# 轴重和摩擦力对轮轨接触疲劳的影响

### 曹世豪, 江晓禹, 文良华

(西南交通大学 力学与工程学院,成都 610031)

摘 要:目的 了解钢轨表面存在裂纹时的轮轨接触问题。方法 采用有限元分析软件 ANSYS,获得不同裂纹位置的应力强度因子。结果 裂纹在接触斑边缘的位置时,应力强度因子  $K_{\parallel}$  最大;随着轴重的增加,应力强度因子  $K_{\parallel}$  增加,而应力强度因子  $K_{\parallel}$  先增加,后减小;考虑摩擦力( $\mu$ =0.3)时,相对于无摩擦,  $K_{\parallel}$  和  $K_{\parallel}$  都明显增加,且  $K_{\parallel}$  所占  $K_{\parallel}$  的比例提高了 15%。结论 车轮在钢轨上滚动时,轮轨间的轴重和摩擦力是影响钢轨疲劳的重要因素,轴重的提高会明显加剧钢轨疲劳,而摩擦力的影响建立在轴重的基础上.并使轴重的影响加剧。

关键词:轮轨接触:轴重:摩擦力:裂纹:ANSYS

中图分类号: TG111.8 文献标识码: A 文章编号: 1001-3660(2013)06-0010-05

## Influence of Axle Load and Friction on the Fatigue of Wheel/Rail Contact

CAO Shi-hao, JIANG Xiao-yu, WEN Liang-hua

(School of Mechanics and Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

**ABSTRACT:** Objective To analyze the contact problem of wheel/rail with surface crack. Methods Using the finite element analysis software ANSYS, stress intensity factors at the crack tip on rail surface were obtained for different locations of crack. Results The stress intensity factor  $K_1$  reached its maximum when the location of crack was at the edge of the contact area. The stress intensity factor  $K_1$  increased with the increase of axle load, but the stress intensity factor  $K_1$  first increased and then decreased. When the friction ( $\mu$ =0.3) was taken into account, both the  $K_1$  and  $K_1$  increased significantly as compared to the calculation excluding friction, and the proportion of  $K_1$  in  $K_1$  increased by 15%. Conclusion When the wheel is pure rolling on the rail, both the axle load and the friction are important factors affecting the fatigue of the rail. The increase of axle load leads to significant increase in rail fatigue, while the friction intensifies the effect of axle load on the rail fatigue since the influence of friction is based on the axle load.

**KEY WORDS**; wheel/rail contact; axle load; friction; crack; ANSYS

轮轨接触疲劳是指轮轨接触过程中,在接触区,由于车轮对钢轨的循环力作用,钢轨表面或次表面形成微裂纹,随后微裂纹扩展,导致钢轨表面大块剥离,甚至发生断裂<sup>[1]</sup>。世界各国对轮轨接触疲劳进行了大量的分析研究,关于产生机理则说法不一。P. E. Bold 等

认为<sup>[2]</sup>,滚动接触疲劳是因棘轮效应产生塑性累积变形,最后因累积变形达到材料的韧性极限,导致产生裂纹。D. T. Eadie 等认为<sup>[3]</sup>,轮轨表面较高的摩擦力造成材料塑性流动,从而产生疲劳。B. Alfredsson 和 M. Olsson 认为<sup>[4-5]</sup>,裂纹产生于表面粗糙引起的高应力

收稿日期: 2013-07-19; 修订日期: 2013-08-24 **Received**: 2013-07-19; **Revised**: 2013-08-24

基金项目: 国家自然科学基金重点项目资助(U1134202/E050303)

Fund: Supported by the Key Program of the National Natural Science Foundation of China (U1134202/E050303)

作者简介: 曹世豪(1988—),男,河南焦作人,硕士,主要研究方向为轮轨接触疲劳。

Biography: CAO Shi-hao (1988-), Male, from Jiazuo, Henan, Master, Research focus: fatigue of wheel/rail contact.

