图像去噪; Shearlet 变换; 全变差模型

**中图分类号:** TG115.2; TP183      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1001-3660(2014)06-0105-06

## A Modified Total Variation Regularization Shearlet Adaptive Algorithm for Steel Strip Image Denoising

HAN Ying-li

(School of Mechanical Engineering, Tianjin Polytechnic University, Tianjin 300387, China)

**ABSTRACT: Objective** To effectively remove mixed noise from the image of acquisition steel strip in the production field. **Methods** Combining the advantage of the Shearlet transform which has better properties to sparsely express the characteristics of the images and the total variational anisotropic diffusion, a new image denoising model was proposed. After Shearle transform decomposition, the image was processed by hard thresholding, and then the estimated image was formed after Shearle transform reconstruction. The algorithm used iterative model of minimization of total variation regularization to correct the estimated image. **Results** The denoised image had good visual effect, and the creation of pseudo Gibbs effect was avoided. The comparison of the new model with wavelet denoising under the strong noise level showed that PSNR was increased by 9 dB and MSE was reduced by 319. **Conclusion** Numerical examples demonstrated that this method could achieve better PSNR gain, and the results showed that the filters had high fidelity of signal amplitude, and better function in smoothing noise and preserving edges.

**KEY WORDS:** cold-rolled steel strip; image denoising; Shearlet transform; total variation model

带钢表面质量检测技术开始于 20 世纪 50 年代, 按时间的先后顺序, 国外带钢表面检测技术大致可以

分为传统检测方法<sup>[1]</sup>、无损检测技术<sup>[2]</sup>、光学与信息处理相结合的检测技术<sup>[3]</sup>。光学与信息处理相结合的检测技术采用电子扫描,具有系统结构简单、精度高、变动态范围和易于配置等优点,可进行表面质量检测,成为了国内外钢板表面质量检测的主流技术。在实际生产环境中,带钢图像经过采集、传输和转换等过程会受到噪声的干扰,常出现高斯噪声,其中还会夹杂其他噪声,如脉冲噪声等,这些复杂的噪声称为混合噪声。有效去除带钢图像的混合噪声,是带钢表面质量检测的关键技术之一,直接影响带钢图像的分割、特征提取、缺陷识别与质量分级等后续处理。

目前图像去噪的主流方法是小波阈值去噪<sup>[4]</sup>,但传统的小波难以表达更高维的特征,多尺度几何分析法(MGA)<sup>[5-6]</sup>能够很好地克服小波的局限性,广泛应用于学术和工程领域<sup>[7]</sup>。Guo 和 Labate 等<sup>[8]</sup>提出的 Shearlet 变换具有最优的多维函数稀疏表示方法,因此非常适合图像去噪;但在使用 Shearlet 阈值收缩去噪时,图像的奇异点周围会产生伪吉布斯振荡(Gibbs)现象。Rudin 等<sup>[9]</sup>提出的全变差正则化模型(TV)能有效地对图像的光滑区域进行扩散,同时还能保持图像的边缘特征。Chan 等<sup>[10]</sup>使用 TV 极小的系数恢复图像,使得处理后的图像在边缘处产生的振荡得到抑制。结合全变差方法与 Shearlet 变换的优点,Easley<sup>[11]</sup>将全变差引入到 Shearlet 阈值收缩去噪中,对伪吉布斯振荡有很好的抑制作用。

笔者针对现场采集到的带钢缺陷图像背景复杂,如对比度低、含混合噪声等,将改进自适应全变差最小化模型引入 Shearlet 变换域中。对 Shearlet 变换分解后的不同高频尺度的高频系数进行硬阈值处理,形成估计图像,再采用改进自适应全变差正则化方法对估计图像进行迭代恢复。实验结果表明,该方法能够有效抑制和去除带钢图像的混合噪声,使边缘和纹理信息均能较好保持,滤波后带钢图像具有更好的形貌特征,去噪后图像的信噪比有所提高。

