齿轮齿条传动往复运动过程的润滑分析

徐彩红，王优强，王立梅，张同钢

（青岛理工大学 机械工程学院，山东 青岛 266520）

摘 要：目的 通过对往复运动齿轮齿条传动过程中压力、膜厚、温度的计算，获得往复运动齿轮齿条的润滑状况，为机构的设计提供理论依据。**方法** 将齿轮齿条的传动模型简化为圆柱与无限大平面之间的运动，建立往复运动齿轮齿条传动的热弹流润滑模型。采用 Ree-Eyring 流体，压力求解采用多重网格法，弹性变形采用多重网格积分法，计算得到齿轮齿条往复运动过程中的中心压力、中心膜厚、最小膜厚和最高温度，并与单向运动情况比较。**结果** 与单向运动相比，往复运动由于在换向过程中存在加速、减速过程，降低了齿轮齿条机构在啮合周期内润滑油膜厚度，啮合线上变速过程始末附近区域膜厚和压力都会产生一定程度的波动。换向瞬时，受挤压效应的影响，产生油膜凹陷，油膜变薄，润滑状态变差。**结论** 在计算往复运动齿轮齿条润滑油膜与压力时，存在换向的啮合周期需要着重讨论。在工程实际中设计往复运动齿轮齿条润滑时，应着重考虑单双齿啮合转换点与换向点处的润滑情况。

关键词：往复运动；齿轮齿条；弹性流体动力润滑；载荷时变；热效应

中图分类号：TG61 **文献标识码：**A **文章编号：**1001-3660(2017)03-0114-07

DOI：10.16490/j.cnki.issn.1001-3660.2017.09.018

Lubrication Analysis of Gear Rack Transmission in Reciprocating Motion

XU Cai-hong, WANG You-qiang, WANG Li-mei, ZHANG Tong-gang

(School of Mechanical Engineering, Qingdao University of Technology, Qingdao 266520, China)

ABSTRACT: The work aims to obtain lubrication condition of the gear rack transmission in reciprocating motion by calculating pressure, film thickness and temperature during the process of gear rack transmission in reciprocating motion, so as to provide theoretical basis for design of gear rack mechanism. Transmission model of the gear rack was simplified to motion between cylinder and infinite plane, a thermal elastohydrodynamic lubrication model was established for gear rack transmission in reciprocating motion. Provided with Ree-Eyring fluid, the pressure was solved in multi-grid method, elastic deformation was solved in multiple-grid integration method, then central pressure, central film thickness, minimum film thickness and maximum temperature during reciprocating motion were calculated and finally compared with one-way movement. The lubricating oil film thickness of gear rack mechanism during meshing period was reduced due to acceleration and deceleration process in reversing process of reciprocating motion when compared with one-way movements compared with the one-way movement. Film thickness and pressure in area near the beginning and end of reversing process in meshing line would fluctuate to certain degree; oil film depression was produced under squeeze effect of instantaneous reversing, film thickness became thinner and lubrication

收稿日期：2017-04-05；修订日期：2017-05-10

Received：2017-04-05；**Revised**：2017-05-10

基金项目：国家自然科学基金（51575289）

Fund：Supported by the National Natural Science Fund of China(51575289)

作者简介：徐彩红（1990—），女，硕士研究生，主要研究方向为齿轮齿条的弹流润滑分析。

Biography：XU Cai-hong (1990—), Female, Master, Research focus: EHL of gear rack.

通讯作者：王优强（1970—），男，博士，教授，主要研究方向为轴承与齿轮的摩擦学与表面工程。

Corresponding author：WANG You-qiang (1970—), Male, Doctor, Professor, Research focus: tribology and surface engineering of bearing and gear.

state became worse. Meshing cycle subject to reversing shall be discussed emphatically to calculating the lubricating oil film thickness and pressure of reciprocating gear rack; in engineering practices, lubrication at single-double tooth meshing conversion point and reversal point shall be considered emphatically in designing reciprocating gear rack lubrication.

KEY WORDS: reciprocating motion; gear rack; EHL; load time-dependent; thermal effect