区域。江晓禹等研究得出[6-8],对于有表面微观粗糙度的轮轨接触区,钢轨表面存在严重的压应力和较大的残余拉应力,这些残余拉应力可能是造成钢轨表面微观裂纹形成或扩展的重要因素;并且降雨或油等液态介质粘附在粗糙表面的凹陷部位,大大加快了钢轨的疲劳破坏速度。

随着铁路客货运量的增大和列车速度的提高,轮轨滚动接触疲劳破坏变得越来越严重,尤其是高速重载线路,这不仅大大增加了铁路的运营成本,而且直接危害行车安全。每年铁路部门都要花费巨资对钢轨进行打磨,虽然打磨可以有效控制和消除钢轨的疲劳裂纹,但是过度、频繁的打磨会增加钢轨的维修费用。通过对存在表面裂纹的钢轨断裂疲劳性能进行研究,能够清晰地认识钢轨的疲劳断裂机理,进而改进钢轨的抗疲劳性能,延长钢轨的使用寿命,这样既能减少经营成本,又能降低运行风险。

## 1 断裂疲劳理论

疲劳裂纹扩展的大量研究和实验表明,对于存在一定尺寸裂纹或缺陷的材料和构件,裂纹并非在任意交变应力幅值下都会扩展,只有当裂纹尖端的应力强度因子达到或超过某一值时,裂纹才会在交变应力的作用下扩展,这一应力强度因子幅值称为疲劳裂纹扩展的门槛值  $\Delta K_{\rm h}$ 。

由图 1 所示的曲线可知, 裂纹的扩展大致可以划分为三个阶段。在第 I 阶段, 应力强度因子幅值  $\Delta K$  小于门槛值  $\Delta K_{\text{th}}$ , 裂纹基本上不扩展; 随着  $\Delta K$  继续增大, 当  $\Delta K > \Delta K_{\text{th}}$ , 裂纹扩展进入第 II 阶段; 当应力强度因子幅值  $\Delta K$  再继续增大, 超过第 II 阶段的转折点  $B_2$  而进入第 III 阶段,这时的  $\Delta K_{\text{max}}$ 已经接近于材料的断裂韧性  $K_c$ , 裂纹扩展将急剧增快,直到断裂。

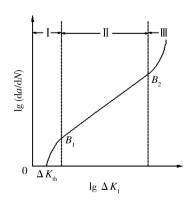


图 1 疲劳裂纹扩展的  $\lg (da/dN)$ - $\lg \Delta K_1$  关系 Fig. 1 Relationship between  $\lg (da/dN)$  and  $\lg \Delta K_1$  during the expanding of the fatigue crack

# 2 不同轴重的轮轨接触荷载

列车运行时,车轮不仅相对钢轨作滚动,而且伴随 纵向和横向滑动;此外,轮轨接触表面与轮对轴线间角 度的变化还会导致车轮在滚动过程中相对钢轨作自旋 运动;所以,轮轨之间存在着复杂的作用力<sup>[9]</sup>。载荷大 小、轮轨接触表面状态(表面粗糙度、温度)、轮轨型面 等因素都会影响轮轨之间的作用力。

本实验中, 车轮在钢轨上作纯滚动, 轮轨为磨耗型, 且轮轨之间的摩擦系数为 0.3, 可以得出不同轴重的车轮作用在钢轨上的法向接触压力和切向接触摩擦力, 如图 2 所示。

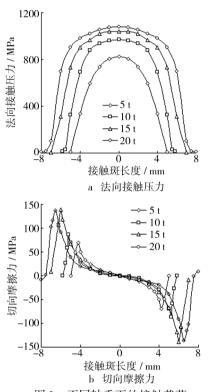


图 2 不同轴重下的接触载荷

Fig. 2 Contact stress under different axle load

# 3 有限元模拟

## 3.1 模拟条件的确定

研究直径为 900 mm 的车轮作用在钢轨上,钢轨 表面存在裂纹,如图 3 所示。钢轨材料取 U71 Mn 钢,其力学性能见表  $1^{[10]}$ 。

表 1 U71Mn 钢的力学性能 Tab. 1 Mechanical properties of U71Mn steel

弹性 模量 /GPa	泊松 比	屈服 极限 /MPa	切向 模量 /GPa	门槛值 /(MPa·m <sup>0.5</sup> )	断裂韧性 /(MPa·m <sup>0.5</sup> )
210	0.3	550	21	2.2	47