## 1 Shearlet 变换

Guo 和 Labate<sup>[12-14]</sup>利用合成小波衍生出 Shearlet 变换,通过膨胀的仿射系统把几何和多尺度分析结合起来。当维数为 2 时,具有合成膨胀的仿射系统形式为:

$$A_{AB}(\psi) = \{\psi_{j,l,k}(x) = |\det A|^{\frac{j}{2}} \psi(B^l A^j x - k) : j, l \in \mathbb{Z}, k \in \mathbb{Z}^2\} \quad (1)$$

式中: $\psi \in L^2(R^2)$ ,  $A$  和  $B$  是  $2 \times 2$  可逆矩阵,矩阵  $A^j$  和  $B^l$  分别与尺度变换和几何变换相关联,并且  $|\det B| = 1$ 。如果  $A_{AB}(\psi)$  满足 Parseval 紧框架条件  $\sum_{j,l,k} |\langle f, \psi_{j,l,k} \rangle|^2 = \|f\|^2$ , 则  $A_{AB}(\psi)$  被称为合成小波, 其中  $f \in L^2(R^2)$ 。当  $A = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  时, 就是剪切波。变量  $j$  为尺度参数,  $l$  为剪切参数,  $k$  为平移参数, 因此剪切波  $\psi_{j,l,k}$  对各尺度、方向、位置均能很好地定位。

对于任意  $\xi$ , 有  $\xi = (\xi_1, \xi_2) \in \hat{R}^2$ ,  $\xi_1 \neq 0$ , 设  $\psi^{(0)}$  为  $\hat{\psi}^{(0)}(\xi) = \hat{\psi}^{(0)}(\xi_1, \xi_2) = \hat{\psi}_1(\xi_1)\hat{\psi}_2\left(\frac{\xi_2}{\xi_1}\right)$ , 其中  $\hat{\psi}$  为  $\psi$  的傅立叶变换,  $\hat{\psi}_1$  和  $\hat{\psi}_2$  满足如下条件: 1)  $\hat{\psi}_1$  为连续小波,  $\hat{\psi}_1 \in C^\infty(R)$ ,  $\text{supp } \hat{\psi}_1 \subset \left[-\frac{1}{2}, -\frac{1}{16}\right] \cup \left[\frac{1}{16}, \frac{1}{2}\right]$ ; 2)  $\|\hat{\psi}_2\|_{L^2} = 1$ ,  $\hat{\psi}_2 \in C^\infty(R)$ ,  $\text{supp } \hat{\psi}_2 \subset [-1, 1]$ 。假设  $\sum_{j \geq 0} |\hat{\psi}_1(2^{-j}\omega)| = 1$ , 且对  $j \geq 0$ , 有  $\sum_{l=-2^{j-1}}^{2^j-1} |\hat{\psi}_2(2^j\omega - l)|^2 = |\omega| \geq \frac{1}{8}$

1,  $|\omega| \leq 1$ , 那么对任何  $(\xi_1, \xi_2) \in D_0$ , 有:

$$\sum_{j=0}^{2^j-1} \sum_{l=-2^j}^{2^j-1} |\hat{\psi}^{(0)}(\xi A_0^{-j} B_0^{-l})|^2 = \sum_{j=0}^{2^j-1} \sum_{l=-2^j}^{2^j-1} |\hat{\psi}_1(2^{-j}\xi_1)|^2 \cdot |\hat{\psi}_2\left(2^j \frac{\xi_2}{\xi_1} - l\right)|^2 = 1 \quad (2)$$

其中,  $D_0 = \{(\xi_1, \xi_2) \in \hat{R}^2 : |\xi_1| \geq \frac{1}{8}, \left|\frac{\xi_2}{\xi_1}\right| \leq 1\}$ 。