齿轮齿条传动机构作为齿轮传动的特殊机构，因为具有结构简单、传动精度高、可无限长度对接延续、可实现圆周运动与单向运动之间转换等优点而被广泛运用。

近年来，关于齿轮传动弹流润滑的研究较多[1-8]。然而，国内外关于齿轮齿条润滑方面的探究还有所欠缺。齿轮齿条一个啮合周期在润滑运算中的载荷随时间变化、曲率半径与卷吸速度等参量，均与齿轮机构不同。在工程实际应用中，齿轮齿条机构通常工作在恶劣工况下，在传动过程中易产生噪声、齿面胶合等失效行为，这些失效行为绝大多数都是由润滑失效引起。此外，齿轮齿条机构多处于往复运动工况下，往复运动的换向过程润滑状况较差。因此，对往复运动工况下齿轮齿条机构润滑的研究不容忽视。近年来关于往复运动的研究逐渐增多[9-15]。Nishikawa H 等[9]通过钢球与震荡玻璃盘模拟往复运动，利用光干涉技术测量往复运动下润滑油膜性能，得出弹流润滑油膜随润滑油和运动方式的变化而变化，但没有考虑热效应。Wang J 等[10,14]通过光干涉技术和理论分析对纯滚动工况下的点接触、短行程状态往复运动的润滑状态进行了分析，通过改变实验过程中的频率来研究模拟充分供油和乏油条件下短行程往复运动的摩擦特性，但是仅进行了纯滚动工况下的弹流润滑分析，没有考虑滑动。Azam Thatte 等[11]开展了往复液压杆密封件的非稳态弹流润滑数值分析，建立了不同杆速下液压密封件瞬态数值模型，但没有考虑运动过程中的温度变化。Fadi Ali[12]等基于点接触往复运动，理论与实验研究了微凹槽对润滑油膜的影响，并与光滑表面进行比较，但没有考虑热效应与载荷变化。

本文考虑热效应，建立了齿轮齿条传动机构的非稳态弹流润滑模型。根据齿轮齿条传动过程中的载荷变化，在换向过程中考虑表面速度变化，讨论了齿轮齿条啮合过程中载荷在单双齿啮合区的变化，计算了一个啮合周期上最小膜厚、最高温度、中心压力和中心膜厚的变化，求解了换向瞬时的压力、膜厚，并与单向运动沿啮合线相同位置的压力、膜厚进行了对比。

1　齿轮齿条轮廓曲线及相关参数计算

1.1　齿轮齿条啮合原理

齿轮齿条传动机构中，齿条等同于齿轮的节圆直径变为无穷大，齿廓曲线的渐开线也变为直线。如图 1 所示，其理论啮合线 N_1N_2 与齿轮基圆相切于 N_1，由于齿条的基圆为无穷大，所以啮合线与齿条基圆的啮合点 N_2 在无穷远处。齿轮 1 与齿条 2 齿廓在任何位置啮合时，啮合点都应在理论啮合线 N_1N_2 上。齿轮与齿条啮合时，不论是否标准安装，其啮合角恒等于分度圆压力角，也恒等于齿条的齿形角。

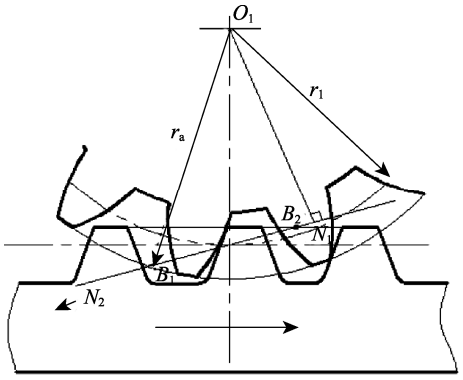


图 1　齿轮齿条传动机构啮合原理

Fig.1 Meshing principle of gear rack transmission mechanism

1.2　齿轮齿条副啮合点当量曲率半径与卷吸速度

齿轮齿条传动啮合原理如图 2 所示。在图 2 中，点 P 为节点，K 由啮入点沿啮合线运动至啮出点，完成一个啮合周期。齿条齿顶线与理论啮合线的交点为 B_2，齿轮齿顶圆与理论啮合线的交点为 B_1，即在理论啮合线内的 B_1B_2 为齿轮齿条传动机构的实际啮合线（见图 1）。齿轮齿条传动与齿轮传动相比，无论是否标准安装，啮合角都与分度圆压力角相等。

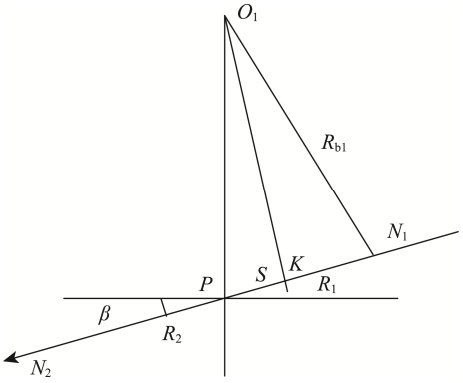


图 2　齿轮齿条机构的传动几何参数

Fig.2 Geometry parameters of gear rack mechanism

若 K 为啮合点，综合曲率半径为 R，则其关系如式（1）所示。

$$\frac{1}{R}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2} \tag{1}$$

其中，R_1 为 N_1K，R_{b1} 为齿轮基圆，R_2 为 N_2K，由于齿条基圆无穷大，故其值为无穷大。所以，沿啮合线上任一啮合点处综合曲率半径 $R=R_{b1}\tan\beta+S$。卷吸速度见式（2）。

$$u=\frac{(u_a+u_b)}{2} \tag{2}$$

其中，$u_a=n\pi R/30$，$u_b=n\pi d\sin\beta/60$，$S=n\pi R_{b1}(t-t_0)$，n 为齿轮转速，β 为齿轮分度圆压力角，d 为齿轮分度圆直径，t 为啮入点到各啮合点所需的时间，t_0 为啮入点到节点时间。因此节点处，S 为 0。取啮合线终点处为换向点，假设换向前的减速过程中加速度相等，换向后加速过程的加速度也相等，换向点处表面速度为 0，整个换向过程在 1/4 个周期内完成。