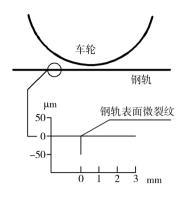
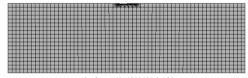


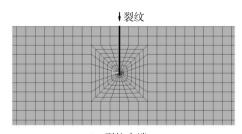
图 3 含裂纹的轮轨接触示意

Fig. 3 Sketch of rail/wheel contact with crack

根据我国铁路主要干线所用钢轨类型的实际状况,本实验的钢轨类型以 60 kg/m 钢轨为基准。模型采用二维轮轨接触模型,且为平面应变问题。钢轨的有限元模型高 176 mm,长 600 mm。裂纹垂直于钢轨表面,长度为 50 μm,位于模型上表面中间。在不考虑轨枕影响的情况下,钢轨下端采取全约束。裂纹附近以及荷载作用区域单元尺寸为 10 μm,钢轨两边以及底边的单元尺寸为 10 mm。划分网格后,整个钢轨模型的单元数量为 141 126 个,节点数量为 413 625 个。整体有限元模型以及裂纹尖端局部有限元模型如图 4 所示。



a 含表面微裂纹的钢轨



b 裂纹尖端

图 4 有限元模型

Fig. 4 Finite element model

轮轨接触疲劳分析包含庞大的单元数量,并且接触问题存在高度的边界非线性,同时还需考虑材料的弹塑性,因此该问题的求解需要大量迭代过程,极不容易收敛。为了减少计算量,节省计算时间,本次模拟将轮轨接触疲劳分析分为轮轨的接触分析和钢轨的疲劳分析两块,依次进行。首先通过轮轨接触分析计算出轮轨间的接触应力,随后在进行钢轨疲劳分析时,将前面计算的连续分布接触应力以节点力的形式施加在模型上,以此力的作用等效车轮对钢轨的作用。车轮在钢

轨上的滚动效果通过荷载在模型上的位置移动来实现。

### 3.2 车轮滚过钢轨表面的裂纹

车轮作用在钢轨表面时,法向挤压和水平方向摩擦力的作用会引起裂纹面的张开或者挤压作用效果,如图 5 所示。当车轮临近或远离裂纹时,车轮对钢轨的挤压对裂纹产生拉伸作用,使得裂纹张开;当车轮压在裂纹上时,裂纹面存在相互挤压作用,使得裂纹闭合。

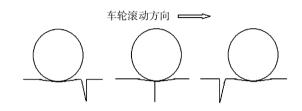
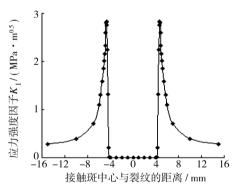


图 5 车轮经过裂纹过程中的裂纹变化 Fig. 5 Variation of crack during the contact of the wheel with different locations of the rail

轴重为 5 t 的车轮经过钢轨表面裂纹的过程中,其裂纹尖端的应力强度因子  $K_{I}$  ,  $K_{I}$  的变化趋势如图 6 所示。由于裂纹垂直于钢轨表面,轮轨接触荷载基本呈对称性,因此  $K_{I}$  和  $K_{II}$  的变化趋势也基本呈对称性。应力强度因子  $K_{I}$  开始变化较平缓,当接触斑边缘接近裂纹时, $K_{I}$  急剧增加,在很短的距离内达到最大,最大值发生在接触斑边缘距离裂纹 0.35 mm 的位置,其值



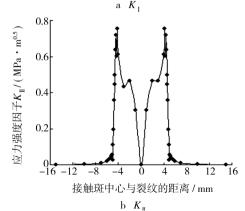


图 6 车轮经过裂纹过程中  $K_{\parallel}$  和  $K_{\parallel}$  的变化 Fig. 6 Variation of  $K_{\parallel}$  and  $K_{\parallel}$  during the contact of the wheel with the crack