函数集  $\{\hat{\psi}^{(0)}(\xi A_0^{-j} B_0^{-l})\}$  构成  $D_0$  的一个剖分(见图 1), 函数集  $\{\psi_{j,k,l}^{(0)}(x) = 2^{\frac{3j}{2}} \hat{\psi}^{(0)}(B_0^l A_0^j x - k) : j \geq 0, -2^j \leq l \leq 2^j - 1, k \in \mathbb{Z}^2\}$  是  $L^2(D_0)^\perp = \{f \in L^2(R^2) : \text{supp } \hat{f} \subset D_0\}$  的紧框架, 并且  $\text{supp } \hat{\psi}_{j,l,k}^{(0)} \subset \{(\xi_1, \xi_2) : \xi_1 \in [-2^{j-1}, -2^{j-4}] \cup [2^{j-4}, 2^{j-1}], \left|\frac{\xi_2}{\xi_1}\right| \leq 2^{-j}\}$ 。

每个元素  $\psi_{j,l,k}$  支撑在梯形对上, 近似大小为  $2^{3j} \times 2^j$ , 方向沿着斜率为  $l2^{-j}$  的直线, 如图 1 所示。

令  $A_1 = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$ ,  $B_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ , 同样可以构造一个  $L^2(D_1)^\perp$  的 Parseval 框架。其中  $D_1$  是垂直锥,  $D_1 = \{(\xi_1, \xi_2) \in \hat{R}^2 : |\xi_2| \geq \frac{1}{8}, \left|\frac{\xi_1}{\xi_2}\right| \leq 1\}$ 。 $\psi^{(1)}$  由公式  $\hat{\psi}^{(1)}(\xi) = \hat{\psi}^{(1)}(\xi_1, \xi_2) = \hat{\psi}_1(\xi_1)\hat{\psi}_2\left(\frac{\xi_2}{\xi_1}\right)$  给定, 则集合  $\{\psi_{j,k,l}^{(1)}(x) = 2^{\frac{3j}{2}} \hat{\psi}^{(1)}(B_1^l A_1^j x - k) : j \geq 0, -2^j \leq l \leq 2^j - 1, k \in \mathbb{Z}^2\}$  构成  $D_1$  的一个剖分。

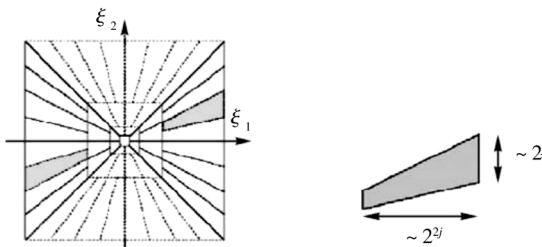


图 1 Shearlet 频域剖分图和频域支撑的抛物线尺寸变化

Fig. 1 The tiling of the frequency plane induced by the shearlet and the frequency support satisfies parabolic scaling

$Z^2\}$  是  $L^2(D_1)$  的 Parseval 框架。

$f \in L^2(R^2)$ , 连续 Shearlet 变换定义为:  $SH_u f(j, l, k) = \langle f, \psi_{j, l, k}^{(d)} \rangle$ , 其中  $j \geq 0, k \in Z^2, -2^j \leq l \leq 2^{j-2} - 1, d = 0, 1$ 。图像  $f$  可以由其对应的剪切波变换进行重构, 其重构公式为:

$$f(x) = \int_{R^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{+\infty} \langle f, \psi_{j, l, k} \rangle \psi_{j, l, k} \frac{dj}{j^3} dl dk \quad (3)$$

## 2 改进自适应全变差正则化的模型

全变分正则化模型(TV)是 Rudin 在 1992 年提出的<sup>[15]</sup>, 实质是各向异性扩散, 在去噪时能很好地保护图像边缘, 但有时会将噪声当成边缘产生假边缘。调和模型的  $L^2$  范数的去噪模型<sup>[16]</sup>是各向同性扩散的, 在去噪的同时边缘会模糊。广义 TV 模型  $L^p (1 < p < 2)$  是 SONG 等在调和与 TV 模型的基础上提出来的<sup>[17]</sup>, 能有效解决假边缘的问题, 在去噪的同时能很好保持边缘, 但  $p$  的客观选取严重影响该模型的去噪效果。针对广义 TV 模型  $L^p$  的不足, 提出了改进自适应的正则化的全变分模型。该模型根据噪声图像的信噪比来设计预处理的高斯滤波器, 计算图像中每一像素点的梯度值来确定  $p$  值, 自适应选取去噪模型使其在接近边缘就选择保边较好的 TV 模型, 当远离边缘就自动选取平滑较好的调和模型, 从而有效克服全变分模型引入的阶梯效应, 减少将噪声当成假边缘的可能性与  $p$  值主观选取的敏感性。

