

# 液滴在球面的钉扎：宏观前进与后退角的预测模型

林昌盛<sup>1,2</sup>, 朱张磊<sup>3</sup>, 印万忠<sup>1,3</sup>, 姜又华<sup>2</sup>

(1.福州大学, 福州 350108; 2.广东以色列理工学院, 广东 汕头 515063;  
3.东北大学, 沈阳 110819)

**摘要:** **目的** 利用液滴在二维平面所测得的本征前进与后退接触角 (即气液界面与固液界面夹角), 预测液滴在不同曲率半径球面上的宏观前进与后退角 (即气液界面与水平面夹角)。**方法** 基于吉布斯自由能、液滴体积、接触角和宏观角之间的关系, 预测液滴在球面上的宏观角, 并与试验数据进行对比验证。**结果** 液滴在聚对苯二甲酸乙二醇酯 (PET) 平面的本征前进与后退接触角分别为 $(91\pm 2)^\circ$ 与 $(55\pm 3)^\circ$ 。对于处于前进或后退趋势的液滴, 当体系吉布斯自由能值最小时, 液滴在球面上的接触角等于其在平面上测得的本征前进或后退接触角, 此时所对应的宏观角为宏观前进或后退角。因此, 可利用体系自由能的最小值预测液滴在球面的宏观前进与后退角。结果显示, 当球面曲率半径为 2、4、6、8 mm 时, 测得的液滴宏观前进角分别为 $(118\pm 3)^\circ$ 、 $(110\pm 2)^\circ$ 、 $(103\pm 2)^\circ$ 、 $(100\pm 2)^\circ$ , 宏观后退角分别为 $(82\pm 2)^\circ$ 、 $(71\pm 2)^\circ$ 、 $(64\pm 3)^\circ$ 、 $(62\pm 2)^\circ$ , 该结果与预测值吻合。**结论** 通过本征前进与后退接触角、液滴体积与球面曲率半径等已知量, 建立了一个可预测液滴在球面上的宏观前进与后退角模型。

**关键词:** 接触角; 宏观角; 球面; 吉布斯自由能; 钉扎

中图分类号: O485 文献标识码: A 文章编号: 1001-3660(2021)08-0095-06

DOI: 10.16490/j.cnki.issn.1001-3660.2021.08.009

## Droplet Pinning on Spherical Surfaces: Prediction of Apparent Advancing and Receding Angles

LIN Chang-sheng<sup>1,2</sup>, ZHU Zhang-lei<sup>3</sup>, YIN Wan-zhong<sup>1,3</sup>, JIANG You-hua<sup>2</sup>

(1.Fuzhou University, Fuzhou 350108, China; 2.Guangdong Technion-Israel Institute of Technology, Shantou 515063, China;  
3.Northeastern University, Shenyang 110819, China)

**ABSTRACT:** This paper aims to predict apparent advancing and receding angles, i.e., the angles between the liquid-gas interface and the horizontal plane, of droplets on spherical surfaces using the intrinsic advancing and receding contact angles, namely the angle between the liquid-gas interface and the solid-liquid interface. Based on the Gibbs free energy, droplet volume,

收稿日期: 2021-06-13; 修订日期: 2021-07-29

Received: 2021-06-13; Revised: 2021-07-29

作者简介: 林昌盛 (1997—), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为矿物加工。

**Biography:** LIN Chang-sheng (1997—), Male, Master, Research focus: mineral processing.

通讯作者: 姜又华 (1990—), 男, 博士, 助理教授, 主要研究方向为界面现象。

**Corresponding author:** JIANG You-hua (1990—), Male, Ph. D., Assistant professor, Research focus: interfacial phenomenon.

通讯作者: 印万忠 (1970—), 男, 博士, 教授, 主要研究方向为矿物加工。

**Corresponding author:** YIN Wan-zhong (1970—), Male, Ph. D., Professor, Research focus: mineral processing.

引文格式: 林昌盛, 朱张磊, 印万忠, 等. 液滴在球面的钉扎: 宏观前进与后退角的预测模型[J]. 表面技术, 2021, 50(8): 95-100.