为 2. 83 MPa·m<sup>0.5</sup>。应力强度因子  $K_{II}$  的最大值发生在接触斑边缘距离裂纹 0. 8 mm 的位置,其值为 0. 75 MPa·m<sup>0.5</sup>,但是  $K_{II}$  会在 0. 5~1 mm 的范围内发生跳动,并且接触斑压在裂纹上时, $K_{II}$  不为 0。也就是说,轮轨接触的疲劳裂纹为张开型和滑开型复合型裂纹。接触斑压在裂纹上时,裂纹以滑开型为主;接触斑远离裂纹时,裂纹以张开型为主。不过, $K_{II}$  相对于  $K_{II}$  要小得多,属于次要因素,因此可以说轮轨接触疲劳以张开型为主。

### 3.3 轴重对钢轨疲劳的影响

U71Mn 钢轨存在长度为 50  $\mu$ m 的表面裂纹,不同轴重的车轮做纯滚动通过该钢轨的过程中,裂纹尖端的应力强度因子  $K_1$  和  $K_1$  的变化趋势如图 7 所示。对于不同轴重的荷载,当接触斑压在裂纹上时, $K_1$  基本都为 0,也就是裂纹处于闭合状态;随后裂纹张开, $K_1$  在极短的距离内达到最大值;之后,随着接触斑与裂纹间距离的增加, $K_1$ 逐渐减小,距离足够远时,裂纹重新闭合。

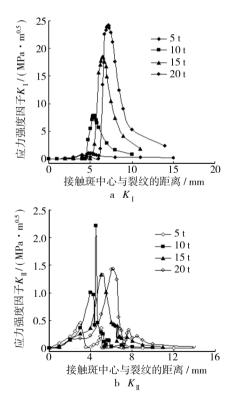


图 7 不同轴重下的  $K_{I}$  和  $K_{II}$  变化情况

Fig. 7 Variation of  $K_{\mathrm{I}}$  and  $K_{\mathrm{II}}$  under different axle load

由图 7a 可知,在 5,10,15,20 t 轴重作用下,应力强度因子  $K_{\rm I}$  的最大值分别为 1.03,7.82,18.54,24.16 MPa·m<sup>0.5</sup>,发生在接触斑的边缘与裂纹相距 0.05,0.45,0.50,0.80 mm 的地方。可以看出,随着轴重的增加, $K_{\rm I}$  最大值急剧增加,从 5 t 到 10 t,10 t 到 15 t,依次增加了 659% 和 137%。原因是随着轴重的增加,

轮轨接触应力增加。但是从 15 t 到 20 t, 只增加了 30%, 可见当轴重增加到一定程度,接触应力峰值增加 不大,这是因为更多的是增加了接触斑的长度,致使接触疲劳增加缓慢。从  $K_1$  最大值发生的位置可以看出, 裂纹最危险位置基本都在接触斑边缘, 其范围为接触 斑边缘与裂纹相距  $0 \sim 1~\mathrm{mm}$ 。

由图 7b 可知,在 5,10,15,20 t 轴重作用下,应力强度因子  $K_{II}$  的最大值分别为 0.46,2.22,1.33,1.43 MPa·m<sup>0.5</sup>,发生在接触斑压在裂纹上,接触斑边缘与裂纹相距 2.0,1.3,2.0,1.8 mm 的地方。可以看出,随着轴重的增加, $K_{II}$  的最大值变化趋势与  $K_{II}$  不同,轴重为 10 t 时, $K_{II}$  最大值最高,并且车轮滚过整个裂纹的过程中,应力强度因子  $K_{II}$  往往有 2~3 个峰值,变化比较凌乱,规律性不强。

综合图 7a,b 可知,钢轨的疲劳裂纹属于张开型和滑开型同时存在的复合型裂纹,而  $K_{II}$  远远小于  $K_{II}$  ,说明钢轨的裂纹扩展以张开型为主。

### 3.4 摩擦力对轮轨接触疲劳的影响

实际上,车轮在钢轨表面运行时,都伴随着水平摩擦力的影响。本实验在考虑水平摩擦力( $\mu$ =0.3)的作用下,研究 5,10,15,20 t 四种轴重的车轮经过裂纹的过程,裂纹尖端的应力强度因子  $K_{\rm I}$  和  $K_{\rm II}$  的变化如图 8 所示。