设  $u_0(x)$  为含噪图像,  $u(x)$  为待求去噪图像,  $f(x)$  为原始图像,  $n(x)$  为噪声, 则含噪图像的数学模型为:

$$u_0(x) = f(x) + n(x) \quad (4)$$

为了能够从  $u_0(x)$  中更好地恢复  $f(x)$ , 全变差最小化思想提出了式(5)的去噪模型:

$$\min_u \left\{ \frac{1}{p} \int_{\Omega} |\nabla u|^p dx + \frac{\lambda}{2} \int_{\Omega} |u - u_0|^2 dx \right\} \quad (1 < p < 2) \quad (5)$$

式(5)中: 第一项称为正则项, 它通过控制 TV 范数保护图像的边缘特征, 有平滑图像的作用; 第二项称为逼近项, 它控制图像  $u(x)$  和  $f(x)$  的逼近程度, 有使图像去噪前后差别不大的作用。正则化参数  $\lambda$  有调节逼近项的作用,  $\Omega$  为图像区域。

利用变分法得到式(5)相应的 Euler-Lagrange 方程:

$$-\operatorname{div}(|\nabla u|^{p-2} \nabla u) + 2\lambda(u - u_0) = 0 \quad (6)$$

采用时间演化法, 则相应的偏微分方程为:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \operatorname{div}\left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|^{2-p}}\right) - 2\lambda(u - u_0) \quad (7)$$

Rudin 等提出的 ROF 去噪模型中, 正则化参数  $\lambda$  的选取与初始加入的噪声方差有关, 相应  $\lambda$  的表达式为:

$$\lambda = \frac{\int_{\Omega} \operatorname{div}\left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|^{2-p}}\right)(u - u_0) dx}{2 \int_{\Omega} (u - u_0)^2 dx} \quad (8)$$

为了进一步减少阶梯效应, 有文献提出自适应插值函数的形式为<sup>[18-19]</sup>:

$$p = 1 + \frac{1}{1 + k |\nabla G_{\sigma} \cdot u_0|^2} \quad (9)$$

式中,  $G_{\sigma} (\sigma > 0)$  为高斯滤波器。该滤波器的选取与图像信噪比的高低有关, 其目的是去除部分噪声, 以降低将噪声当成假边缘的可能性。

选择如下的自适应差值函数:

$$p = \begin{cases} 2 & |\nabla u| < \beta_1 \\ 1 + \frac{1}{1 + k |\nabla G_{\sigma} \cdot u_0|^2} & \beta_1 \leq |\nabla u| \leq \beta_2 \\ 1 & |\nabla u| > \beta_2 \end{cases} \quad (10)$$

每次迭代中, 首先求出图像各点梯度模值, 若梯度模值小于  $\beta_1$ ,  $p=2$ , 则该点处于平滑区, 为各向同性扩散模型; 若梯度模值在  $\beta_1$  和  $\beta_2$  之间, 则采用自适应模型; 若梯度模值大于  $\beta_2$ ,  $p=1$ , 则该点处于边缘区, 为 TV 模型。