LIN Chang-sheng, ZHU Zhang-lei, YIN Wan-zhong, et al. Droplet pinning on spherical surfaces: Prediction of apparent advancing and receding angles[J]. Surface technology, 2021, 50(8): 95-100.

and the correlation between the contact angle and the apparent angle, this study predicted the apparent angles of droplets on spherical surfaces and the predicted values were verified by experimental results. Results show that intrinsic advancing and receding contact angles are  $(91\pm 2)^\circ$  and  $(55\pm 3)^\circ$ , respectively, on a flat PET (Polyethylene Terephthalate) surface. For droplets on the edge of advancing or receding, the contact angles equal to the corresponding intrinsic contact angles when the Gibbs free energy of the system is at the minimal value, where the corresponding apparent angles are apparent advancing and receding angles. Therefore, the apparent advancing and receding angles of droplets on spherical surfaces can be predicted by minimizing the system Gibbs free energy. It is shown that the measured apparent advancing angles are  $(118\pm 3)^\circ$ ,  $(110\pm 2)^\circ$ ,  $(103\pm 2)^\circ$ , and  $(100\pm 2)^\circ$ , the apparent receding angles are  $(82\pm 2)^\circ$ ,  $(71\pm 2)^\circ$ ,  $(64\pm 3)^\circ$ , and  $(62\pm 2)^\circ$ , on spherical surfaces with radius of curvatures of 2 mm, 4 mm, 6 mm, and 8 mm, respectively. Such measured results agree well with the prediction. In conclusion, this paper develops a model that predicts apparent advancing and receding angles of droplets on spherical surfaces using the intrinsic advancing and receding contact angles, droplet volume, and radius of curvatures of the spherical surfaces.

**KEY WORDS:** contact angle; apparent angle; spherical surface; Gibbs free energy; pinning

润湿是最基本的物理现象之一<sup>[1]</sup>,在传热传质、微流体及矿物浮选等领域有着十分重要的应用价值<sup>[2-7]</sup>。液滴在固体表面的钉扎是润湿现象中最重要的特征之一,而钉扎程度一般由接触角表征<sup>[8]</sup>。接触角是气液界面与固液界面的夹角<sup>[9]</sup>,包括前进接触角 $\theta_a$ 与后退接触角 $\theta_r$ ,即分别为接触线向前扩张与向后收缩之前的接触角,两者之差被称为滞后接触角(也即接触角迟滞现象),是表征液滴钉扎程度的重要参数<sup>[10]</sup>。目前,关于液滴前进与后退接触角的工作大多在二维平面,例如研究基底微结构对液滴钉扎特征的影响机理等<sup>[11-13]</sup>。

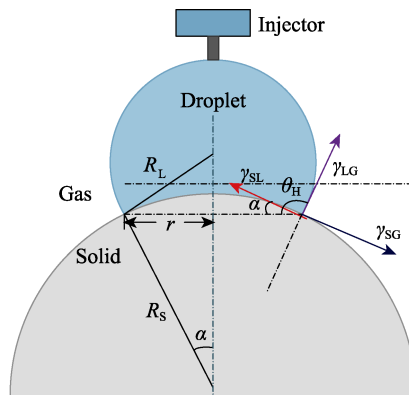
然而,许多涉及到液滴钉扎的应用都离不开球面,例如浮选中矿物颗粒的表面。目前已有一些针对液滴在球面(或者曲面)润湿现象的研究<sup>[14-18]</sup>。Jasper等<sup>[14]</sup>采用广义变分法建立预测纳米液滴在曲面的接触角模型,并利用壬烷、十二烷、富勒烯等有机物作为液滴,成功地证实接触角模型的适用性。Viswanadam等<sup>[16]</sup>将接触角与曲率半径和液滴体积相结合,得出相应的模型,并利用试验数据来验证该模型。Wu等<sup>[17]</sup>建立了预测液滴在曲面的宏观接触角模型,并考察了曲率半径以及固体表面的润湿性对宏观接触角的影响程度。然而,研究液滴在球面上前进与后退时的钉扎特征的工作较少。对于在球面上的液滴,其接触角较难测得(因为这需要明确气液界面切线与固液界面切线的夹角,其中固液界面的切线极难准确地观测,如图1b所示),而在三相接触线处的气液界面切线与三相接触线所在平面形成的宏观角(如图1a所示的 $\theta_H$ )较易得到相对准确的值。更为重要的是,液滴的受力特征,如气液界面张力的方向,由宏观角 $\theta_H$ 决定<sup>[18]</sup>。因此,应利用液滴在球面的宏观前进与后退角来研究液滴在曲面上的钉扎特征,但目前关于曲率半径对液滴宏观前进角 $\theta_{Ha}$ 与后退角 $\theta_{Hr}$ 的影响机制还未明确。

本工作基于液滴在球面钉扎时的吉布斯自由能与体积公式,得到吉布斯自由能、液滴体积、球面曲率半径、接触角和宏观角之间的关系。其次,把介观接触线钉扎的能量引入体系吉布斯自由能,并依据液