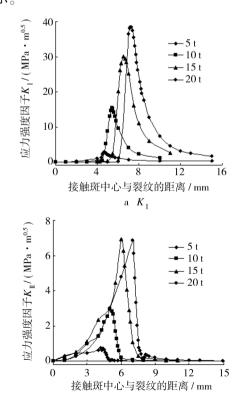


图 8 不同轴重下的  $K_{\rm I}$  和  $K_{\rm II}$  变化情况( $\mu$ =0.3) Fig. 8 Variation of  $K_{\rm I}$  and  $K_{\rm II}$  under different axle load( $\mu$ =0.3)

由图 8a 可知,在 5,10,15,20 t 轴重作用下,应力强度因子  $K_1$  的最大值分别为 2.83,15.4,30.1,38.4 MPa·m<sup>0.5</sup>,发生在接触斑的边缘与裂纹相距 0.35,0.45,0.50,0.80 mm 的地方。可以看出,随着轴重的增加, $K_1$ 最大值呈增加趋势,5 t 到 10 t 增加 444%,10 t 到 15 t 增加 96%,15 t 到 20 t 增加 27.6%。

由图 8b 可知,在 5,10,15,20 t 轴重作用下,应力强度因子  $K_{II}$  的最大值分别为 0.45,2.97,6.93,6.85 MPa·m<sup>0.5</sup>,发生在接触斑的边缘与裂纹相距 0.80,0.85,1.0,1.1 mm 的地方。可以看出,随着轴重的增加, $K_{II}$  的最大值变化趋势与  $K_{II}$  不同,先急速增加,后略有减小。

如图 9a 所示,最大应力强度因子  $K_{\rm I \ max}$  随着轴重的增加呈递增趋势。轮子做纯滚动的条件下,对于各轴重下的  $K_{\rm I \ max}$ 而言,均是有摩擦力( $\mu$ =0.3)时比无摩擦力时明显增加,5 t 下的  $K_{\rm I \ max}$  增加了 175%,10 t 下的  $K_{\rm I \ max}$  增加了 96%,15 t 下的  $K_{\rm I \ max}$  增加了 62.7%,20 t 下的  $K_{\rm I \ max}$  增加了 58.7%。虽然从增长比例上看,随着轴重的增加, $K_{\rm I \ max}$  的增长有减弱的趋势,但是大轴重下的摩擦力致使  $K_{\rm I \ max}$  的增加值要比小轴重下的大得多。

如图 9b 所示,随着轴重的增加,最大应力强度因子  $K_{\text{max}}$ 先增加,随后减小。在无摩擦力时,10 t 轴重

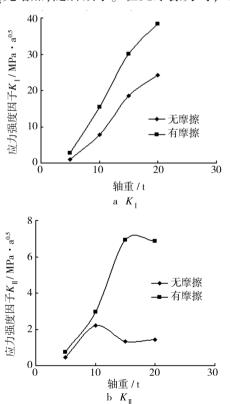


图 9 不同轴重下的  $K_{\text{I} \text{ max}}$  和  $K_{\text{II} \text{ max}}$  变化情况 Fig. 9 Variation of  $K_{\text{I} \text{ max}}$  and  $K_{\text{II} \text{ max}}$  under different axle load

作用下的  $K_{\text{II} max}$  值最大; 而考虑摩擦力的影响时, 15 t 轴重作用下的  $K_{\text{II} max}$  值最大。很明显,摩擦力对  $K_{\text{II}}$  的影响随着轴重的增加变得越发严重。对于钢轨这种复合型疲劳裂纹,在无摩擦力时, $K_{\text{II}}$  占  $K_{\text{II}}$  的比例大概在 5%; 而在考虑摩擦力时, $K_{\text{II}}$  占  $K_{\text{II}}$  的比例大概在 20% 左右,此时  $K_{\text{II}}$  明显不可忽略。