## 3 带钢图像去噪模型

根据上述建立的数学模型, 给出原始图像的 Shearlet 硬阈值估计与估计图像迭代修正的带钢图像去噪两步算法。算法的步骤描述如下。

1) 原始图像的 Shearlet 硬阈值估计。

(1) 对含噪图像  $u_0(x)$  进行 Shearlet 变换的分解, 得到低频系数和各个尺度下的高频系数。

(2) 对各个尺度下的高频系数利用式(11)进行硬阈值去噪, 其中阈值  $\lambda = 3\sigma$ , 各尺度子带的噪声方差  $\sigma$  采用 Monte-Carlo<sup>[20]</sup>方法进行估算, 从而得到去噪后的高频系数。

$$T(x) = \begin{cases} x & \tilde{u}|x| > \lambda \\ 0 & \tilde{u}|x| \leq \lambda \end{cases} \quad (11)$$

(3) 将去噪后的高频系数和分解得到的低频系数由式(3)进行 Shearlet 变换的图像重构, 得到估计图像  $\hat{u}(x)$ 。

2) 估计图像  $\hat{u}(x)$  的迭代修正。

(1) 根据(8)式求取正则化参数  $\lambda$ , 初值  $u^1 = \hat{u}$ 。

(2) 进行迭代求解:

$$\begin{cases} u^{n+1} = u^n + \Delta t \left[ \operatorname{div} \left( \frac{\nabla u^n}{|\nabla u^n|^{2-p}} \right) - 2\lambda^n (u^n - u_0) \right] \\ \lambda^{n+1} = \frac{\int_{\Omega} \operatorname{div} \left( \frac{\nabla u^{n+1}}{|\nabla u^{n+1}|^{2-p}} \right) (u^{n+1} - u_0) dx}{2 \int_{\Omega} (u^{n+1} - u_0)^2 dx} \end{cases} \quad (12)$$

(3) 根据去噪前后的图像能量差确定迭代停止时刻  $\int_{\Omega} |u^{n+1} - u^n| dx < \varepsilon_0$ 。 $u^n$  为第  $n$  次迭代的结果,  $\varepsilon_0$  为一任意小的常数, 把满足上述条件的时刻作为迭

代停止时刻, 否者返 2) 进行迭代修正。

去噪算法的基本思路如图 2 所示。

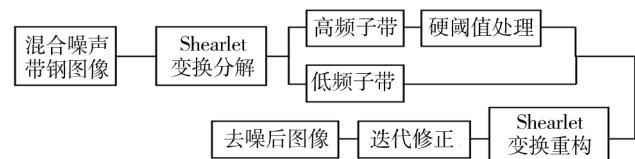


图 2 去除混合噪声的算法流程图

Fig. 2 Algorithm flow chart of mixed noise removal

## 4 算法对带钢图像去噪的仿真实验

为了说明方法的有效性, 从国内某大型冷轧薄板厂采集了大量的带钢图像样本, 并在 Visual C++ 平台上进行仿真去噪处理, 实验中时间步长  $\Delta t=0.1$ , 阈值  $\varepsilon_0=5$ 。进行了三种情况下的实验: 1) 在原来的带钢图像上添加一种 15% 颗粒噪声; 2) 添加 15% 泊松 + 15% 颗粒的两种混合噪声; 3) 添加 15% 高斯 ( $\sigma=20$ ) + 15% 泊松 + 15% 颗粒的三种混合噪声。实验中对本文算法和小波去噪进行了降噪的对比与分析, 带钢图像的处理效果见图 3。