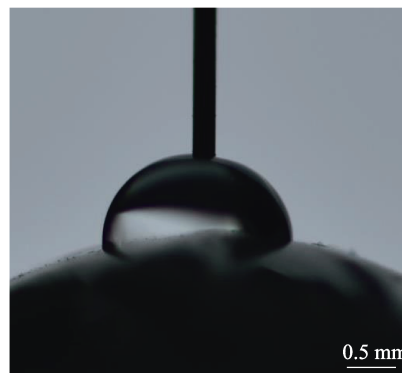
滴在吉布斯自由能最小时呈现出宏观前进角 $\theta_{Ha}$ 与后退角 $\theta_{Hr}$ 的现象,利用液滴的本征前进接触角 $\theta_a$ 与后退接触角 $\theta_r$ 预测液滴在球面的 $\theta_{Ha}$ 与 $\theta_{Hr}$ ,并讨论曲率半径对宏观角的影响机制。最后,利用测得的宏观角数据验证所预测的模型。

## 1 试验

如图1所示,试验通过座滴法测量去离子水液滴



a 液滴在球面形貌示意图



b 液滴在球面上的实验测量图

图1 液滴在球面的形貌示意图及液滴在球面上的实验测量图

Fig.1 a) Schematic diagram of a droplet on a spherical surface, b) Experimental diagram of a droplet wetting a spherical surface

在球面上的宏观前进角  $\theta_{Ha}$  和后退角  $\theta_{Hr}$ 。球面是由 PET（聚对苯二甲酸乙二醇酯）膜包裹的玻璃珠（半径分别为 2、4、6、8 mm）。首先，通过微型注射器在球面上生成一个体积约为 3.0  $\mu\text{L}$  ( $V_L$ ) 的液滴；然后，利用注射泵以 0.04  $\mu\text{L/s}$  的速度向液滴内部添加或吸取去离子水，当三相接触线出现明显移动之前所观测到的宏观角  $\theta_H$  即为宏观前进  $\theta_{Ha}$  或后退角  $\theta_{Hr}$ 。本研究所得的数据是至少 5 次试验的平均值。

## 2 结果与分析

### 2.1 试验结果

如表 1 所示，测得液滴在二维 PET 平面上的本征前进角  $\theta_a$  与后退接触角  $\theta_r$  分别为  $(91\pm 2)^\circ$  与  $(55\pm 3)^\circ$ 。试验测得的液滴在不同曲率半径球面上的宏观前进角  $\theta_{Ha}$  和后退角  $\theta_{Hr}$  均随着曲率半径  $R_S$  的增大而减小，并分别趋近于  $\theta_a$  与  $\theta_r$ 。

表 1 液滴在不同曲率半径球面的宏观前进角和后退角  
Tab.1 Values of droplet apparent angles on spherical surfaces with different curvatures

$R_S/\text{mm}$	$\theta_{Ha}/(^\circ)$	$\theta_{Hr}/(^\circ)$
2	118±3	82±2
4	110±2	71±2
6	103±2	64±3
8	100±2	62±2
+ $\infty$ (Flat)	91±2 ( $\theta_a$ )	55±3 ( $\theta_r$ )

Note:  $\theta_{Ha}$  and  $\theta_{Hr}$  respectively indicate the macroscopic advancing and receding angles of the droplet on the curved surface; the values of  $\theta_{Ha}$  and  $\theta_{Hr}$  on the flat surface are equal to the values of  $\theta_a$  and  $\theta_r$ , respectively.

### 2.2 结果分析

如图 1a 所示，在不考虑介观尺度的接触线（不同于宏观液体运动行为的影响因素，其运动行为受基底微纳结构和化学功能基团的影响）钉扎时，液滴的

吉布斯自由能为  $G = \gamma_{LG}A_{LG} + (\gamma_{SL} - \gamma_{SG})A_{SL}$ ，其中  $A_{LG}$  为液气接触面积、 $A_{SL}$  为固液接触面积或被润湿的固气接触面积， $\gamma_{LG}$ 、 $\gamma_{SL}$  与  $\gamma_{SG}$  分别表示液气、固液与固气界面张力，同时  $r = R_S \sin \alpha = R_L \sin \theta_H$ （其中  $r$  为液滴在球面的润湿半径）、 $A_{LG} = 2\pi R_L^2(1 - \cos \theta_H)$ 、 $A_{SL} = 2\pi R_S^2(1 - \cos \alpha)$ 。由于现实中不存在绝对光滑的固体表面，故介观尺度的接触线钉扎对吉布斯自由能的影响不能忽视。

如图 2 所示，当接触线的钉扎达到阈值时，液滴呈现出本征前进接触角  $\theta_a$  或后退接触角  $\theta_r$ <sup>[8]</sup>：

$$\cos \theta_a = \frac{\gamma_{SG} - \gamma_{SL} - f_a}{\gamma_{LG}} \quad (1)$$

$$\cos \theta_r = \frac{\gamma_{SG} - \gamma_{SL} + f_r}{\gamma_{LG}} \quad (2)$$