2 齿轮齿条润滑计算的基本方程

2.1 Reynolds 方程[16]

选用 Ree-Eyring 流体，线接触非稳态 Reynolds 方程见式（3）。

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\left(\frac{\rho}{\eta}\right)_e h^3\frac{\partial p}{\partial x}\right]=12\frac{\partial}{\partial x}\left(\rho^* U_e h\right)+12\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho_e h\right) \tag{3}$$

式(3)边界条件 $\begin{cases} p(x_{in},t)=0, & p(x_{out},t)=0 \\ p\geqslant 0 & (x_{in}<x<x_{out}) \end{cases}$。

其中，p 为流体压力，h 为油膜厚度，U_e 为卷吸速度$(u_a+u_b)/2$，$(\rho/\eta)_e$、ρ^*、ρ_e 为 η 和 ρ 沿 z 方向变化而定义的当量参数。$(\rho/\eta)_e=12\left[\eta_e\rho_e'/(\eta_e''-\rho'')_e\right]$，$\rho^*=\left[\rho_e'\eta_e(u_b-u_a)+\rho_e u_a\right]/u_e$，$\rho_e=\frac{1}{h}\int_0^h\rho\mathrm{d}z$，$\rho_e'=\frac{1}{h^2}\int_0^h\rho\int_0^z\frac{dz'}{\eta^*}\mathrm{d}z$，$\rho_e''=\frac{1}{h^3}\int_0^h\rho\int_0^z\frac{z'dz'}{\eta^*}\mathrm{d}z$，$\frac{1}{\eta_e}=\frac{1}{h}\int_0^h\frac{1}{\eta^*}\mathrm{d}z$，$\frac{1}{\eta_e'}=\frac{1}{h^2}\int_0^h\frac{z}{\eta^*}\mathrm{d}z$，$\eta^*$ 为非牛顿流体的当量黏度。

2.2 膜厚方程

假设齿轮齿面与齿条齿面都是光滑的，则考虑表面弹性变形的膜厚方程为式（4）。

$$h(x,t)=h_0(t)+\frac{x^2}{2R(t)}-\frac{2}{\pi E}\int_{-\infty}^{x}p(\zeta,t)\ln(x-\xi)^2\mathrm{d}\xi \tag{4}$$

其中，E 为两接触表面的综合弹性模量，$\frac{1}{E}=\frac{1}{2}\left(\frac{1-\gamma_1^2}{E_1}+\frac{1-\gamma_2^2}{E_2}\right)$，$E_1$、$E_2$ 为齿轮 1 和齿条 2 的弹性模量，γ_1、γ_2 为齿轮 1 和齿条 2 的泊松比。

2.3 粘压关系

粘压关系见式（5）。

$$\eta=\eta_0\exp\left\{\left(\ln\eta_0+9.67\right)\left[\left(1+5.1\times10^{-9}p\right)^{Z_0}\cdot\left(\frac{T-138}{T_0-138}\right)^{-S}-1\right]\right\} \tag{5}$$

其中，T_0 为环境温度，T 为油膜温度。

2.4 密压关系

润滑剂的密度计算采用 Dowson-Higginson 密压密温关系，见式（6）。

$$\rho=\rho_0[1+C_1p/(1+C_2p)-C_3(T-T_0)] \tag{6}$$

式中，C_1=0.6 × 10^{-9} Pa^{-1}、C_2=1.7 × 10^{-9} Pa^{-1}、C_3=0.000 65 K^{-1}。

2.5 能量方程

齿轮齿条传动过程中，由于剪切力和压缩作用，润滑油膜会产生一定热量，致使温度升高，所产生的热量也会通过热传导或者热对流的方式流失。在齿轮润滑过程中，油膜受到粘性剪切和压缩作用而发热，造成温度升高，产生的热量也会通过对流和传导而散失，机构产生热量和散失热量平衡后形成的温度场由能量方程以及边界条件确定。不考虑体积力和热辐射的影响，粘性流体的能量方程见式（7）。

$$\rho\frac{\mathrm{D}(c_pT)}{\mathrm{D}t}=\nabla\cdot(k\nabla T)-\frac{T}{\rho}\cdot\frac{\partial\rho}{\partial T}\cdot\frac{\mathrm{D}p}{\mathrm{D}t}+\Phi \tag{7}$$