表 1 中的数据显示, U71 Mn 钢轨的门槛值为 2.2 MPa·m<sup>0.5</sup>, 断裂韧性为 47 MPa·m<sup>0.5</sup>。在不考虑摩擦力时,5 t 的轴重作用下,最大应力强度因子  $K_{I max}$  为 1.03 MPa·m<sup>0.5</sup>, 小于裂纹扩展门槛值, 说明在此荷载作用下,钢轨裂纹不会扩展,是绝对安全的;而 10,15,20 t 轴重作用下的  $K_{I max}$ 都大于门槛值, 说明钢轨疲劳裂纹会在循环接触荷载的作用下不停扩展。在考虑摩擦力时, 四种轴重荷载下的  $K_{I max}$ 都大于门槛值, 也就是说钢轨裂纹在此四种荷载作用下都会扩展, 尤其是在 20 t 轴重作用下的  $K_{I max}$ 已经与断裂韧性相接近了, 也许裂纹经过很短时间的扩展, 就会进入快速扩展, 这种情况是很危险的。

## 4 结论

- 1)接触斑在接近和离开裂纹时,裂纹张开;压在 裂纹上时,裂纹闭合。裂纹在接触斑边缘时,应力强度 因子最大,此时裂纹最为危险。
- 2) 钢轨疲劳裂纹属于张开/滑开复合型裂纹。不考虑摩擦力时, $K_{II}$ 大约为  $K_{II}$ 的 5%;考虑摩擦力时, $K_{II}$ 大约为  $K_{II}$ 的 20%,此时  $K_{II}$ 对钢轨的疲劳影响不可忽略。随着轴重的增加, $K_{II}$ 呈增加趋势,而  $K_{II}$ 先增加,后减小。如不考虑摩擦力的影响,轴重为 10 t 时的  $K_{II}$ 最大;而如考虑摩擦力的影响,轴重为 15 t 时的  $K_{II}$ 最大。摩擦力的存在,大大加剧了轮轨接触疲劳,但是摩擦力的影响往往依附于轴重,也就是说,摩擦力的影响是建立在轴重影响的基础之上,使得轴重的影响加剧。

#### 参考文献

- [1] 陈颜堂,刘冬雨,方鸿生. 钢轨钢的滚动接触疲劳[J]. 钢铁研究学报,2000,12(5):50—54.
  - CHEN Yan-tang, LIU Dong-yu, FANG Hong-sheng. Rolling Contact Fatigue of Rail Steel [J]. Journal of Iron and Steel Research, 2000, 12(5):50—54.
- [2] BOLD P E, Brown M W, Allen R J. Shear Mode Crack Growth and Rolling Contact Fatigue [J]. Wear, 1991, 144:307—317.

(下转第31页)

mental and Numerical Investigation of Mechanical Properties [J]. Journal of Materials Processing Technology, 2009, 209 (3):1199—1208.

- [7] KANG Jia-jie, WANG Cheng-biao, WANG Hai-dou, et al. Characterization and Tribological Properties of Composite 3Cr13/FeS Layer [J]. Surface & Coatings Technology, 2009,203:1927—1932.
- [8] 黄燕滨,邵新海,宋高伟,等. 陶瓷涂层性能影响因素及工艺优化研究[J]. 装备环境工程,2012,9(2):90—93.

  HUANG Yan-bin, SHAO Xin-hai, SONG Gao-wei, et al. Research of Influencing Factors on Performance and Process Optimization of Ceramic Coating [J]. Equipment Environmental Engineering,2012,9(2):90—93.
- [9] VERNON E. Buchanan. Solidification and Microstructual Characterization of Iron-chromium Based Hardfaced Coatings Deposited by SMAW and Electric Arc Spraying [J]. Surface & Coatings Technology, 2009, 203;3638—3646.
- [10] KIRCHGABNER M, BADISCH E, FRANCK F. Behaviour of Iron-based Hardfacing Alloys under Abrasion and Impact [J]. Wear, 2008, 265:772—779.
- [11] 张洪兵,王艳燕,张忠礼,等.电弧喷涂马氏体不锈钢涂层耐磨性[J]. 沈阳工业大学学报,2009,31(4):388—391.
  ZHANG Hong-bing, WANG Yan-yan, ZHANG Zhong-li, et al. Wear Resistance of Arc Sprayed Martensitic Stainless Steel Coating[J]. Journal of Shenyang University of Technology,2009,31(4):388—391.
- [12] 黄林兵,余圣甫,邓宇,等. 电弧喷涂 4Cr13 涂层预处理工

艺及组织与性能研究[J]. 表面技术,2010,39(6):26—28.