式中： $f_a$  与  $f_r$  分别表示单位长度接触线上阻止液滴前进与后退的钉扎力。在本项研究的吉布斯自由能中，将介观接触线钉扎所产生的能量假想为势能。所以，当接触线向前钉扎达到阈值时，即当液滴在球面的接触线即将前进时，体系自由能公式为：

$$G_a = 2\pi R_S^2 (\sin \alpha / \sin \theta_H)^2 (1 - \cos \theta_H) \gamma_{LG} + 2\pi R_S^2 (1 - \cos \alpha) (\gamma_{SL} - \gamma_{SG} + f_a) \quad (3)$$

其中  $2\pi R_S^2 (1 - \cos \alpha) f_a$  被假设为钉扎力阻止介观接触线前进的最大能量，此时  $f_a$  与  $\gamma_{SL}$  同方向。 $2\pi R_S^2 (1 - \cos \alpha) f_a$  可被理解为液滴铺展结束时（即在干燥球面滴落一液滴）<sup>[11]</sup>，接触线扫过面积  $2\pi R_S^2 (1 - \cos \alpha)$  时的摩擦能耗。同理，当接触线向后钉扎达到阈值时，即当液滴在球面的接触线即将后退时，体系自由能公式为：

$$G_r = 2\pi R_S^2 (\sin \alpha / \sin \theta_H)^2 (1 - \cos \theta_H) \gamma_{LG} + 2\pi R_S^2 (1 - \cos \alpha) (\gamma_{SL} - \gamma_{SG} - f_r) \quad (4)$$

其中  $-2\pi R_S^2 (1 - \cos \alpha) f_r$  被假设为钉扎力阻止介观接触线后退的最大能量，此时  $f_r$  与  $\gamma_{SG}$  同方向。 $-2\pi R_S^2 (1 - \cos \alpha) f_r$  可被理解为若使液滴从球面完全脱

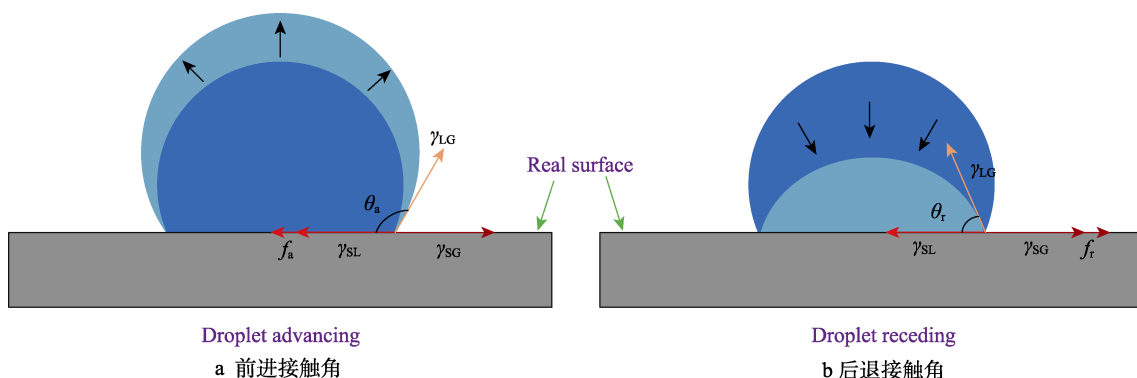


图 2 基底表面上液滴的前进接触角与后退接触角示意图

Fig.2 Schematic diagram of the advancing contact angle (a) and the receding contact angle of a droplet on a realistic flat surface (b)

离, 接触线扫过面积  $2\pi R_S^2(1-\cos\alpha)$  后即将但尚未被消耗的能量。将公式 (1) 和 (2) 代入  $G_a$  和  $G_r$  公式中, 可得:

$$G_a = 2\pi R_S^2(\sin\alpha / \sin\theta_H)^2(1-\cos\theta_H)\gamma_{LG} - 2\pi R_S^2(1-\cos\alpha)\cos\theta_a\gamma_{LG} \quad (5)$$

$$G_r = 2\pi R_S^2(\sin\alpha / \sin\theta_H)^2(1-\cos\theta_H)\gamma_{LG} - 2\pi R_S^2(1-\cos\alpha)\cos\theta_r\gamma_{LG} \quad (6)$$

若将公式 (5) 和公式 (6) 中的  $\theta_a$  和  $\theta_r$  统一写为  $\theta$ , 并对其进行无量纲处理, 可得:

$$G^* = \frac{G}{\frac{2}{\pi R_S^3 \gamma_{LG}}} = \frac{R_S^2}{V_L^{\frac{2}{3}}} (1-\cos\alpha) \left( \frac{1+\cos\alpha}{1+\cos\theta_H} - \cos\theta \right) \quad (7)$$