2.6 固体热传导方程

固体热传导方程见式（8）。

$$\begin{cases} c_a\rho_a\left(\dfrac{\partial T}{\partial t}+U_a\dfrac{\partial T}{\partial x}\right)=k_a\dfrac{\partial^2T}{\partial z_a^2} \\ c_b\rho_b\left(\dfrac{\partial T}{\partial t}+U_b\dfrac{\partial T}{\partial x}\right)=k_b\dfrac{\partial^2T}{\partial z_b^2} \end{cases} \tag{8}$$

其中，C_a、C_b 分别为齿轮 a 与齿条材料 b 的比热容，ρ_a、ρ_b 分别为齿轮 a 与齿条材料 b 的密度，K_a、K_b 分别为齿轮 a 与齿条材料 b 的热传导系数。

机构材料温度和油膜温度在齿轮与齿条表面相等，此外还要满足界面热流量连续条件，见式（9）。

$$\begin{cases} k\left.\dfrac{\partial T}{\partial z}\right|_{z=0}=k_a\left.\dfrac{\partial T}{\partial z_a}\right|_{z_a=0} \\ k\left.\dfrac{\partial T}{\partial z}\right|_{z=h}=k_b\left.\dfrac{\partial T}{\partial z_b}\right|_{z_b=0} \end{cases} \tag{9}$$

对于齿轮固体材料 a 和齿条固体材料 b，在 z_a、z_b 方向上的温度边界条件为 $T\big|_{z_a=-d}=T_0$，$T\big|_{z_b=d}=T_0$。其中，d 为变温层的深度。

2.7　载荷方程

载荷方程见式（10）。

$$\int_{x_{in}}^{x_{out}} p(x)\mathrm{d}x = W \tag{10}$$

3　计算方法与结果分析

3.1　计算方法

压力求解采用多重网格法，弹性变形计算采用多重网格积分法，温度计算采用逐列扫描法。采用 W 循环，将网格划分为六层，每层节点数分别为 31、61、121、241、481 和 961。以赫兹压力作为初始压力，压力分析采用 Gauss-Seidel 低松弛迭代。压力迭代的方法包括压力的迭代过程和 h_0 的调整，且压力的迭代在每层网格上都要进行。每一瞬时压力和温度计算的迭代初值，均为前一瞬时的压力和温度迭代结果。啮入的前一瞬时作为稳态解求解，采用稳态解的压力和温度作为计算啮入点的压力和温度初值。整个啮合周期共分了 120 个瞬时，当各瞬时无量纲压力和载荷的相对误差均小于 10^{-3}、无量纲温度的相对误差小于 10^{-4} 时，满足计算要求。

3.2　结果分析与讨论

将齿轮齿条的传动模型简化为半径 R 的圆柱与无限大平面之间的运动。啮合点上的载荷为沿啮合线方向的轮齿齿面法向载荷分量，考虑单双齿啮合的影响，无量纲载荷沿啮合线的变化[17]如图 3 所示。刚开始进入啮合时为双齿啮合的第一个瞬时，载荷相对较小，双齿啮合变为单齿啮合的第一个瞬时，载荷突变到最大值。齿轮齿条啮合开始处于单对轮齿啮合阶段，最后载荷先小范围增大，后缓慢减小，直到单齿啮合的最后一个瞬时，载荷突然减小，齿轮齿条传动再次进入双齿啮合区。齿轮齿条传动过程中计算的相关参数如表 1 所示。

计算齿轮齿条往复运动存在换向啮合周期内的弹流润滑参数，并与单向运动时的中心压力、中心膜厚、最小膜厚图比较，分别如图 4—6 所示。计算齿轮齿条机构一个啮合周期内沿啮合线的最高温度如图 7 所示。由单向运动与往复运动的中心压力与中心膜厚比较图可以看出，在减速过程之前的中心压力升