从图 3a, b, c 中的小波去噪情况来看, 随着噪声种类与污染程度的增加, 去噪效果不太令人满意, 带

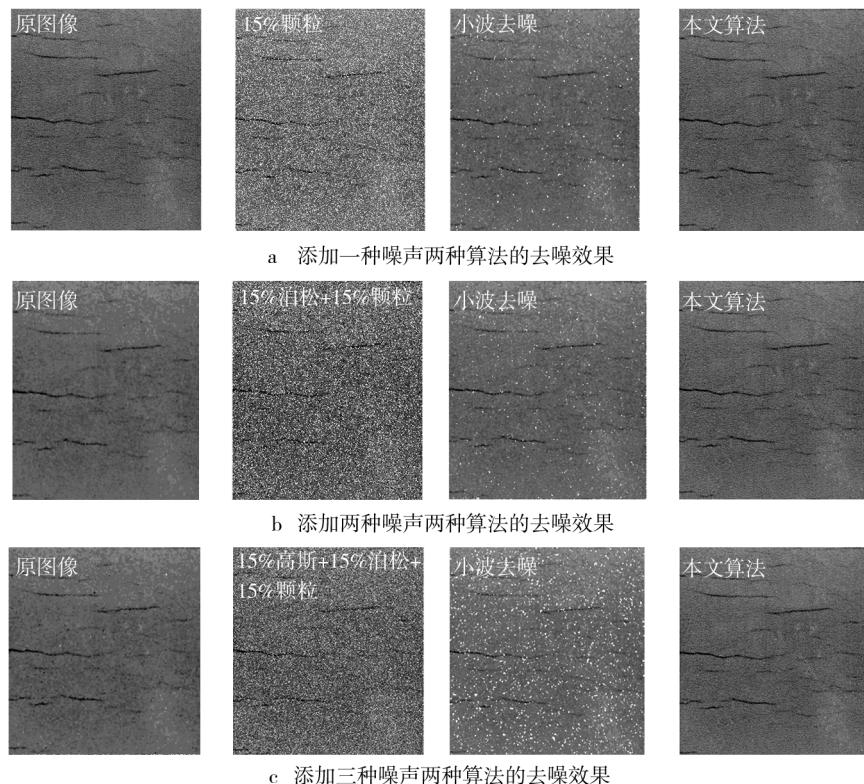


图 3 对混合噪声的处理效果

Fig. 3 The treatment effect of mixed noises

钢缺陷图像的抬头纹边缘细节与纹理区域出现了模糊与不连续的情况,去噪后的图像出现了伪吉布斯现象。在同样的条件下,从图 3a,b,c 中的本文算法去噪情况来看,由于新的算法能够对带钢图像进行最优稀疏表示且产生最优逼近,三种情况去噪后的图像都具有良好的形貌特征,随着噪声种类与污染程度的增加,去噪效果稳定,带钢缺陷图像的抬头纹边缘细节与纹理特征很好地保留了下来,避免了伪吉布斯现象的产生,去噪效果有很大的提高。针对复杂背景环境下的带钢图像,本算法的处理优势更加明显,具有更好的降噪性能。

除了图像恢复性能的主观感知外,提取客观的评价指标——峰值信噪比(PSNR)、均方误差(MSE)和平均绝对值误差(MAE)<sup>[21]</sup>作为评估算法降噪性能及细节保护性能的标准,逐渐增加噪声的污染程度与噪声的种类进行实验。表 1 给出了当带钢图像添加 5%, 15%, 25% 的三种噪声干扰密度时,新算法去噪后和小波去噪后的图像数据对比,可以分析出 PSNR 增加的幅值较大, MSE 下降的幅值较大,表明本文算法优于小波去噪算法。这与视觉的观察结果吻合,说明了本算法对带钢混合噪声的滤波效果更为理想。

表 1 不同噪声干扰密度下的滤波器客观评价对比

Tab. 1 Objective evaluation criteria of the filter under different noise density

噪音构成	性能参数	5%		15%		25%	
		小波去噪	本文算法	小波去噪	本文算法	小波去噪	本文算法
颗粒	PSNR	22.3230	23.3583	16.6536	22.5202	13.7560	21.2877
	MSE	380.8698	300.0861	1405.1514	363.9644	2738.2981	483.4030
	MAE	20.5404	11.8772	20.5404	12.7186	28.7554	13.8673
颗粒+泊松	PSNR	22.4162	23.3087	18.3659	20.9240	16.1425	22.5216
	MSE	372.7873	303.5388	947.3079	525.6262	1580.6483	363.8476
	MAE	13.2159	11.9563	17.3566	14.5220	21.3846	12.7711
颗粒+泊松+高斯( $\sigma=20$ )	PSNR	22.3625	23.2683	18.3368	20.9725	10.3217	19.5575
	MSE	377.4219	306.3717	935.6849	519.7981	6038.1787	5719.1670
	MAE	13.2591	11.9772	17.3699	14.4837	51.7454	49.5717