如图 3 所示, 液滴在表面上的体积表示为:

$$V_L = \pi R_L^3(1-\cos\theta_H)^2(2+\cos\theta_H)/3 - \pi R_S^3(1-\cos\alpha)^2(2+\cos\alpha)/3 \quad (8)$$

式 (8) 右边第一、第二项分别为图 3 中的  $V+V_L$  和  $V$ , 再利用几何关系  $r=R_S\sin\alpha=R_L\sin\theta_H$  可简化为:

$$\left( \frac{\sin\alpha}{\sin\theta_H} \right)^3 [2-3\cos\theta_H+(\cos\theta_H)^3] = [2-3\cos\alpha+(\cos\alpha)^3] + \frac{3V_L}{\pi R_S^3} \quad (9)$$

式中:  $R_S$ 、 $V_L$  和  $\theta$  ( $\theta_a$  或  $\theta_r$ ) 为已知量,  $G^*$ 、 $\alpha$  和  $\theta_H$  ( $\theta_{Ha}$  或  $\theta_{Hr}$ ) 为未知变量。依据公式 (7) 和公式 (9) 可知, 存在无数组  $\alpha$  和  $\theta_H$  的组合及相对应的  $G^*$  值, 且其中必定出现使  $G^*$  值最小的  $\alpha$  和  $\theta_H$  组合。

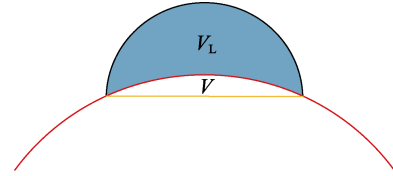


图 3 球缺液滴示意图 (其中黑色曲面与红色曲面之间的体积为  $V_L$ , 黄色平面与红色曲面之间的球缺体积为  $V$ ,  $V_L+V$  即黑色曲面与黄色平面之间的球缺体积)

Fig.3 Schematic diagram of a spherical cap, where  $V_L$  represents the volume between the black and red curved surfaces,  $V$  represents the volume between the yellow plane and the red curved surface, and  $V_L+V$  represents the volume between the black curved surface and the yellow plane

如图 4 所示, 以满足公式 (7) 与公式 (9) 为前提, 在不同曲率半径条件下,  $G^*$  值随着  $\theta_H-\alpha$  (即液滴在球面上的接触角) 变化的情况。从图 4 中可知, 不论曲率半径为何值,  $G^*$  值最小时所对应的  $\theta_{Ha}-\alpha$  (或  $\theta_{Hr}-\alpha$ ) 值与液滴在平面上的本征前进接触角  $\theta_a$  (或后退接触角  $\theta_r$ ) 的大小相等。这表明在考虑介观接触线钉扎最大能量的前提下, 当体系吉布斯自由能最小时, 液滴在球面上的接触线处于即将前进或后退的状态, 此时相对应的宏观角即为宏观前进角  $\theta_{Ha}$  或后退角  $\theta_{Hr}$ 。体系吉布斯自由能最小意味着体系处于最稳态<sup>[19]</sup>, 因此若将接触线的最大钉扎能量纳入体系吉布斯自由能时, 液滴的前进或后退接触角出现于体系最稳状态下。此外, 图 4 还具有更为重要的实际意义, 即基于公式 (7) 与公式 (9) 并使  $G^*$  最小时, 可直接预测液滴在球面上的宏观前进角  $\theta_{Ha}$  与后退角  $\theta_{Hr}$ 。