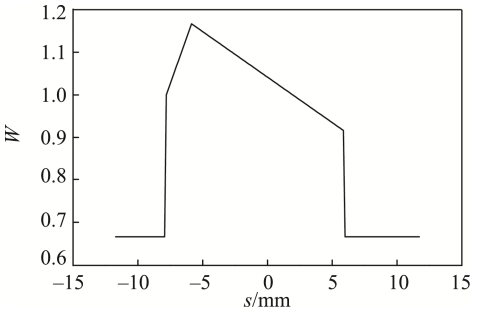


图 3　无量纲载荷沿啮合线变化

Fig.3 Variation of dimensionless load along the meshing line

表 1　与润滑有关的参数

Tab.1 Parameters related with lubrication

参数	数值	参数	数值
润滑剂黏度 η_0/(Pa·s)	0.075	齿轮、齿条弹性模量 $E_{1,2}$/Pa	2.06×10^{11}
粘压系数 α/Pa	2.19×10^{-8}	齿轮、齿条泊松比 $\gamma_{1,2}$	0.3
粘温系数 β/K	0.042	齿轮齿数 z_1	40
润滑流体环境密度 ρ_0/(kg·cm^{-3})	870	模数 m/mm	2.5
润滑剂比热容 c/(J·kg^{-1}·K^{-1})	2000	转速 n_1/(r·min^{-1})	600
润滑剂热传导系数 k/(W·m^{-1}·K^{-1})	0.14	齿宽 B/mm	20
齿轮、齿条密度 $\rho_{1,2}$/(kg·cm^{-3})	7850	压力角 β/(°)	20
齿轮、齿条比热容 $c_{1,2}$/(J·kg^{-1}·K^{-1})	470	传递功率 P/kW	1.0, 0.25
齿轮、齿条热传导系数 $k_{1,2}$/(W·m^{-1}·K^{-1})	46	齿顶高系数 h*，顶隙系数 c*	313

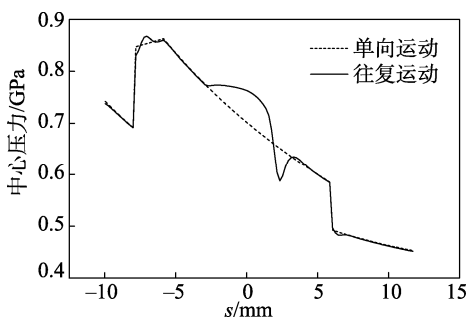


图 4　不同运动状态下中心压力比较图

Fig.4 Comparison of center pressure under different movements

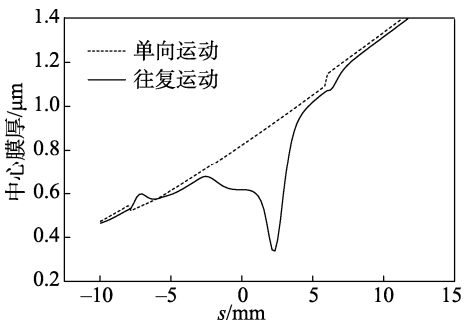


图 5　不同运动状态下中心膜厚比较图

Fig.5 Comparison of center film thickness under different movements

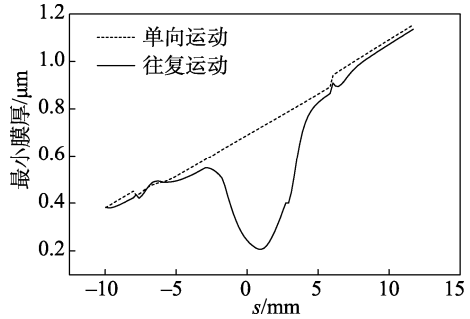


图 6　不同运动状态下最小膜厚比较

Fig.6 Comparison of minimum film thickness under different movements

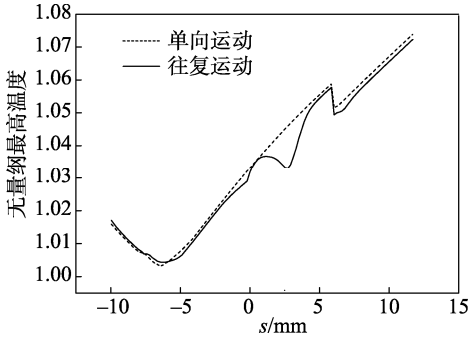


图 7　不同运动状态下最高温度比较

Fig.7 Comparison of maximum temperature under different movements

高，原因可能是速度的突然变化破坏了原来稳定的润滑状态。随后随着速度的不断减小，中心压力逐渐降低。往复运动在换向前减速与换向后加速过程中，中心膜厚始终小于单向运动过程中的中心膜厚，并且在减速过程中，中心膜厚不断降低。加速过程中，中心压力与中心膜厚不断升高，并始终小于单向运动时的中心压力与中心膜厚。单向运动时，在主动齿轮转速不变的情况下，曲率半径在啮合周期内逐渐变大，尽管在双齿啮合转换为单齿啮合时载荷突然升高，且在单齿啮合区载荷明显高于双齿啮合区，但润滑状况仍然不断改善。只是在载荷突变区域，压力和膜厚有小幅度波动，且膜厚小于单向运动啮合线上相同位置处的膜厚。减速过程中，随着表面速度降低，卷吸速度减小，膜厚变薄；加速过程中，随着表面速度增加，卷吸速度增大，膜厚从最薄开始逐渐变厚。与中心膜厚相比，最小膜厚受加减速过程中油膜变化的幅度明显大于中心膜厚的变化幅度，说明最小膜厚受速度变化的影响更大。最小膜厚一般出现在出口颈缩区，说明往复运动较单向运动在接触区的出口颈缩更明显。虽然在换向点处速度降为 0，但由于润滑过程中滞后作用的影响，在速度为 0 时膜厚仍然存在。因此在齿轮齿条机构往复运动工况换向过程中，选择合适的加速度能够保证润滑油膜的存在，以减小摩擦对齿面产生的损伤。受滑滚比的影响，啮合初始最高温度先下降再逐渐上升。与膜厚和压力不同的是，减速初始时刻速度突然降低对最高温度的影响相对较小，这主要是因为减速初始时刻滑滚比变化较小，并且虽然减速过程中最高温度逐渐降低，加速过程中最高温度逐渐升高，但由于滑滚比变化小，最高温度升高的幅度较小。