- HUANG Lin-bin, YU Sheng-fu, DENG Yu, et al. Study on Pretreatment Process and Microstructure and Properties of 4Cr13 Arc Spraying Coatings[J]. Surface Technology, 2010, 39(6):26—28.
- [13] DENG Yu, YU Sheng-fu, XING Shu-le, et al. Abrasive Resistance of Arc Sprayed Carbonitride Alloying Self-shielded Coatings [J]. Applied Surface Science, 2011, 258: 382—387.
- [14] 张忠礼,赵娇玉. 电弧喷涂马氏体不锈钢涂层残余应力分析[J]. 沈阳工业大学学报,2009,31(5):504—507.

  ZHANG Zhong-li, ZHAO Jiao-yu. Residual Stress in Arc Sprayed Martensitic Stainless Steel Coating[J]. Journal of Shenyang University of Technology,2009,31(5):504—507.
- [15] 曹维成,安耿,刘高杰. 碳/氮化钼的性能、应用及制备 [J]. 中国钼业,2006,30(5):45—49. CAO Wei-cheng, AN Geng, LIU Gao-jie, et al. The Propertes, Applications and Preparation for Carbon and Molybdenum Nitride[J]. China Molybdenum Industry,2006,30(5): 45—49.
- [16] 路春娥. 过渡金属碳化物、氮化物和硼化物在电子工业中的应用[J]. 电子器件,1999,22(3):216—222.

  LU Chun-er. Applications in Electronic Industry for Transition Metal Carbides, Nitride and Boride[J]. Electronic Devices,1999,22(3):216—222.

#### (上接第14页)

- [3] EADIE DT, ELVIDGE D, OLDKNOW K. The Effects of Top of Rail Friction Modifier on Wear and Rolling Contact Fatigue: Full-scale Rail-wheel Test Rig Evaluation, Analysis and Modeling [J]. Wear, 2008, 265; 1363—1327.
- [4] ALFREDSSON B. A Study on Contact Fatigue Mechanisms [D]. Stockholm: Department of Solid Mechanics, Royal Institute of Technology, 2000.
- [5] OLSSON M. Contact Fatigue and Tensile Stresses [C]//Engineering Against Fatigue. Sheffield: AA Balkema, 1999: 651—657.
- [6] 江晓禹,金学松. 轮轨接触表面有液态介质时的接触问题研究[J]. 工程力学,2005,22(2): 27—32.

  JIANG Xiao-yu, JIN Xue-song. The Analysis of Rail Wheel
  Contact Surface with Liquid [J]. Engineering Mechanics,
  2005,22(2):27—32.
- [7] 江晓禹,金学松. 考虑表面微观粗糙度的轮轨接触弹塑性分析[J]. 西南交通大学学报,2001,36(6): 588—590.
  JIANG Xiao-yu, JIN Xue-song. Elastic-plastic Analysis of Contact Problems of Wheel-rail with Surface Micro-roughness

- [J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 2001, 36(6): 588-590.
- [8] 江晓禹,金学松. 轮轨间的液态介质和表面微观粗糙度对接触表面疲劳损伤的影响[J]. 机械工程学报,2004,40(8):18—23.
  - JIANG Xiao-yu, JIN Xue-song. Influence of Liquid and Micro-roughness on the Fatigue of Wheel-rail Contact[J]. Journal of Mechanical Strength, 2004, 40(8):18—23.
- [9] 金学松,张雪珊,张剑. 轮轨关系研究中的力学问题[J]. 机械强度,2005,27(4):408—418.

  JIN Xue-song, ZHANG Xue-shan, ZHANG Jian. Mechanics in Performance of Wheel-rail[J]. Journal of Mechanical

Strength, 2005, 27(4):408-418.

- [10] 王文健,刘启跃. PD3 和 U71Mn 钢轨疲劳裂纹扩展速率研究[J]. 机械强度,2007,29(6):1026—1029.
  - WANG Wen-jian, LIU Qi-yue. Study on Fatigue Crack Growth Rate of PD3 and U71Mn Rail Steel[J]. Journal of Mechanical Strength, 2007, 29(6): 1026—1029.