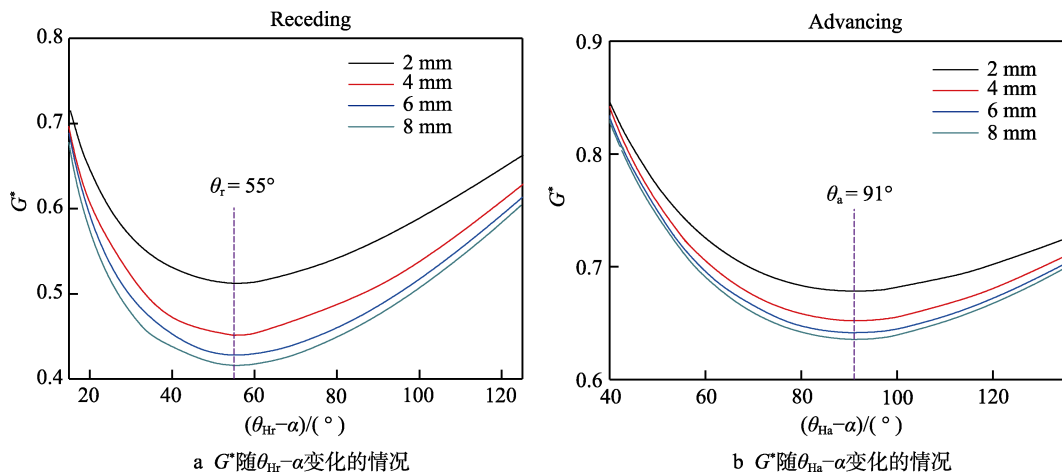


图 4 在不同曲率半径条件下  $G^*$  随  $\theta_{Hr}-\alpha$  变化的情况和  $G^*$  随  $\theta_{Ha}-\alpha$  变化的情况

Fig.4 Diagrams of the value of  $G^*$  with respect to  $\theta_{Hr}-\alpha$  (a) and the value of  $G^*$  with respect to  $\theta_{Ha}-\alpha$  for surfaces with different curvatures (b)

图 5 显示了在满足公式 (7) 与公式 (9) 的条件下, 当体系吉布斯自由能最小时, 不同曲率半径的球面基底上液滴宏观前进角与后退角的预测情况。从图 5 中可知, 随着曲率半径的增大,  $G^*$  的最小值减小, 且  $G^*$  值最小时所对应的  $\theta_{Ha}$  或  $\theta_{Hr}$  也减小。此外, 依据上述推导的球面体系吉布斯自由能公式, 同理可

得, 液滴在二维平面上, 其前进或后退接触线处于最大钉扎状态时, 无量纲化的体系自由能公式为:

$$G_{Flat}^* = (1-\cos\theta_H)[2-(1+\cos\theta_H)\cos\theta] / 2[\pi(1-\cos\theta_H)^2(2+\cos\theta_H)/3]^{2/3} \quad (10)$$

其中  $\theta_H$  为液滴在平面上的宏观角,  $\theta$  为测得的液

滴在基底上的本征前进或后退接触角<sup>[8,20]</sup>。因此，如图 5 所示，当曲率半径为无穷大时，即球面成为二维

平面时，液滴的宏观前进角或后退角的大小等于本征前进接触角  $\theta_a$  (91°) 或后退接触角  $\theta_r$  (55°)。

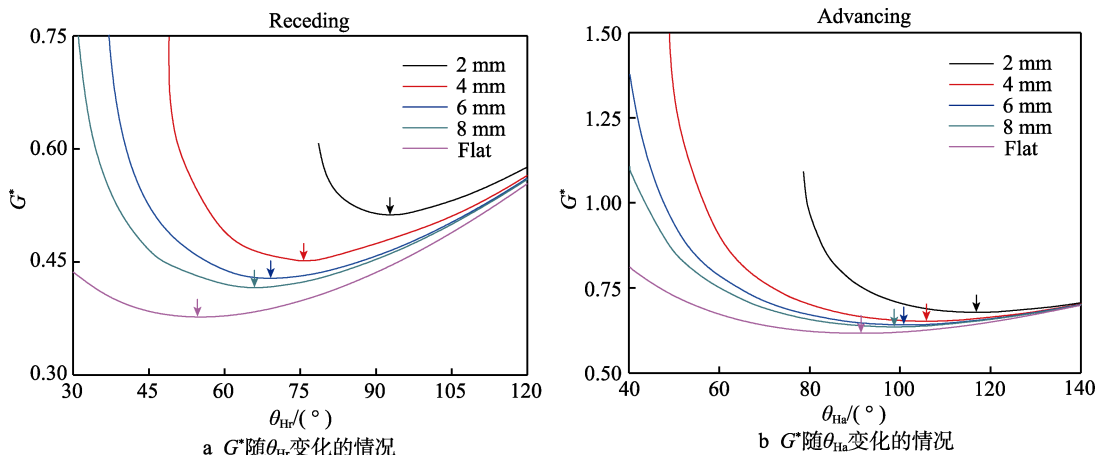


图 5 在不同曲率半径条件下  $G^*$  随  $\theta_{Hr}$  和  $\theta_{Ha}$  变化的情况 (其中箭头代表  $G^*$  的最小值)

Fig.5 Diagrams of the value of  $G^*$  with respect to  $\theta_{Hr}$  (a) and the value of  $G^*$  with respect to  $\theta_{Ha}$  (b) for surfaces with different curvatures, where the arrow indicates the minimum of  $G^*$