## 5 结语

文中提出了一种结合 Shearlet 变换和改进自适应全变差模型的带钢图像去噪算法,该算法在分离带钢图像噪声的同时,能更好地保护带钢图像的细节,客观评价去噪带钢图像的 PSNR 值有很大的提高,MSE 值呈现明显下降。这说明采用该算法对含复杂噪声的带钢图像去噪具有很好的普遍性、稳定性和自适应性,能够有效地保护细节信息,对混合噪声有很好的抑制能力。

## 参考文献

- [1] 韩绍玉(译).热冷带钢上下表面的检测[J].国外钢铁,1991(10):57—58.  
HAN Shao-yu. The Detection of up down on Hot and Cold Strip Surface[J]. Foreign Steel,1991(10):57—58.
- [2] STROM Y. Automatic Surface Inspection of Continuously Cast

- Billets [J]. Ironand Steel Engineer,1992,69(5): 29—33.
- [3] SURESH B R, FUNDAKOWSKI R A, LEVITT T S. A Real-time Automated Visual Inspection System for Hot Steel Slabs[J]. IEEE Trans Pattern Anal Machine Intell, 1983, 5(6):553—572.
- [4] DONOHO D L. De-noising by Soft-thresholding [J]. IEEE Trans Information Theory, 1995, 41(3):613—627.
- [5] CANDES E J, DONOHO M N. New Tight Frames of Curvelets and Optimal Representations of Objects with Piecewise Singularities [J]. Communications on Pure and Applied Mathematics, 2004, 57(2):216—266.
- [6] DONOHO M N, VETTERLI M. Contourlets: a Directional Multiresolution Image Representation [J]. Proceedings of IEEE International Conference on Image Processing, 2002: 357—360.
- [7] 炊明伟,冯有前,王威,等.非下采样 Contourlet 变换在表面形貌评定中的应用[J].表面技术,2013,42(1):123—126.  
CUI Ming-wei, FENG You-qian, WANG Wei, et al. The Application of Nonsubsampled Contourlet Transform in Surface

- Topography Evaluation [J]. Surface Technology, 2013, 42(1):123—126.
- [8] GUO K, LAHATE D. Optimally Sparse Multidimensional Representation Using Shearlets[J]. SIAM Journal on Mathematical Analysis, 2007, 39(1):298—318.
- [9] RUDIN L I, OSHER S, FATEMI E. Nonlinear Total Variation Based Noise Removal Algorithms [J]. Physica D, 1992, 60(1/2/3/4):259—268.
- [10] CHAN T F, ZHOU H M. Total Variation Improved Wavelet Thresholding in Image Compression [C]//Proc of the 7th International Conference on Image Processing. Vancouver, Canada: IEEE Computer Society, 2000:391—394.
- [11] EASLEY G R, LABATE D, COLONNA F. Shearlet-based Total Variation Diffusion for Denoising[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2009, 18(2):260—268.
- [12] GUO K, LABATE D, LIM W Q, et al. Wavelet with Composite Dilations and Their MRA Properties[J]. Appl Comput Harmon Anal, 2006, 20(2):202—236.
- [13] GUO K, KUTYNIOK G, LABATE D. Sparse Multidimensional Representations Using Anisotropic Dilation and Shear Operators[C]//Proceedings of the International Conference on the Interactions between Wavelets and Splines. Athens: GA, 2005:16—19.
- [14] EASLEY G, LABATE D, WANG Q L. Sparse Directional
- Image Representations Using Discrete Shearlet Transform [J]. Appl Comput Harmon Anal, 2008, 25(1):25—64.
- [15] RUDIN L I, OSHER S, FATEMI E. Nonlinear Total Variation Based Noise Removal Algorithms[J]. Physica D, 1992, 60(1/2/3/4):259—268.
- [16] AUBERT G, KORNPROBST P. Mathematical Problems in Image Processing: Partial Differential Equations and the Calculus of Variations[M]. New York: Springer, 2009.
- [17] SONG Bing. Topics in Variational PDE Image Segmentation, Inpainting and Denoising[D]. Los Angeles: University of California, Los Angeles, 2003.
- [18] BLOMGREN P V. Color TV: Total Variation Method for Restoration of Vector-Valued Images[D]. Los Angeles: University of California, Los Angeles, 1998.
- [19] YUNME I C, LEVINE S, MURALI I R. Variable Exponent Linear Growth Functionals in Image Restoration[J]. SIAM Applied Mathematics, 2006, 66(4):1383—1406.
- [20] PO D D-Y, DO M N. Directional Multiscale Modeling of Images Using the Contourlet Transform[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2006, 15(6):1610—1620.
- [21] SMOLKA B, GHYDZINSKI A. Fast Detection and Impulsive Noise Removal in Color Images [J]. Real-time Imaging, 2005, 11(5/6):389—402.