比较换向点处与单向运动啮合线上相同位置的压力、膜厚，分别如图 8、9 所示。由图可以看出，在接触区域内，往复运动换向点的压力要高于单向运动对应点的压力，在往复运动换向点出口区的第二压力峰要比单向运动啮合线上相同点时更明显。换向点处的表面速度为 0，受挤压效应的影响，油膜在接触区域内形成凹陷。此外，在接触区域内，往复运动换向点处的膜厚低于单向运动对应点的膜厚，这主要是由于速度小引起的，入口区也出现颈缩现象，且在接触区域内入口区和出口区的颈缩现象更加明显。综上可以得出：与单向运动相比，往复运动由于在换向过程中存在加速、减速过程，使得齿轮齿条机构在这个啮合周期内润滑油膜不稳定，啮合线上变速过程始末附近区域膜厚和压力都会产生一定程度的波动，加速、减速区域油膜变小。换向瞬时产生油膜凹陷，油膜变薄，润滑状态变差。因此，在计算往复运动齿轮齿条润滑油膜与压力时，存在换向的啮合周期需要着重讨论。

计算齿轮齿条在往复运动换向啮合周期内载荷恒定和载荷沿啮合周期有规律变化时的弹流润滑数值解，两种载荷作用下中心压力、中心膜厚和最小膜

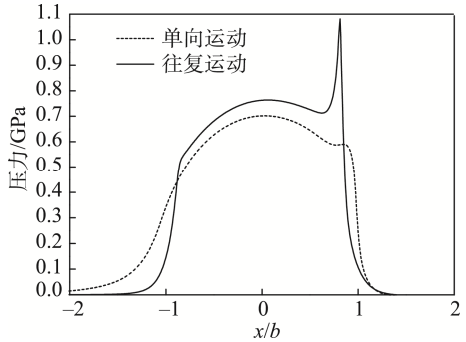


图 8　不同运动状态下换向点处压力比较

Fig.8 Comparison of pressure at reversal point under different movements

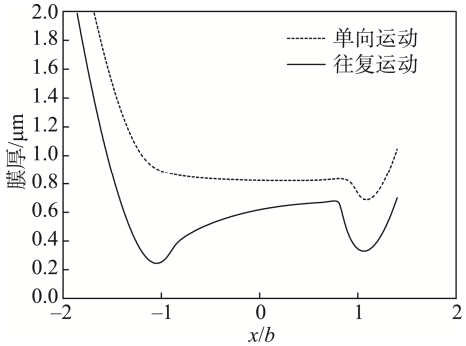


图 9　不同运动状态下换向点处膜厚比较

Fig.9 Comparison of film thickness at reversal point under different movements

厚在一个啮合周期内沿啮合线变化的比较分别如图 10—12 所示。由图可以看出，载荷变化对压力有较大的影响：双齿啮合向单齿啮合转换的瞬时，载荷突然升高易导致压力升高。同样，单齿啮合转换为双齿啮合的瞬时，载荷突然降低引起压力突变。在减速的初始位置，定载荷传动的压力波动大于载荷时变时的波动幅度，这种现象产生的原因可能是载荷恒定时，机构的润滑状态较载荷变化时的润滑状态更加稳定，速度的突然变化反而更容易破坏这种稳定状态。比较二者的中心膜厚和最小膜厚可以看出，单双齿啮合转换的瞬时，载荷的突变引起膜厚的轻微波动，由于加速与减速过程全部发生在单齿啮合区域，载荷的变化幅度较小，所以在减速与加速过程中，载荷恒定与载荷变化两种状态下中心膜厚的变化趋势和最小膜厚的变化趋势基本相同，膜厚差别较小。无论是啮合周期内载荷恒定，还是载荷因为单双齿交替啮合而变化，压力和膜厚的变化趋势差别不大，但考虑啮合周期内变化时，单齿啮合区载荷大于载荷恒定时的载荷值，所以载荷时变时单齿啮合区的膜厚略大于载荷恒定时的膜厚。