图 6 展示了在不同曲率半径的球面基底上，预测所得宏观角 (虚线) 与试验测得数据 (已在表 1 列出) 的对比。可知，试验值与预测值 (宏观前进角和后退角) 随着曲率半径变化的趋势一致，但宏观后退角的试验值普遍略小于预测值，这可能是因为在试验中注射器的存在，使得液滴的形貌偏离球缺状。总而言之，试验测得的液滴在球面上的宏观前进角和后退角与预测的数据大体上相吻合，这表明本研究所建立的宏观角预测模型的可行性。

光滑的表面，故将介观接触线的钉扎能量纳入即将移动液滴的吉布斯自由能内，且接触线最大钉扎所产生的能量被假想为势能。基于液滴在球面上的吉布斯自由能与体积表达式，即公式 (7) 和公式 (9)，得出球面曲率半径、液滴体积、本征接触角与宏观角之间的关系式。依据吉布斯自由能最小时液滴呈现出宏观前进角与后退角的发现，利用已知的本征前进与后退接触角预测液滴在球面上所对应的宏观前进角和后退角，且所预测的结果被试验测得的数据证实。所得主要结论如下：

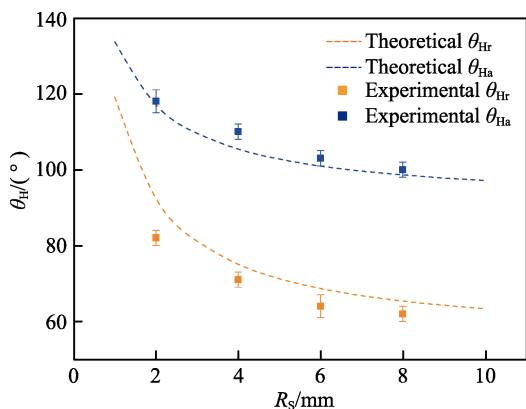


图 6 在不同曲率半径的球面基底上预测和试验所得的  $\theta_{Ha}$  和  $\theta_{Hr}$  的对比

Fig.6 The comparison of predicted and measured  $\theta_{Ha}$  and  $\theta_{Hr}$  on spherical surfaces with different curvatures

### 3 结语

与以往大多在二维基底的研究不同，本工作瞄准球面上液滴钉扎的问题，建立了液滴在球面上的宏观前进角与后退角预测模型，并讨论曲率半径对体系吉布斯自由能以及宏观角的影响机制。由于不存在绝对

1) 随着球面曲率半径的增大，体系吉布斯自由能减小，且最后趋近于液滴在二维平面上的自由能。这表明越弯曲的表面，越易于让液滴处于不稳定状态。

2) 液滴的宏观前进角  $\theta_{Ha}$  和后退角  $\theta_{Hr}$  随曲率半径的增大而减小。这意味着表面曲率半径的减小，可增大液滴的宏观角。

3) 在一定误差范围内，当表面的本征前进与后退接触角、液滴体积、曲率半径已知时，液滴在球面上的宏观前进角与后退角可以被成功地预测。

本研究建立了液滴在球面的宏观前进角与后退角预测模型，这在一定程度上丰富了润湿理论的内容，但其中仍存在一些不足之处，例如试验所采用的液滴仅仅是纯溶剂 (去离子水)，固体曲面仅包覆亲水性材料膜 (PET 膜)，且固体曲面是对称的。但在实际应用中，例如浮选领域，液滴一般是混合表面活性剂或是含有微纳米颗粒的混合表面活性剂，而固体表面则可能具有疏水性，且存在微纳结构或不均匀的化学基团<sup>[21-28]</sup>。因此，需要进一步研究更复杂的体系，创建出适合实际应用的理论公式或模型，以期更好地为工业应用提供指导。