(上接第 94 页)

- [9] YAO W J, ZENG X B, PENG W B, et al. The Precombination Layer in Tunnel Junctions for Micromorph Tandem Solar Cells[J]. Chin Phys, 2011, 20(7):078401.
- [10] QU X S, ZHANG S S, BAO H Y, et al. The Effect of InAs Quantum-dot Size and Interdot Distance on GaInP/GaAs/GaInAs/Ge Multi-junction Tandem Solar Cells[J]. Journal of Semiconductors, 2013, 34(6):062003.
- [11] 贾影, 李健, 闫君. 用 Zn 掺杂和热处理改善 SnS 薄膜的电学特性[J]. 功能材料, 2013(8):1081—1085.  
JIA Ying, LI Jian, YAN Jun. Electrical Characterization Improvement of the Zn-doped and Heat-treatment to SnS Thin Films [J]. Journal of Functional Materials, 2013 (8): 1081—1085.
- [12] REDDY N K, REDDY K T R, FISHER G, et al. The Structural Behaviour of Layers of SnS Grown by Spray Pyrolysis[J]. Journal Physics D: Applied Physica, 1999, 32(9):988—991.
- [13] 程树英, 陈岩清, 钟南保, 等. 阴极恒电位法电沉积 SnS 薄膜的性能研究[J]. 太阳能学报, 2006(7):695—699.  
CHEN Shu-ying, CEHN Yan-qing, ZHONG Nan-bao, et al. Research on Properties of SnS Films Prepared by Constant-potential Cathodic Electrodeposition[J]. Acta Energiae Solari Sinica, 2006(7):695—699.
- [14] 朱春燕, 朱昌. 磁控反应溅射 AlN 薄膜光学性能研究[J]. 表面技术, 2008, 37(1):17—19.  
ZHU Chun-yan, ZHU Chang. The Optical Properties of AlN Film by Magnetron Reactive Sputtering[J]. Surface Technology, 2008, 37(1):17—19.
- [15] AARON G, HORACIO M, MANUELA C R, et al. A Study of the Structural, Optical and Electrical Properties of SnS Thin Films Modified by Plasma[J]. Journal of Materials Science and Engineering, 2013, B3(6):352—358.
- [16] 韦美琴, 张光胜, 姚文杰. 溶胶-凝胶法制备掺铝氧化锌薄膜[J]. 表面技术, 2007, 36(4):34—36.  
WEI Mei-qin, ZHANG Guang-sheng, YAO Wen-jie. Aluminum-doped ZnO Thin Films by the Sol-Gel Method[J]. Surface Technology, 2007, 36(4):34—36.
- [17] 王洪森, 赵玉辉. ZnO : Si 透明导电薄膜厚度对其光电性能的影响[J]. 表面技术, 2014, 43(1):21—24.  
WANG Hong-sen, ZHAO Yu-hui. Impact of Film Thickness on Photoelectric Properties of Transparent Conductive Silicon Doped ZnO Thin Films[J]. Surface Technology, 2014, 43(1):21—24.