比较换向点处载荷大小对压力、膜厚的影响，分别如图 13、14 所示。由图中可以看出，载荷增大能够增大换向点处的接触区域，第二压力峰较载荷较小的情况向出口区移动，但压力在接触区的变化趋势未发生改变。从膜厚图中可以看出，载荷对换向点处油膜也会产生一定影响。载荷越大，换向点处油膜凹陷效应越明显，油膜厚度变薄，变化幅度较小。

换向点处压力、膜厚图与文献[10]（实验结果和理论计算结果如图 15 所示）得出的变化趋势大致相

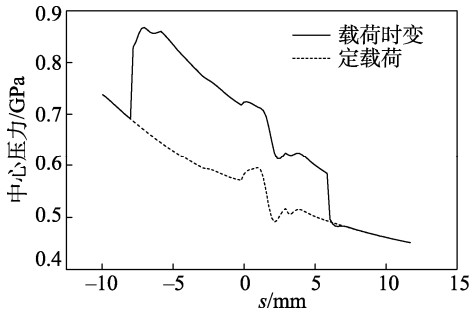


图 10　中心压力比较图

Fig.10 Comparison of center pressure

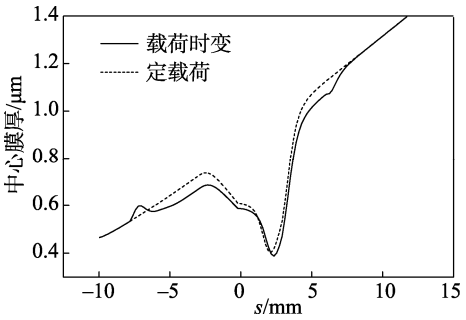


图 11　中心膜厚比较图

Fig.11 Comparison of center point film thickness

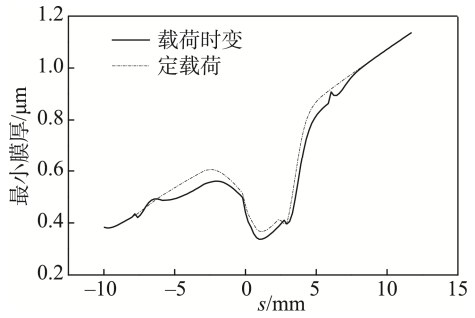


图 12　最小膜厚比较图

Fig.12 Comparison of minimum film thickness

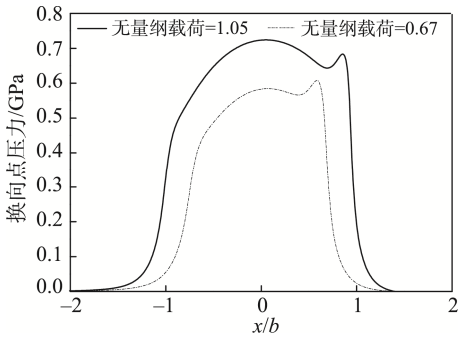


图 13　换向点处不同载荷作用下的压力图

Fig.13 Pressure diagram under different loads at the reversal point

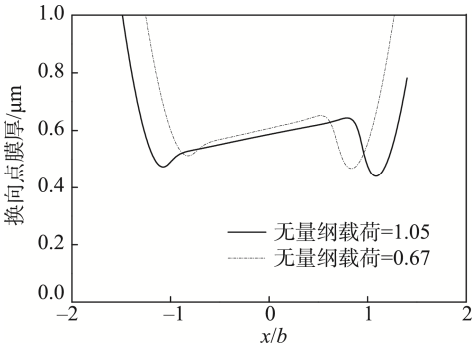


图 14　换向点处不同载荷作用下的膜厚图

Fig.14 Film thickness under different loads at the reversal point

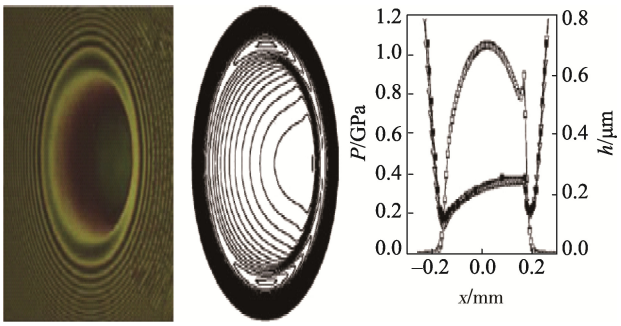


图 15　纯滚动短行程往复运动膜厚图[10]

Fig.15 Pure rolling short stroke reciprocating motion film thickness[10]

同，从而验证了齿轮齿条润滑模型的正确性。

4 结论

1）与单向运动相比，往复运动由于在换向过程中存在加速、减速过程，使得齿轮齿条机构在此啮合周期内润滑油膜不稳定，加速、减速区域油膜变小。换向瞬时产生油膜凹陷，油膜变薄，润滑状态变差，因此，在计算往复运动齿轮齿条润滑油膜与压力时，存在换向的啮合周期需要着重讨论。