## 参考文献

- [1] NEUMANN A W, DAVID R, ZUO Y. Applied surface thermodynamics, second edition[M]. Boca Raton: CRC Press, 2017.
- [2] LIU Y, YAN X, WANG Z. Droplet dynamics on slippery surfaces: Small droplet, big impact[J]. Biosurface and biotribology, 2019, 5(2): 35-45.
- [3] YU Y S, WANG Z Q, ZHAO Y P. Experimental study of evaporation of sessile water droplet on PDMS surfaces[J]. Acta mechanica sinica, 2013, 29(6): 799-805.
- [4] JEONG S, GARIMELLA S. Falling-film and droplet mode heat and mass transfer in a horizontal tube LiBr/water absorber[J]. International journal of heat and mass transfer, 2002, 45(7): 1445-1458.
- [5] JEONG H H, LEE S H, LEE C S. Pump-less static microfluidic device for analysis of chemotaxis of *Pseudomonas aeruginosa* using wetting and capillary action[J]. Biosensors and bioelectronics, 2013, 47: 278-284.
- [6] GHARABAGHI M, AGHAZADEH S. A review of the role of wetting and spreading phenomena on the flotation practice[J]. Current opinion in colloid & interface science, 2014, 19(4): 266-282.
- [7] CHEN S, YANG Z, CHEN L, et al. Wetting thermodynamics of low rank coal and attachment in flotation[J]. Fuel, 2017, 207: 214-225.
- [8] JIANG Y, CHOI C H. Droplet retention on superhydrophobic surfaces: A critical review[J]. Advanced materials interfaces, 2021, 8(2): 2001205.
- [9] YOUNG T. An essay on the cohesion of fluids[J]. Philosophical Transactions of the Royal Society of London, 1805, 95: 65-87.
- [10] 肖易航, 郑军, 何勇明, 等. 不同润湿性液体在粗糙表面的润湿滞后现象[J]. 中国表面工程, 2019, 32(6): 150-156.  
XIAO Yi-hang, ZHENG Jun, HE Yong-ming, et al. Contact angle hysteresis with different wetting-liquids on rough surfaces[J]. China surface engineering, 2019, 32(6): 150-156.
- [11] JIANG Y, SUN Y, DRELICH J W, et al. Spontaneous spreading of a droplet: The role of solid continuity and advancing contact angle[J]. Langmuir, 2018, 34(17): 4945-4951.
- [12] JIANG Y, SUN Y, DRELICH J W, et al. Topography-dependent effective contact line in droplet depinning[J]. Physical review letters, 2020, 125(18): 184502.
- [13] JIANG Y, XU W, SARSHAR M A, et al. Generalized models for advancing and receding contact angles of fakir droplets on pillared and pored surfaces[J]. Journal of colloid and interface science, 2019, 552: 359-371.
- [14] JASPER W J, ANAND N B. A generalized variational approach for predicting contact angles of sessile nano-droplets on both flat and curved surfaces[J]. Journal of molecular liquids, 2019, 281: 196-203.
- [15] LI T, ZHANG L, ZHANG X, et al. Effect of curved surfaces on the impacting nano-droplets and their shape control: A molecular dynamics simulation study[J]. Applied surface science, 2018, 454: 192-200.
- [16] VISWANADAM G, CHASE G G. Contact angles of drops on curved superhydrophobic surfaces[J]. Journal of colloid and interface science, 2012, 367(1): 472-477.
- [17] WU D, WANG P, WU P, et al. Determination of contact angle of droplet on convex and concave spherical surfaces[J]. Chemical physics, 2015, 457: 63-69.
- [18] ZHU Z, JIANG Y, WANG D, et al. Droplet characteristics at the maximum adhesion on curved surfaces[J]. Langmuir, 2021, 37(7): 2532-2540.
- [19] MARMUR A, DELLA VOLPE C, SIBONI S, et al. Contact angles and wettability: Towards common and accurate terminology[J]. Surface innovations, 2017, 5(1): 3-8.
- [20] SHANAHAHAN M. Simple theory of “stick-slip” wetting hysteresis[J]. Langmuir, 1995, 11(3): 1041-1043.
- [21] ZHANG K, CHEN S, WANG Y. Ratio dependence of contact angle for droplet wetting on chemically heterogeneous substrates[J]. Colloids and surfaces A: Physicochemical and engineering aspects, 2018, 539: 237-242.
- [22] WENG Y J, TSAI C Y. Study on imprinting and replica molding of quasi-grey scale soft mold curved surface microstructure mold[J]. Microelectronic engineering, 2018, 191: 32-37.
- [23] CHEN X, LI Q, HOU K, et al. Microflower-decorated superhydrophobic copper surface for dry condensation[J]. Langmuir, 2019, 35(49): 16275-16280.
- [24] LI D, XUE Y, LV P, et al. Receding dynamics of contact lines and size-dependent adhesion on microstructured hydrophobic surfaces[J]. Soft matter, 2016, 12: 4257-4265.
- [25] KIM S H, PARK H S, KO D G, et al. Wetting characteristic of bubble on micro-pillar structured surface under a water pool[J]. Experimental thermal and fluid science, 2019, 100: 135-143.
- [26] WANG Y, WANG Z G. Droplets wetting and evaporating on ethanol-philic micro-structured surfaces[J]. International journal of heat and mass transfer, 2018, 119: 704-708.
- [27] WANG D, JIANG Y, ZHU Z, et al. Contact line and adhesion force of droplets on concentric ring-textured hydrophobic surfaces[J]. Langmuir, 2020, 36(10): 2622-2628.
- [28] 赵亚涛. 表面与界面物理力学[M]. 北京: 科学出版社, 2012.  
ZHAO Ya-Pu. Surface and interface physical mechanics[M]. Beijing: Science Press, 2012.