2）齿轮往复运动存在换向过程的啮合周期考虑单双齿啮合载荷变化时，单齿啮合区油膜压力明显高于载荷恒定时沿啮合线上相同区域的油膜压力，载荷越大，压力越高。载荷的突变会引起压力、膜厚的波动。然而齿轮齿条实际传动过程中，在一个啮合周期内单、双齿啮合交替变化，因此在工程实际中设计往复运动齿轮齿条润滑时，应着重考虑单双齿啮合转换点与换向点处的润滑情况，以减少传动过程中由于润滑不当造成的磨损，从而达到降低损耗、节约成本的目的。

参考文献：

[1] WANG K L, CHENG H S. A Numerical Solution to the Dynamic Load, Film Thickness and Surface Temperatures in Spur Gears[J]. Part II—Results, ASME J of Mech Design, 1981, 103(1): 188-194.

[2] HUA D Y, KHONSARI M M. Application of Transient Elastohydrodynamic Lubrication Analysis for Gear Transmissions[J]. STLE Tribol Trans, 1995, 38(8): 905-913.

[3] LARSSON R. Transient Non-newtonian Elastohydrodynamic Lubrication Analysis of an Involute Spur Gear[J]. Wear, 1997, 207(1): 67-73.

[4] YANG P R, WEN S Z. A Generalized Reynolds Equation for Non-newtonian Thermal Elastohydrodynamic Lubrication[J]. ASME J Tribology, 1990, 112(4): 631-636.

[5] WANG J, QU S Y, YANG P R. Simplified Multigrid Technique for the Numerical Solution to the Steady-state and Transient EHL Line Contacts and the Arbitrary Entertainment EHL Point Contacts[J]. Tribo Int, 2001, 34(3): 191-202.

[6] BRANDT A, LUBRECHT A A. Multilevel Matrix Multiplication and Fast Solution of Integral Equations[J]. Computer Phys, 1990, 90(3): 348-370.

[7] 王优强, 衣雪娟, 杨沛然. 渐开线直齿轮瞬态微观热弹流润滑分析[J]. 机械工程学报, 2007, 43(11): 143-147.
WANG Y Q, YI X J, YANG P R. Transient Thermal Micro-elastohydrodynamic Lubrication Analysis of an Involute Spur Gear[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2007, 43(11): 143-147.

[8] 冯桂平, 高创宽. 粗糙度齿面啮合的热弹流润滑分析[J]. 太原理工大学学报, 2006, 37(1): 13-15.
FENG G P, GAO C K. Thermal EHL Analysis of Rough Teeth Faces[J]. Journal of Taiyuan University of Technology, 2006, 37(1): 13-15.

[9] NISHIKAWA H, HANDA K, KANETA M. Behavior of EHL Films in Reciprocating Motion[J]. JSME International Journal. Ser. C Dynamics Control Robotics Design and Manufacturing, 1995, 38(3): 558-567.

[10] WANG J, HASHIMOTO T, NISKIKAWA H, et al. Pure Rolling Elastohydrodynamic Lubrication of Short Stroke Reciprocating Motion[J]. Tribology International, 2006, 38(11): 1013-1021.

[11] HATTE A, SALANT R F. Transient EHL Analysis of an Elastohydrodynamic Lubrication Seal[J]. Tribology International, 2009, 42(10): 1424-1432.

[12] ALI F, KANETA M, KRUPKA I, et al. Experimental and Numerical Investigation on the Behavior of Transverse Limited Micro-grooves in EHL Point Contacts[J]. Tribology International, 2015, 84(S1): 81-89.

[13] VLADESCU S C, OLVER A V, PEGG I G, et al. Combined Friction and Wear Reduction in a Reciprocating Contact Through Laser Surface Texturing[J]. Wear, 2016, s358-359: 51-61.

[14] WANG J, KANETA M, YANG P. Numerical Analysis of TEHL Line Contact Problem under Reciprocating Motion[J]. Tribology International, 2005, 38(2): 165-178.

[15] WONGSEEDAKAEW K. Theoretical Investigation in Transient Elastohydrodynamic Lubrication of Reciprocating Motion in Air Compressor Piston Pin[J]. Advanced Materials Research, 2013, 622-623(1): 1821-1825.

[16] 杨沛然. 流体润滑数值分析[M]. 北京: 国防工业出版社, 1998.
YANG P R. Numerical Analysis of Fluid Lubrication[M]. Beijing: National Defence Industry Press, 1998.

[17] 张兴权, 何广德, 郑如, 等. 齿轮齿条的接触应力研究[J]. 机械传动, 2011, 36(7): 30-32.
ZHANG X Q, HE G D, ZhENG R, et al. Contact Stress Analysis of Gear and Rack[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2011, 36(7): 30-32.